

## 目录

实验一 核磁共振及其成像实验.....	2
实验二 塞曼效应实验.....	33
实验三 四极杆质谱仪实验.....	48
实验四 X 光系列实验 .....	52
实验五 非线性物理——混沌 .....	63
实验六 光泵磁共振实验.....	71

# 实验一 核磁共振及其成像实验

1973年,美国科学家 Paul Lauterbur 发现,把物体放置在一个稳定的磁场中,然后再加上一个不均匀的**磁场**(即有梯度的磁场),再用适当的电磁波照射这一物体,这样根据物体释放出的电磁波就可以绘制成物体某个截面的内部图像.随后,英国科学家 Peter Mansfield 又进一步验证和改进了这种方法,并发现不均匀磁场的快速变化可以使上述方法能更快地绘制成物体内部结构图像.此外,他还证明了可以用数学方法分析这种方法获得的数据,为利用计算机快速绘制图像奠定了基础.从此核磁共振成像得到了空前的发展.

核磁共振成像技术的最大优点是能够在对身体没有损害的前提下,快速地获得患者身体内部结构的高精确度立体图像.利用这种技术,可以诊断以前无法诊断的疾病,特别是脑和脊髓部位的病变;可以为患者需要手术的部位准确定位,特别是脑手术更离不开这种定位手段;可以更准确地跟踪患者体内的癌变情况,为更好地治疗癌症奠定基础.此外,由于使用这种技术时不直接接触被诊断者的身体,因而还可以减轻患者的痛苦.

核磁共振成像的全称是:核磁共振电子计算机断层扫描术,为了避免人们把这种技术误解为核技术,一些科学家把核磁共振成像技术的“核”字去掉,称其为“磁共振成像技术”(Magnetic Resonance Imaging),英文缩写即 MRI.磁共振成像是根据生物磁性核(如氢核)在磁场中表现的共振特性进行成像的新技术.随着磁体技术、超导技术、低温技术、电子技术和计算机技术等相关技术的不断进步, MRI 技术得到了飞速发展,已成为现代医学影像领域中的重要一员.

本实验要求掌握 MRI 的基本原理和测量方法,了解几种成像参数对图像的影响.

## 一、实验原理

核磁共振的物理基础是原子核的自旋.早在 1924 年, Wolfgang E. Pauli 就提出核自旋的假设,并为埃斯特曼(I. Esterman)等人于 1930 年在实验上证实.1932 年发现中子后,才认识到核自旋是质子自旋和中子自旋之和,只有质子数和中子数两者或其一为奇数时,核才有非零的核磁矩,正是这种磁性核才能产生核磁共振.

### 1. 核磁共振吸收

对于核自旋量子数  $I$  不为零的磁性核,其核磁矩  $\mu$  与本征角动量  $J$  之比被定义为原子核的旋磁比  $\gamma$ , 其值可正可负,由核的本性决定.实验上常用一个无量纲的比例因子  $g$  代替  $\gamma$ , 作为特定核磁矩的实验参数,它被称为**核的  $g$  因子**(实验测出质子的  $g=5.585$ , 中子的  $g=-3.82$ .), 二者关系为

$$\mu = \gamma J = \gamma \hbar I = g \left( \frac{e}{2m_p c} \hbar \right) I = g \mu_N I \quad (1)$$

式中  $I$  为核自旋矢量,  $m_p$  为质子的质量,  $c$  为光速,  $\mu_N = e\hbar/(2m_p c)$  被定义为玻尔核磁矩或玻尔核磁子,作为核磁矩的单位.由于质子质量比电子质量大三个数量级,故玻尔核磁子  $\mu_N$  比电子的玻尔磁子  $\mu_B$  小三个数量级.

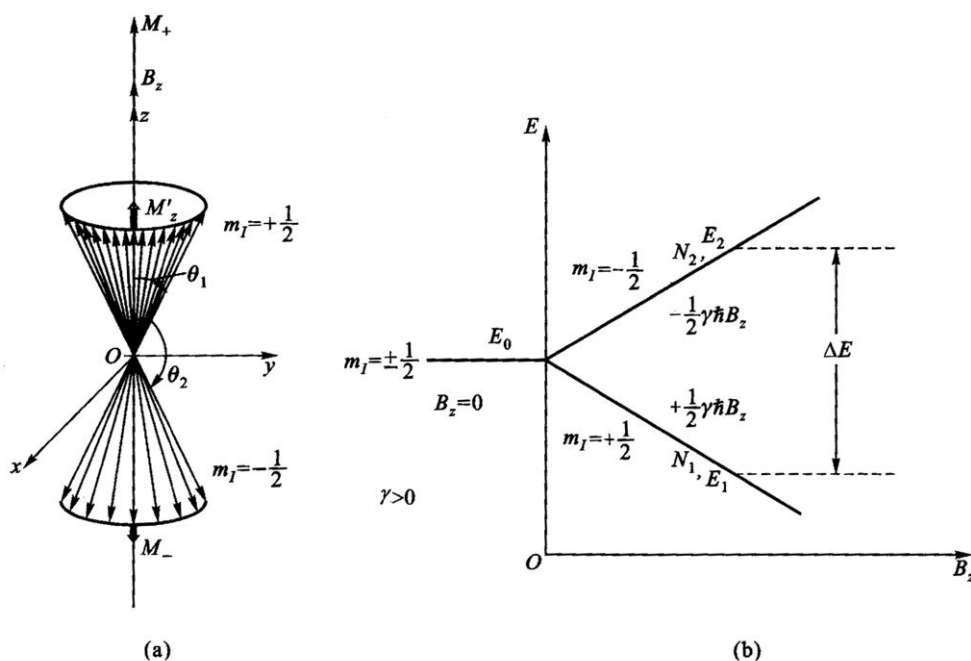
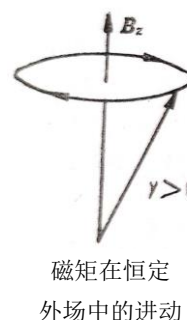
无外磁场时,核自旋为  $I$  的核处于  $(2I+1)$  度简并态.在  $z$  方向外磁场  $B_z$  作用下,角动量  $J$  和磁矩  $\mu$  以圆频率  $\omega_0 = \gamma B_z$  绕  $B_z$  方向进动,  $J$  在  $z$  方向的投影  $m_1 \hbar$  有  $(2I+1)$  个分立值,  $m_1$  称

为磁量子数, 此时原 $(2I+1)$ 度简并能级发生塞曼分裂, 形成 $(2I+1)$ 个分裂的磁能级  $E = -g\mu_N m_I B_z = -\gamma \hbar m_I B_z$ , 相邻两能级间的能量差  $\Delta E = \gamma \hbar B_z = \hbar \omega_0$ . 其中  $\omega_0 = \gamma B_z$  为核磁矩的拉莫尔进动频率. 对  $I=1/2$  的核, 如氢核、氟核和碳核, 它们是核磁共振中最主要的研究对象, 在磁场中仅分裂为上、下两个能级.

对于由大量  $I=1/2$  的微观磁矩组成的宏观物质, 布洛赫提出用体磁化强度  $\mathbf{M}$  来描述原子核系统被磁化的程度.  $\mathbf{M}$  定义为单位体积内  $N$  个核磁矩的矢量和, 即

$$\mathbf{M} = \sum_{i=1}^N \boldsymbol{\mu}_i \quad (2)$$

对于  $\gamma > 0$  的宏观体系, 在磁场  $\mathbf{B}_z$  中, 核磁矩  $\boldsymbol{\mu}_i$  以圆频率  $\omega_0$  沿上、下两个进动锥面绕  $\mathbf{B}_z$  方向进动, 如图 1(a) 所示, 两个锥面与  $\mathbf{B}_z$  的夹角分别为  $\theta_1$  和  $\theta_2$  (核磁矩在均匀外磁场中的势能为  $U_B = -\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{B}$ ), 分别相应于磁量子数  $m_I = 1/2$  和  $-1/2$ , 分裂的核塞曼能级为  $E_1$  和  $E_2$ , 如图 1(b) 所示. 而  $E_2 > E_1$ , 上、下能级的能量差为  $\Delta E = \gamma \hbar B_z = \hbar \omega_0$ , 正比于外磁场  $\mathbf{B}_z$  和  $\gamma$  (或  $g$ ).



(a)  $I=1/2$  的核磁矩系统的矢量和; (b) 核塞曼能级分裂

图 1 核磁矩在外磁场中的运动及能级分裂

在热平衡时各能级上的核自旋粒子数遵循玻尔兹曼统计分布. 室温时, 由于  $\Delta E \ll kT$ , 上、下能级间粒子数(布居数) 之比可写成

$$\frac{N_2}{N_1} = \exp\left(-\frac{\Delta E}{kT}\right) \approx 1 - \frac{\Delta E}{kT} = 1 - \frac{\gamma \hbar B_z}{kT} < 1 \quad (3)$$

对于  $\gamma$  值最大的氢核, 当  $B_z = 1 \text{ T}$  时,  $N_2/N_1 = 0.999993$ , 与 1 非常接近, 其粒子数差 ( $N_1 - N_2$ ) 甚小, 要比电子自旋粒子数差小三个数量级以上, 致使核磁共振的固有灵敏度相

当低，这里设总自旋粒子数  $N=N_1+N_2$ 。由于热平衡时，两能级粒子数差不为零，因此  $M$  在  $B_z$  方向的纵向分量  $M_z^0=M_+-M_-(N_1-N_2)\mu$  不为零，才能观察到核磁共振现象。还由于  $\mu_i$  绕  $B_z$  进动的相位无规则， $M$  在  $O-xy$  平面上的横向分量  $M_\perp$  为零。当在垂直于  $B_z$  方向上再加上一个圆频率为  $\omega_0$  的射频场  $B_1$  ( $B_1 \ll B_z$ ) 时，自旋体系处于非平衡态， $\mu_i$  除绕  $B_z$  进动外，还要绕  $B_1$  进动，也就是要绕  $B_z$  和  $B_1$  组成的合成磁场  $B=(B_z+B_1)$  进动，并使  $\theta$  角发生变化。根据跃迁的选择定则  $\Delta m_1 = \pm 1$ ，当  $\Delta m_1 = -1$  时， $\theta$  角增加，如图 2(a) 所示，相应于核自旋体系从射频场吸收能量，使核自旋粒子由低能级跃迁到高能级；而  $\Delta m_1 = +1$  时， $\theta$  角减小，如图 2(b) 所示，相应于核自旋粒子由高能级  $E_2$  发射能量为  $\Delta E$  的光量子而返回低能级  $E_1$ 。根据爱因斯坦辐射理论，由于  $B_1$  很小，自发跃迁几率可忽略，故受激跃迁和受激发射跃迁

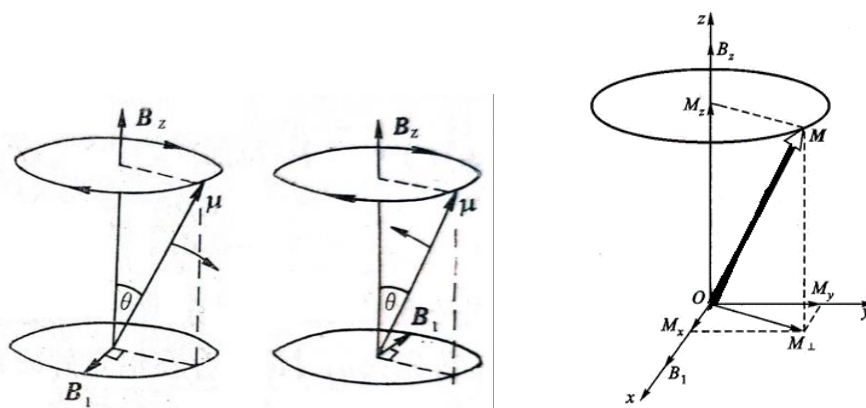


图 2(a) (b) 旋转磁场  $B_1$  的频率与进动频率相同时，  
磁矩在磁场中的能量增加或减少

(c) 射频场中  $M$  的运动

几率  $P$  相等 ( $P$  与  $B_1^2$  成正比,) 因  $N_1$  略大于  $N_2$ , 所以统计的净结果是从射频场吸收能量而产生核磁共振吸收, 这时磁化强度的纵向分量  $M_z$  因共振跃迁上、下能级粒子数的变化而偏离  $z$  轴略低于平衡值  $M_z^0$ 。同时,  $\mu_i$  绕  $B_1$  的进动也产生一定程度的相位相干, 横向分量  $M_\perp$  (由  $M_x$  和  $M_y$  组成) 不再为零, 如图 2(c) 所示。显然, 当  $B_1$  与  $B_z$  平行时, 由于跃迁几率  $P$  为零, 不能发生共振吸收。如  $B_1$  的圆频率不等于  $\omega_0$  时, 跃迁几率  $P$  比较小, 没有达到最大, 也不出现共振吸收。当射频场停止作用后, 核自旋系统将自动经历弛豫过程由非平衡态恢复到平衡态。

总结一下, 原子核系统在外磁场中发生能级分裂, 在一定射频场作用下吸收其能量发生能级跃迁的现象, 叫做**核磁共振**。核磁共振的条件为射频场的能量  $h\nu$  等于原子核的能级差  $\Delta E$ , 即

$$h\nu = \Delta E \quad (4)$$

通过简单变换可以得到核磁共振的条件也是射频场圆频率  $\omega$  等于原子核的拉莫尔进动频率  $\omega_0$ , 即

$$\omega = \omega_0 = \gamma B_z \quad (5)$$

## 2. 弛豫过程

弛豫过程是由于物质间相互作用产生的, 普遍存在于各种宏观物质中。弛豫可以理解为粒子受到激发后, 以非辐射的方式回到基态而达到玻尔兹曼平衡的过程, 高能态的核会向周围环境转移能量, 使其及时地回到低能态。自旋核周围的局部场的任何波动, 只要其频率与自旋核的共振频率相当, 均可引起核系统的弛豫, 弛豫因涉及到磁化强度的纵向和横向分量被分为纵向弛豫过程和横向弛豫过程, 它们具有不同的弛豫机制。

### 2.1 纵向弛豫

纵向弛豫起因于自旋-晶格之间的相互作用. 因为任何宏观样品均可看成  $N$  个小磁矩的自旋系统和它所依附的晶格系统组成, 系统之间不断发生相互作用和能量交换. 在纵向弛豫过程中, 自旋系统把从射频场吸收的能量 (磁能) 交给周围环境 (晶格), 并转变为晶格的热能. 由于自旋系统的能量下降, 从而使自旋粒子由高能态无辐射地返回低能态 (有叫热弛豫, thermal relaxation), 导致粒子数差按下式:

$$n = n(0) \exp(-t/T_1)$$

随时间  $t$  指数下降至零, 式中自旋-晶格弛豫时间  $T_1=1/(2\overline{P_w})$ , 而  $\overline{P_w}=(P_{12}+P_{21})/2$ ,  $P_{12}$  与  $P_{21}$  分别为向上和向下弛豫跃迁的概率,  $P_{12}$  略小于  $P_{21}$ ,  $\overline{P_w}$  为自旋-晶格弛豫引起的平均跃迁概率. 经历自旋-晶格弛豫时间  $T_1$  后, 粒子数差上升到热平衡时的值  $n_0$  的 63% ( $1-1/e$ ), 使磁化强度纵向分量  $M_z$  亦随之相应的增加, 故  $T_1$  又称为纵向弛豫时间.  $T_1$  反映自旋系统粒子数差从非平衡态恢复到平衡态的特征时间常数,  $T_1$  越短, 表明自旋-晶格相互作用越强.  $T_1$  的大小与核的种类、样品的状态和温度有关. 对于一般液体, 由于分子的布朗运动剧烈,  $T_1$  较短; 而对于固体, 由于分子热运动受到很大限制,  $T_1$  很长, 可长达几小时乃至几天. 经过自旋-晶格弛豫,  $M_z$  最终等于  $M_0$ , 即

$$\frac{dM_z}{dt} = -\frac{1}{T_1}(M_z - M_0), \quad M_z = M_0(1 - e^{-\frac{t}{T_1}}) \quad (6)$$

自旋-晶格相互作用实际上是由于分子无规则热运动引起的横向局部场的波动而诱发的自旋与晶格间的能量交换过程, 只有当此局部弱磁场的频率正好等于  $\omega_0$  时才发生. 引起自旋-晶格相互作用的机制有磁偶极-磁偶极相互作用、自旋-旋转相互作用、化学位移各向异性、顺磁物质弛豫及核电四极矩相互作用等, 根据弛豫速率的相加性,  $T_1$  的倒数是各种机制引起的弛豫时间倒数之和.

纵向弛豫主要表现为  $M_z$  的变化, 当施加的射频脉冲为  $90^\circ$  脉冲时, 其变化规律如图 3 所示.

## 2.2 横向弛豫

横向弛豫源于自旋-自旋之间的相互作用, 在横向弛豫过程中仅在自旋体系内部 (核自旋与相邻核自旋之间) 交换能量而不与外界交换能量, 故核自旋体系总能量保持不变. 与纵向弛豫一样, 同样可定义自旋-自旋弛豫时间  $T_2$ , 它表征由于非平衡态进动位相相关产生的不为零的磁化强度横向分量  $M_\perp$  恢复到平衡态时相位无关 (相位随机分布) 所需要的特征时间, 所以也称为自旋-自旋相位记忆时间. 由于  $T_2$  与磁化强度横向分量  $M_\perp$  的弛豫时间有关, 故也称为横向弛豫时间. 自旋-自旋相互作用实质上也是一种磁相互作用. 对于液体主要来自核自旋产生的局部磁场. 当两个氢核间的距离  $r$  为  $2 \text{ \AA}$  时, 相互之间产生的局部磁场约为  $10^{-4} \text{ T}$ . 在液体中, 由于分子剧烈的布朗运动, 此局部磁场易被抵消, 故  $T_2$  值较短. 对于固体, 局部磁场主要来自磁偶极-磁偶极相互作用, 由于各核相对位置较固定, 能量易于在核自旋间转移, 故  $T_2$  特别短. 由于  $M_\perp$  由  $M_x$  和  $M_y$  合成, 故在  $x$ ,  $y$  和  $z$  的三个方向上的局部磁场涨落均对  $M_\perp$  的弛豫有贡献, 射频场  $B_1$  也对  $T_2$  有贡献, 此外化学交换及扩散等慢过程都对  $T_2$  亦有贡献. 一般情况下, 横向弛豫比纵向弛豫更强, 故有  $T_1 \geq T_2$ ,  $T_2$  的理论处理也比  $T_1$  更为复杂. 此外, 由于  $z$  方向外磁场空间分布的不均匀性也可看成一个局部磁场, 它对  $T_2$  的影响也不容忽视. 经过自旋-自旋弛豫, 系统总磁矩在  $x$ ,  $y$  方向的分量  $M_x$  和  $M_y$  逐渐趋向于热平衡值, 即等于零. 它遵从下式:

$$\frac{dM_x}{dt} = -\frac{M_x}{T_2}, \quad \frac{dM_y}{dt} = -\frac{M_y}{T_2}, \quad M_{xy} = M_0 e^{-\frac{t}{T_2}} \quad (7)$$

横向弛豫主要表现为  $M_{xy}$  的变化，当施加的射频脉冲为  $90^\circ$  脉冲时，其变化规律如图 4 所示。

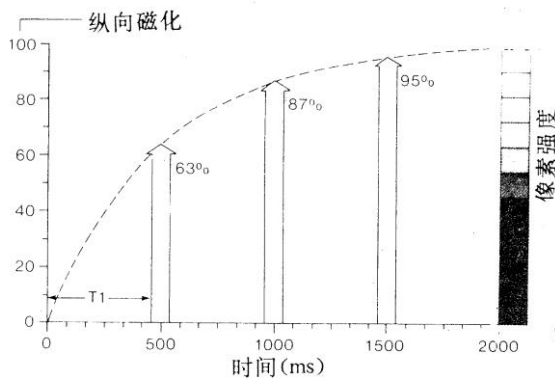


图 3  $90^\circ$  脉冲后纵向弛豫  $M_z$  的变化及纵向弛豫时间

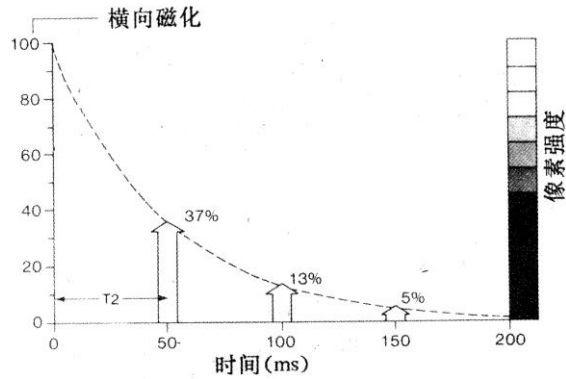


图 4  $90^\circ$  脉冲后横向弛豫  $M_{xy}$  的变化及横向弛豫时间

### 3. $90^\circ$ 脉冲和 $180^\circ$ 脉冲及 FID 信号

设射频场为线偏振交变磁场  $B_1 = B_1 \sin(\omega t) i$ ，把这个线偏振量表示为矢量和  $B_1 = B_R + B_L$ ，即由下面方程给出的两个反方向旋转的圆偏振分量（见图 5）：

$$B_R = \frac{1}{2} [B_1 \cos(\omega t) i + B_1 \sin(\omega t) j]$$

$$B_L = \frac{1}{2} [B_1 \cos(\omega t) i - B_1 \sin(\omega t) j]$$

这里角标 R 表示旋转在快速进动方向  $\omega_0$  的分量，角标 L 表示旋转在相反方向的分量。实际上只有其中的一个圆偏振分量对 NMR 是有效的。

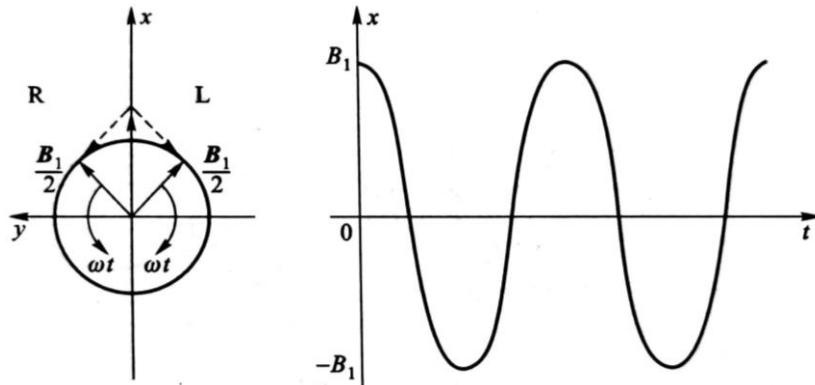


图 5 线偏振的磁场  $B_1$  分解为两个反方向旋转的圆偏振量

下面考虑在一个以角速度  $\omega$  旋转在进动方向的参考坐标系  $x'y'z'$  所观测到的情况，这个参考坐标系的单位矢量为

$$\begin{aligned} i' &= \cos(\omega t) i + \sin(\omega t) j \\ j' &= -\sin(\omega t) i + \cos(\omega t) j \\ k' &= k \end{aligned} \tag{8}$$

在这个旋转的坐标系里  $B_R$  是一个常数矢量  $\frac{B_1}{2} \mathbf{i}'$  ( $B_L$  以角速度  $-2\omega$  旋转, 这时对 NMR 不起作用), 快速进动的角频率在旋转坐标系里为  $\gamma(B_0 - \frac{\omega}{\gamma})$ , 如同粒子处于  $z$  分量为  $B_0$  加上虚拟的大小为  $\frac{\omega}{\gamma}$  的反方向的场。假设现在把  $B_0$  调整到  $B_0 = \frac{\omega}{\gamma}$ , 那么在旋转坐标里快速进动即消失, 也就是说, 它的频率为零, 粒子将绕着磁场  $\frac{B_1}{2} \mathbf{i}'$  以角速度  $\frac{\gamma B_1}{2}$  作缓慢进动。若  $\mathbf{I}$  初始平行于  $\mathbf{B}_0$ , 那么经过  $\frac{\pi}{\gamma B_1}$  的时间, 自旋精确地进动了  $90^\circ$  (即  $\frac{\pi}{2}$ ), 把  $\mathbf{I}$  置于垂直于了  $\mathbf{B}_0$  的  $x' y'$  平面上, 如果现在关闭振荡磁场, 粒子将连同它的磁矩停留在  $x' y'$  平面, 在实验室坐标系观测, 它将以角频率  $\gamma B_0$  绕着  $z$  方向在  $x, y$  平面上旋转。图 6 示出了实验室坐标系与旋转坐

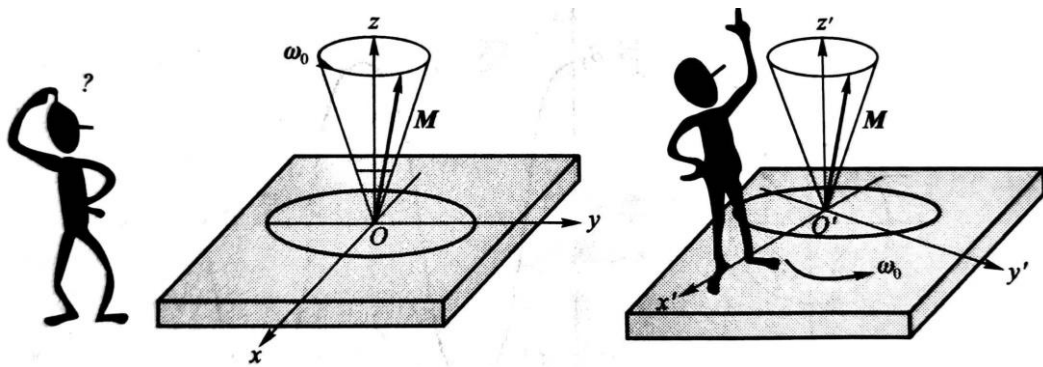


图 6 实验室坐标系  $(x, y, z)$  和旋转坐标系  $(x', y', z')$

标系。图 7 示出了在线偏振射频场作用期间, 旋转坐标系及实验室坐标系中, 磁化矢量  $\mathbf{M}$  的运动, 显然在旋转坐标系里, 讨论  $\mathbf{M}$  的运动更为简单明了。

按照布洛赫理论, 把单个磁化自旋体运动的经典力学处理结论用于一个空间量子化的磁矩的系综, 证明也是有效的 (布洛赫在 1956 年提出了一个矢量模型, 利用这种模型, 他证

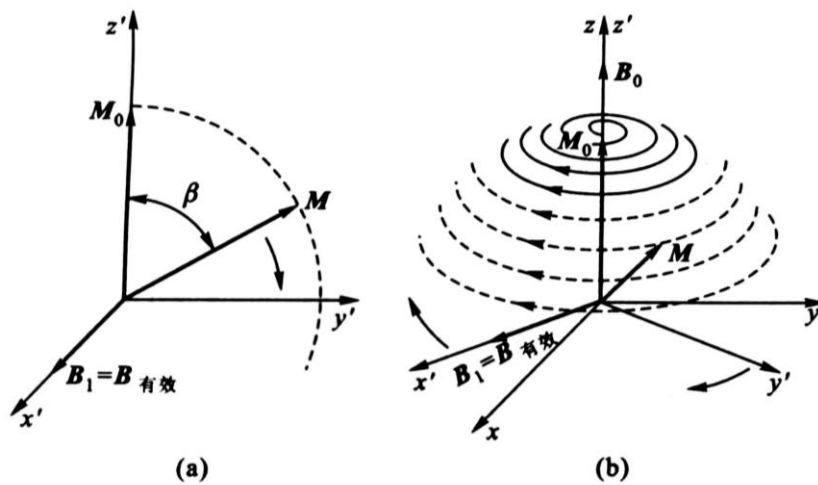


图 7  $\mathbf{M}$  在两种坐标系中的运动 ( $\omega = \omega_0$ )

明了虽然核自旋是遵循量子力学规律的, 大量的自旋构成的系综的行为类似于一个经典系统,

服从普通的经典力学定律, 这样人们可以对在磁场里的一个有自旋的刚性的磁化体通过经典分析获得一些重要的结论). 考虑放在两个磁极之间的包含质子 (氢核) 的这类样品. 按照玻尔兹曼分布定律, 如果样品在温度  $T$  处于热平衡状态, 那么自旋向上的具  $z$  分量的质子数  $n_+$  与自旋向下的具  $-z$  分量的质子数  $n_-$  数之比为

$$n_+/n_- = \exp[(E_+ - E_-)/KT] = \exp(\mu_i B_0/KT) \quad (9)$$

这里  $E_+$  表示下能级的能量,  $E_-$  表示上能级的能量.  $\mu_i$  是质子的核磁矩. 在室温和十分之几特斯拉磁场的条件下, 这个比值只是稍稍大于 1. 这意味着质子自旋由于在  $z$  方向取向的不同造成的在  $z$  方向的净磁化强度是很小的. 如果这里不是加正弦变化的连续波, 而对系综

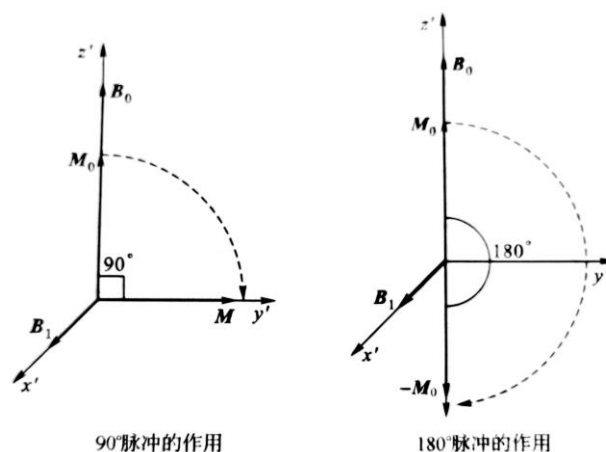


图 8  $M$  所转过的角度

施加一个适当宽度的 RF 脉冲, 使磁化矢量精确旋转  $90^\circ$  (这样的脉冲称为 **90°脉冲**, 同理有 **180°脉冲**, 见图 8), 核的磁化矢量终止于与  $B_0$  垂直的平面上, 然后以角速度  $\gamma B_0$  绕  $z$  方向进动. 这个进动的磁化矢量在样品所在的螺旋管线圈里产生一个交变磁通量, 按法拉第定律, 感应出 RF 电压, 这个 RF 电压在 RF 脉冲终止后 (弛豫过程中) 很容易被检测, 其实只要所施加的 RF 脉冲的载波频率等于或非常接近于质子的进动频率.

为了检测  $90^\circ$  脉冲后在样品所在螺旋管线圈的角频率为  $\gamma B_0$  的核感应的 RF 信号, 常常把它与来自固定振荡器的频率为  $\omega$  的稳定信号混频 (通过混频电路), 产生频率相当低的  $|\gamma B_0 - \omega|$  的拍频信号, 就可以在示波器直接观测. 当然若把  $\omega$  精确调整到等于  $\gamma B_0$ , 那么拍频频率为零, 则输出是一个直流电压, 它正比于感应信号与参考电压之间相位差的正弦. 在这种模式下, RF 混频器变成了相检波器. 若  $\omega$  稍稍偏离共振条件, 把磁化矢量旋转  $90^\circ$  仍然是有效的, 这时的拍频信号很容易观测到. 但是 RF 脉冲过后的信号并不永远保持, 有三种不同的因素使之衰减:

- (1) 磁场不可能是绝对均匀, 所以在样品不同部分的原子核以稍稍不同的频率进动, 彼此位相失去同步, 因此逐渐减少样品的净磁化强度.
- (2) 任何样品的原子核通常总是位于几种不同的分子环境, 每一种环境的核进动频率都受到稍微不同量的磁偶极相互作用的扰动. 就如第 (1) 种情形那样, 其结果是逐渐地失去相位相干且引起磁化强度衰减.
- (3) 核与周围粒子之间的电磁相互作用引起了向上自旋态与向下自旋态之间态的跃迁, 而这些自旋的相干合成是旋转在  $xy$  平面上磁化矢量的表现形式. 其结果是这些相干合成的逐渐衰减, 回到磁化矢量在  $z$  方向的热平衡态, 因此再不能在线圈里感应信号.

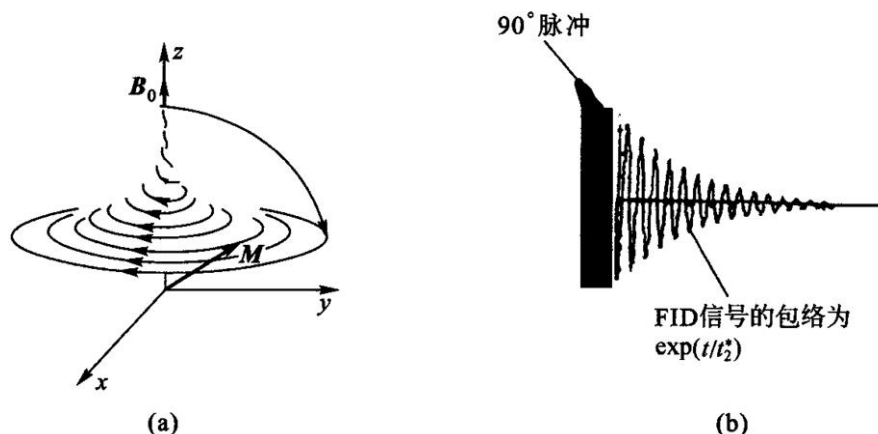
这种在接收线圈里接收到的由衰减的指数调制的振荡的感应信号, 称为自由感应衰减 (free induction decay, FID). 图 9 示出了射频脉冲关闭后 (弛豫过程中), 磁化矢量  $M$  在实



实验室坐标  $Oxyz$  中的运动轨迹及接收线圈里接收到的自由感应衰减信号，即 **FID 信号**。

一般的 NMR 实验，就是把时域所测得的 FID 信号在计算机里再进行傅里叶变换，然后得到频域信号，为了便于解析，坐标取无量纲的相对值。

历史上，由频率单一的 RF 场( $B_1$ )引起的 NMR，称为连续波(CW)NMR，关于这方面的一些重要概念，可以参阅一些核磁共振书籍，这里只是强调一下 PFT (Pulsed Fourier Transform)NMR 的一些基本知识。



(a)  $M$  在实验室坐标系中的运动轨迹; (b) 自由感应衰减(即 FID)信号

图 9  $90^\circ$ 射频脉冲之后

PFT NMR 是选用矩形脉冲作为 RF 场( $B_1$ ). 由频谱分析知道，一个矩形脉冲实际上是由很多频率的正弦波合成的。一个强而窄的脉冲频谱很宽，这种脉冲的作用等效于一个多通道发射机，如果谱仪使用宽带接收机，这时的谱仪就可以同时激励样品相应核自旋的所有频率，也可以同时接收所有的频率，一次采样的时间很短（约为 ms 级）。这样可以通过计算机技术把采样结果累加，使得频谱的信噪比在短时间内增加几个量级。而且在两个域之间的变换允许对信息进行许多加工，例如根据要求选择不同的窗函数及进行“剪裁”激发等，PFT NMR 技术在 20 世纪 70 年代初就获得了迅速发展，成为 NMR 技术的主流。

我们在实验仪器电脑上观察到的信号是通过混频电路实现的旋转坐标系中的 FID 信号，把高频成分  $\omega_0$  (20 MHz 左右) 过滤掉了，得到的是  $|\omega - \omega_0|$  (0~4 kHz) 的低频信号。当射频脉冲的频率  $\omega$  与质子拉莫尔进动频率  $\omega_0$  相等时，FID 信号就没有上下振荡，只剩指数衰减信号了。这时跃迁几率最大，这时的 RF 脉冲频率就是共振频率。

#### 4. 自旋回波

自旋回波 (spin-echo) 是哈恩 (Erwin L. Hahn) 在 1950 年最早提出的，最简单的产生自旋回波的脉冲序列为  $90^\circ - \tau - 180^\circ - \tau$  采样。

现在看一下自旋回波是如何产生的。考虑一个包含大量自旋(例如质子)数(例  $10^{23}$  量级)的典型样品，把它分为  $10^6$  个系综，每个系综仍然是由巨大数目的质子组成的，在每一个区域内，外磁场的值分布在一个很窄的范围。每一个系综内有一确定的净磁化强度，它们都对总的磁化强度做出贡献。然而第一个  $90^\circ$  脉冲后，每一个这样的磁化矢量均以稍稍不同的频率作进动，因此彼此逐渐散相。假设经过适当的时间间隔  $\tau$  后，施加一个较之第一个 RF 脉冲双倍宽度的  $180^\circ$  脉冲，经过  $180^\circ$  脉冲，重新继续它的进动运动。但现在各个系综间累积的位相差全部精确反转，原先领先的现在等量地落后(相对于平均值)，同时由于进动过程，系综的散相逐渐逆转，再经过相等的时间间隔后，所有的系综回到同相状态，总的磁化强度达到最大值。在样品线圈里，感应出“自旋回波”信号，回波的幅度通常小于原始的 FID，原因是热弛豫及扰动核磁矩进动的局域场的随机波动的影响，使磁化强度的幅度稍有损失，这些

衰减的弛豫时间正是我们希望测量的, 见图 10. 自旋回波方法可以消除磁场的非均匀性的影响, 否则这种磁场的非均匀性会对测量造成很大的误差. 如果二个脉冲序列以不同时间间隔

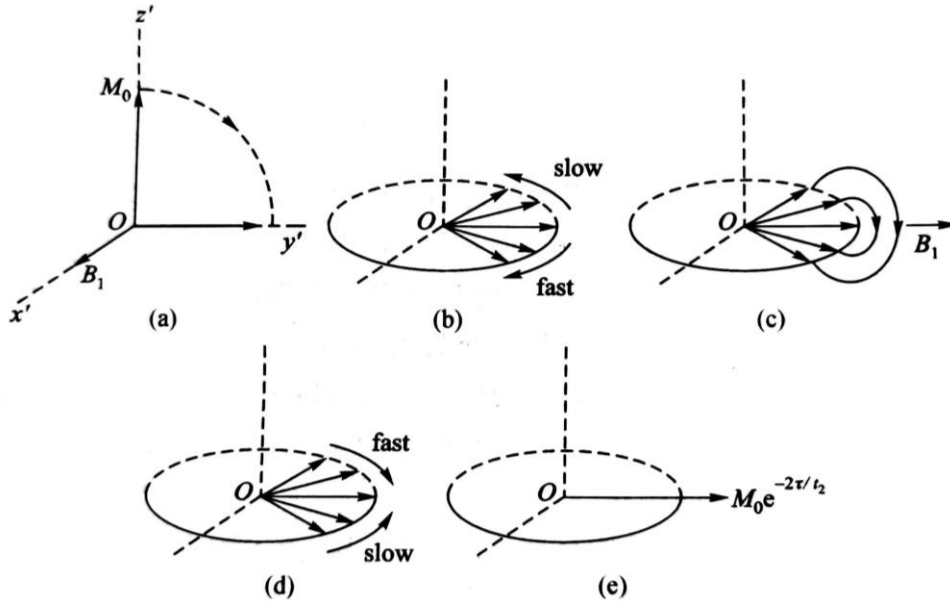


图 10 用经典矢量模型解释自旋回波效应

$\tau$  重复, 回波的高度应按指数  $\exp\left(-\frac{2\tau}{T_2}\right)$  变化, 见图 11. 据公式

$$M(t) = M_0 \exp\left(-\frac{t}{T_2}\right)$$

用指数迭代法, 可以测定自旋-自旋弛豫时间  $T_2$ .

使用自旋回波技术有一个必要的假设, 即对某一特定的自旋, 在“重聚焦”  $180^\circ$  脉冲前

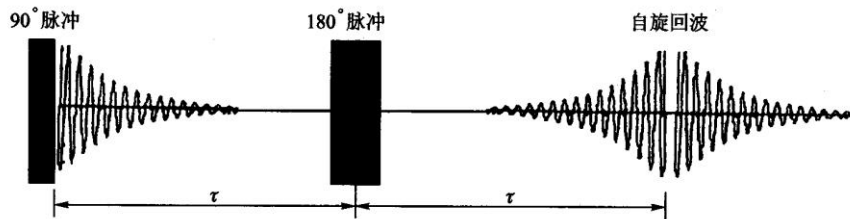


图 11 自旋回波信号的形成(当外加 RF 场稍稍偏离拉莫尔频率时所观测到的 NMR 回波信号, 快速振荡相应于两种频率的拍频)

后感受到的恒定磁场必定是相同的. 如果因为布朗运动, 在回波形成之前, 自旋已经扩散到不同的磁场区域, 那么通过  $180^\circ$  脉冲自旋将不能重聚焦.

但用上述的自旋回波脉冲序列来测量  $T_2$  存在着采样时间较长的缺点, 因为取不同的时间间隔  $\tau$  脉冲序列要重复多次, 每次重复都要等待系统恢复到热平衡状态, 这段时间一般为  $5 T_1$ . 后来由 Carr, Purcell, Maiboom 和 Gill 共同提出了新的称为 CPMG 的自旋回波脉冲序列:

$$90_x^\circ - \tau - 180_y^\circ - 2\tau - 180_y^\circ - 2\tau \dots (\text{回波})$$

即在  $90_x^\circ$  脉冲之后, 在  $1\tau, 3\tau, 5\tau, \dots$  加上  $180_y^\circ$  脉冲(下标  $x, y$  表示所加的射频脉冲的相位), 那么在  $2\tau, 4\tau, 6\tau, \dots$  就得到自旋回波信号, 这样测  $T_2$  的时间就可以大大缩短, 当

脉冲间隔 $\tau$ 取得非常小时,还可以排除自旋扩散对 $T_2$ 测量的干扰.另外,这个脉冲序列还可以克服 $180^\circ_y$ 脉冲不够准确的缺点,因为偶数个 $\pi$ 脉冲有补偿不准确度的功能,使误差不会积累.

## 5. 硬脉冲和软脉冲

核磁共振成像的射频场是矩形脉冲射频场,系统发射出中心频率为拉莫尔频率的射频电磁波,激发样品质子群,从而发生核磁共振效应.该电磁波并非单一频率,而是以拉莫尔频率为中心,频率具有一定宽度的频带.根据频带宽度和形状的不同,可将射频电磁波分为硬脉冲和软脉冲.硬脉冲是强而窄的脉冲,实际上是由很多频率的正弦波合成的,对应的频谱较宽,可以激发较大范围的质子,选择性差,用在波谱分析中;软脉冲是弱而宽的脉冲,对应的频谱较窄,只能激发较小进动频率范围的质子,选择性较好,用于成像中.如图12和图13所示.

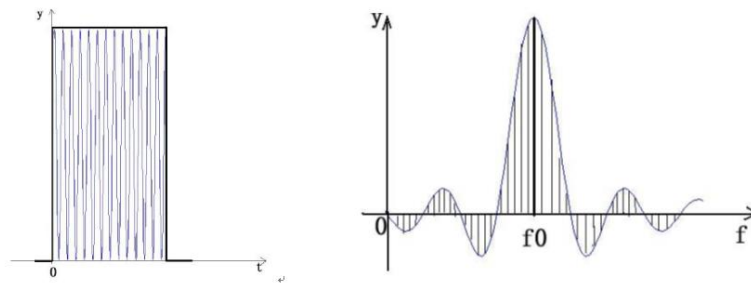


图12 (a)强而窄的硬脉冲波形(时间域) (b)硬脉冲的频谱范围,很宽(频域)

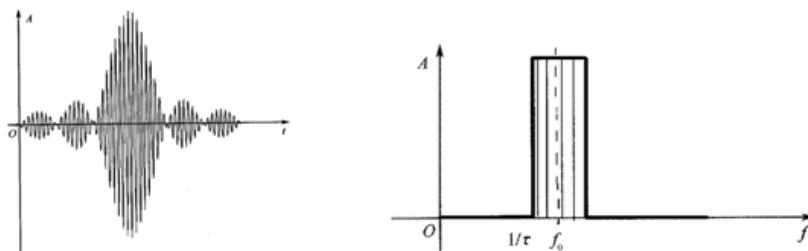


图13 (a)5个耳瓣波形的软脉冲(时间域) (b)软脉冲频谱范围,很窄(频域)

## 6. MRI 成像

### 6.1 磁共振成像过程

虽然从组织的MR信号来形成图像是一个复杂的过程.但MRI成像过程可简单地归纳如下:首先将受检部位分成若干的薄层,这些薄层称为层面,这个过程叫选片或者选层.每个层面又可以分为由许多被称为体素的小体积组成(图14).

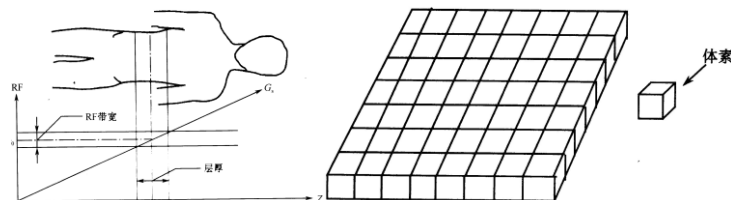


图14 选层、层面和体素

然后对每一个体素标定一个记号, 这个过程称为编码或空间定位. 进行  $MR$  信号采集. 再进行解码, 得到该层面各个体素  $MR$  信号的大小, 最后根据与层面各体素编码的对应关系, 把体素信号的大小显示在荧光屏对应的像素上. 信号大小用不同的灰度等级表示, 信号大, 像素亮度大; 信号小, 像素亮度小. 这样就可以得到一幅断层  $MRI$  像, 具体的过程如图 15 所示.

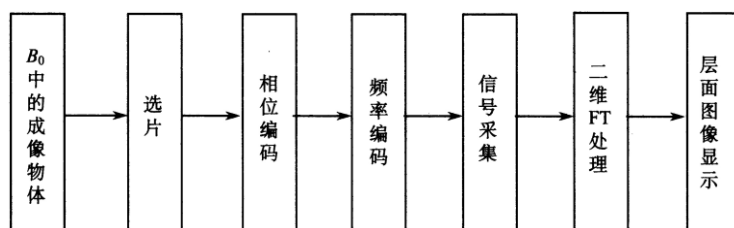


图 15 磁共振成像过程

如何进行空间定位呢: 信号源的位置信息由加入的  $x$ 、 $y$ 、 $z$  轴三个方向的线性梯度场确定. 处在外磁场  $B_0$  中的氢质子无论其在空间位置如何, 产生的磁共振的频率都相同, 如果在  $B_0$  上叠加一个梯度场, 质子的共振频率将发生变化, 由此可以确定信号源的位置, 这个过程叫做空间编码, 包括选层梯度磁场  $G_s$ 、频率编码梯度磁场  $G_f$  和相位编码梯度磁场  $G_p$ . 三者在使用时是等效的, 可以互换, 而且可以使用任意两个梯度场的线性组合来实现某一定位功能, 从而实现核磁共振的任意截面断层成像.

## 6.2 选片 层面的选择

通过线性梯度场的使用, 使每一层面的磁场不同(图 16), 那么施加不同频率的射频场, 就有不同的层面产生  $MR$  信号, 那不同的层面 1、2、3 就区分出来了.

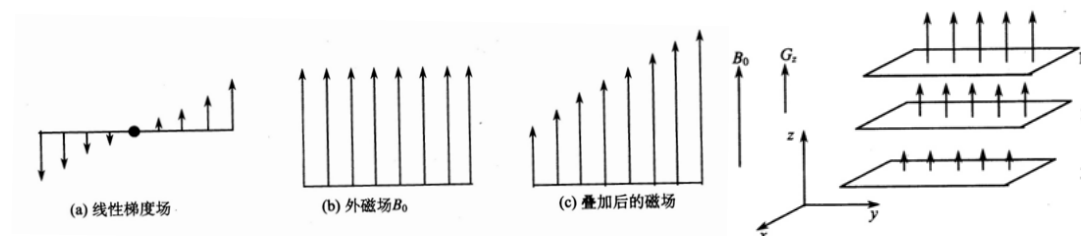


图 16 选层梯度场与外磁场的叠加

如图 17 所示, 由于共振频率  $\omega_0 = \gamma B_0$ , 对于处在磁场为  $1.54 \sim 1.56 \text{ T}$  的人体层面, 氢原子的  $\gamma = 42.6 \text{ MHz/T}$ , 如果调节射频脉冲频率范围在  $65.604 \sim 66.456 \text{ MHz}$ , 那么只有这个层面产生共振信号, 因而所成的像就是这个层面的像.

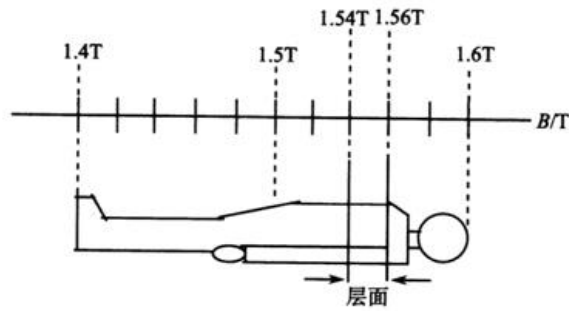


图 17 磁场与层面的对应关系

选层的厚度（即层厚）决定着图像分辨率的高低，层厚薄，同样大小矩阵的体素就小，因而分辨率会高。参见图 14 所示的层厚。层厚取决于二个因素：选层梯度的强度（即梯度场的斜率）和激励射频的频率范围。层厚与射频带宽成正相关，即射频频率范围越大，能够激发的质子层厚就越厚，反之越薄。层厚与梯度场强度反相关，选层梯度场越强，梯度斜率越大，层厚反而越薄。由于射频带宽不能轻易改变，它与其他参数是关联的。因此，临床上主要是通过改变梯度场的强度来达到不同层厚的选择。一般对于较厚的层厚，梯度场强度小，对梯度功放的负荷小。而对于较小层厚成像时，要求较大的梯度场，因此功放也要提供很大的功率输出，而梯度功放一般存在着最大输出功率，因此某型号机器在使用时一般有个极限层厚，即最小层厚的限制。选择比最小层厚还薄的层厚很容易导致梯度功放的损坏。选层的位置可以由调整射频中心频率来实现。选层梯度场要什么时刻施加呢？要与射频场同时施加，即与 90 度脉冲和 180 度脉冲同时施加。

### 6.3 相位编码 y 轴定位

利用线性梯度场可以对选出的层面进行空间定位。形成 xy 矩阵。以 3×3 的矩阵为例。在没有施加相位梯度磁场时，在均匀磁场  $B_0$  作用下，9 个体素都以频率  $\omega_0$  进动，信号的相位相同，都为  $\omega_0 t$ 。如图 18 的左侧所示。在 y 方向加上梯度场，最上面一行的磁场变大，频

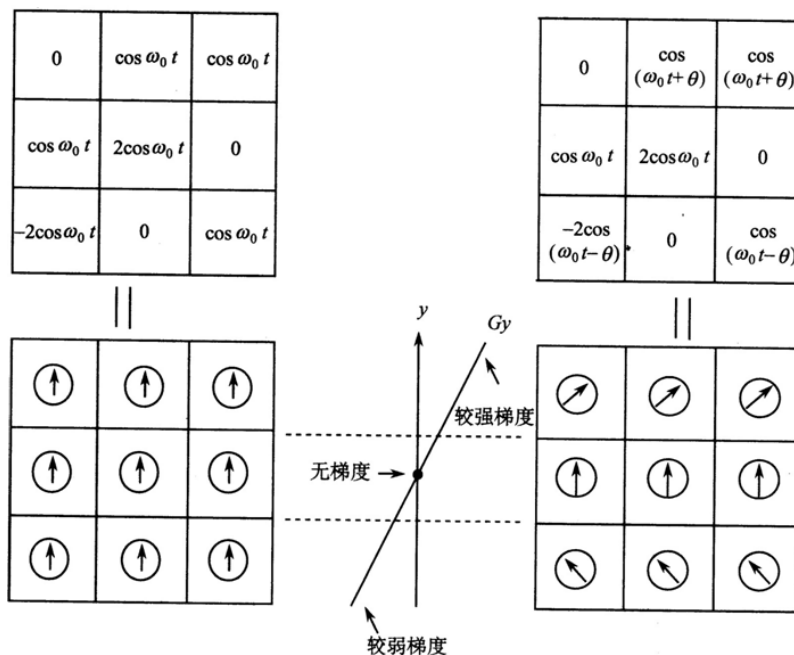


图 18 相位梯度场的作用

率变大, 从而相位变大, 表示为 $(\omega_0 t + \theta)$ ; 中间一行磁场不变, 相位不变, 还是 $\omega_0 t$ ; 最下面一行磁场变小, 频率变小, 从而相位变小, 表示为 $(\omega_0 t - \theta)$ . 如图 18 的右侧所示. 这样  $y$  轴方向三行矩阵不同的位置信息就转变为三个相位信息, 用相位来表达空间位置信息, 叫做相位编码. 相位梯度场作用时间很短, 在采样之前就关掉. 所以 9 个体素又恢复到频率 $\omega_0$ , 但是三个相位的信息保留下来了, 得以确定层面中  $y$  方向的不同位置. 在实际采集信号时, 由于采用的是二维傅里叶变换成像方法, 相位梯度场需要分别多次施加, 每次施加的相位梯度场强弱不同, 逐步改变, 每次都采集一个信号. 施加的次数和  $y$  方向的矩阵数目相同. 比如矩阵为 3 行, 就要施加 3 次; 矩阵为 256 行, 就要施加 256 次. 相位梯度场的特点见图 19.

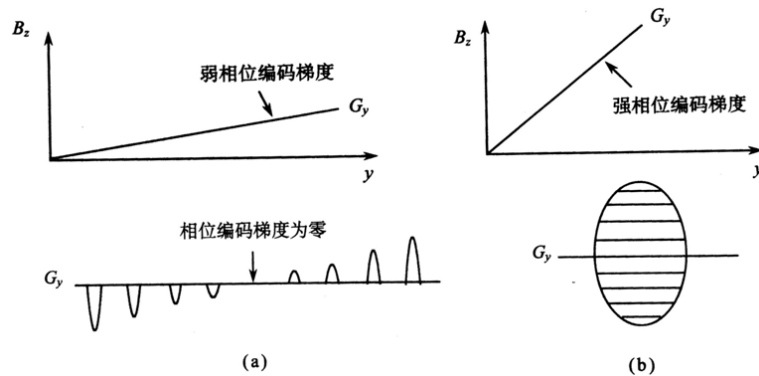


图 19 相位梯度场的不同强度及符号

#### 6.4 频率编码 $x$ 方向定位

以  $3 \times 3$  的矩阵为例, 在磁场  $B_0$  作用下, 9 个体素都以频率 $\omega_0$  进动, 但信号强度各不同, 信号的总强度为  $4\cos\omega_0 t$ , 如图 20(a)所示. 在  $x$  方向加上频率编码梯度场, 这样不同列的磁

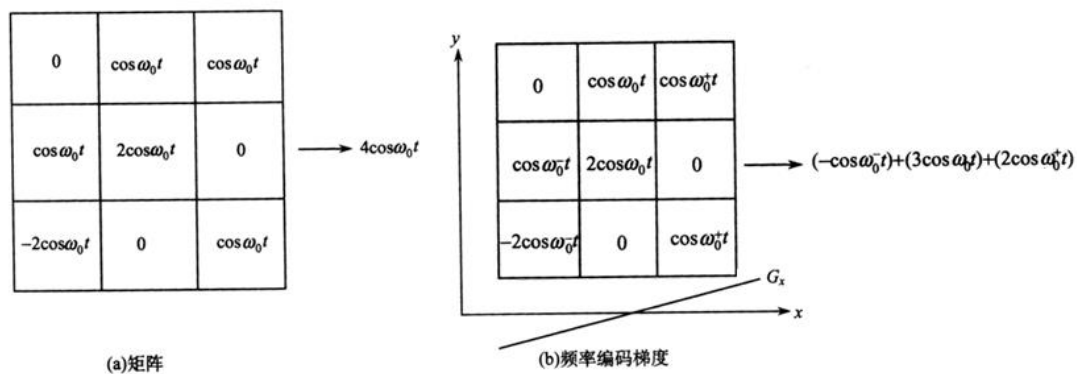


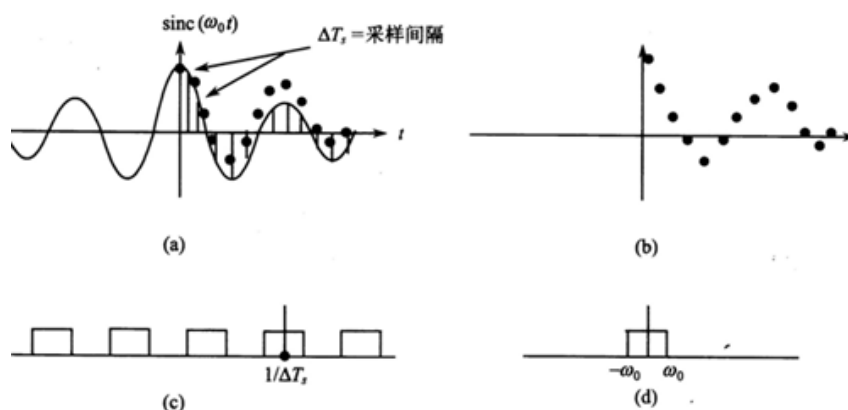
图 20 不同频率编码下, 各列的频率不同

场就不同了, 如图 20(b)所示. 最左侧一列磁场变小了, 体素进动频率也变小了, 表示为 $\omega_0^-$ ; 中间一列磁场大小不变, 体素进动频率不变, 仍为 $\omega_0$ ; 最右侧一列磁场变大了, 体素进动频率也变大了, 表示为 $\omega_0^+$ . 这样层面矩阵有 3 列, 信号有 3 个频率. 信号的总强度为  $(-\cos(\omega_0^- t) + 3\cos(\omega_0 t) + 2\cos(\omega_0^+ t))$ . 3 列矩阵用 3 个频率来表达; 256 列矩阵用 256 个频率来表达. 这样  $x$  轴的位置信息就转变频率信息. 用频率来表达空间位置信息, 叫做频率编码. 在采样的同时施加频率梯度场, 所采集到的信号中就包含了这些不同的频率成分.

经过相位编码和频率编码, 采集到的磁共振信号中包含不同的频率成分及相位信息, 我们用二维傅里叶变换来处理信号, 进行解码, 通过灰度变换, 可以得到二维断层图像.

#### 6.5 信号采集 采样点数、采样间隔和采样时间

磁共振信号是连续的模拟信号，为了让计算机处理数据，需要把模拟信号变为数字信号。要很好的反应模拟信号，采样点数要足够多。如图 21 所示，连续两个采样点之间的时间间隔称为采样间隔，用 $\Delta T_s$ 表示； $1/\Delta T_s$ 称为采样频率用 $\nu_s$ 表示。对一个信号采样所需要的时间



图(a)是接收线圈得到的 RF 信号，为 sinc 函数，需要通过采样得到图(b)的数字信号，才能被计算机接收；对图(b)信号进行傅里叶变换，会得到图(c)的一系列方波信号，每个方波的中间位置是  $1/\Delta T_s$  的倍数；但是实际的模拟信号经过傅里叶变换后应该是图(d)，只有一个方波信号，因此还需要对图(c)的信号做截断处理。

图 21 信号的采集

称为采样时间。采样频率要满足采样定理：如果 $\nu_{\max}$ 是信号内最大频率，采样频率必须至少是信号最大频率的两倍，即 $\nu_s = 1/\Delta T_s \geq 2\nu_{\max}$ 。为了便于快速傅里叶变换，采样点数一般为 2 的整数次幂，即 32、64、128、256 或者 1024 等。把采集的信号填充到层面矩阵中形成数据空间，记录在计算机中。图 22 显示采集到的 MR 信号填充到数据空间，经过采样后变为数字化的数据空间叫做 K 空间。

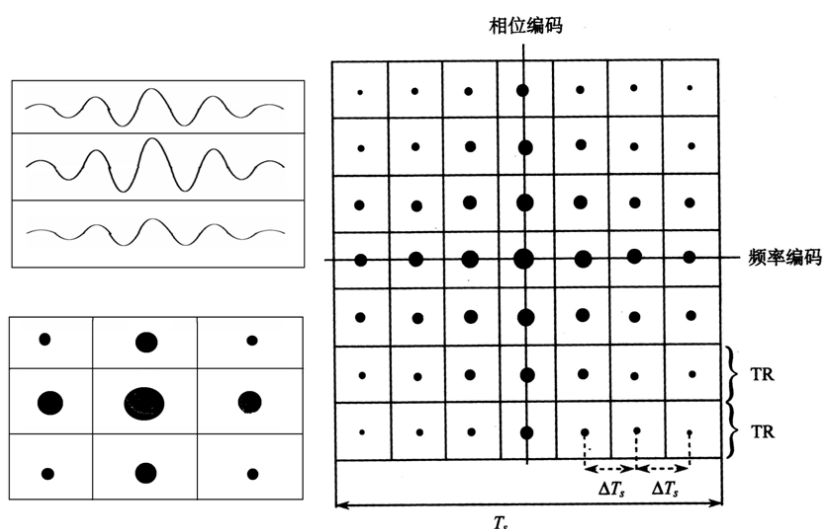


图 22  $7 \times 7$  矩阵时间域内的 K 空间

## 7. 成像周期

要得到一幅断层二维图像，需要进行多次采样。每一次信号采集就为一个周期。比如体素矩阵为  $128 \times 64$ 。频率编码数为 128，相位编码数为 64，需要采集 64 次信号，就有 64 个周期。每个周期都施加 128 步频率梯度场和一个大小不同逐步变化的相位梯度场（64 步相

位梯度场中的一步), 每次得到一个相位信息对应于同样的 128 个频率信息。同时为了提高信噪比, 我们还需要累加采集, 累积次数为 2 次、4 次等偶数的倍数。因为共振信号为相干信号, 如果累加次数为  $n$ , 那么信号强度增加  $n$  倍, 而噪声是随机信号, 噪声强度只增加  $\sqrt{n}$  倍, 则信噪比提高  $\sqrt{n}$  倍。成像周期如图 23 所示。1 个周期的时间为脉冲序列重复时间 TR,

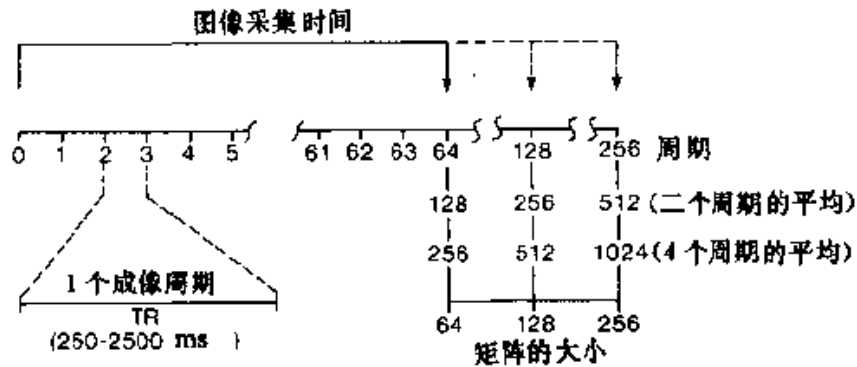


图 23 一幅二维断层图像所需要的周期个数

通常在 250-2500 ms 范围内. 相位编码数为 64 的话, 就有 64 个周期; 相位编码数为 128 的话, 就有 128 个周期; 相位编码数为 256 的话, 就有 256 个周期。累加次数分别为 2 和 4 的话, 周期还要分别翻 2 和 4 倍。

总结下来, 产生一幅图像需要几个步骤: 在一个周期内先施加 RF 脉冲和选层梯度场; 再施加相位梯度场; 检测信号并同时施加频率梯度场; 根据相位编码数 NE(number of excitation)和累加次数 NS(number of scan)做很多周期的信号采集; 储存信号和信号处理得到图像。采集信号所需要的总时间为  $TR \times NE \times NS$ 。TR 为脉冲序列重复时间, NE 为相位编码数, NS 为累加次数。



## 磁共振成像二代仪器及实验内容

二代磁共振成像实验仪器如图 1 所示。

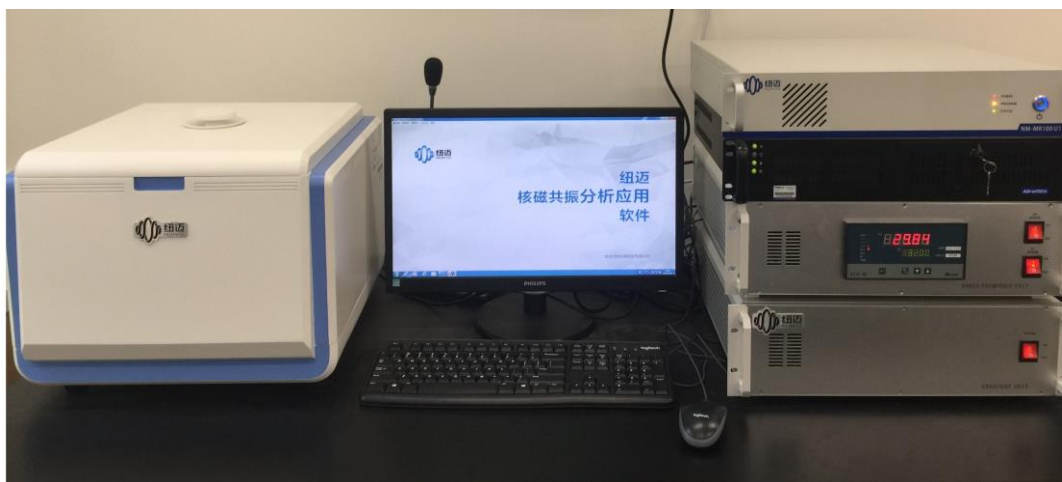


图 1 磁共振成像实验仪器

图中左侧为磁体系统（样品试管放在磁体中央）；中间为显示屏；右侧从上往下依次为谱仪系统、主机、射频单元和梯度单元。磁场由永磁铁提供，大小约为 0.5 T，磁场均匀性在 15 PPM 以下，匀场范围在 1 cm 直径的球内。为保证磁场的稳定性，永磁铁需要恒温在 32°C，程序控温表头在射频单元中显示，绿色温度为设定温度，红色为实际温度，温差要小于 0.01°C。实验样品为标准油样和芝麻，放在直径 15 mm 的试管中，样品在试管中的高度在 1.5 cm 左右，不要超过 1.5 cm，免得超出匀场空间范围，引起伪影。

磁共振成像实验仪器有两个软件，分别为“纽迈核磁共振分析应用软件”和“纽迈核磁共振成像应用软件”。**注意**两个软件不能同时使用。

**严格按照实验室告示牌中的顺序开、关机。**

### 实验内容

该实验分为两部分内容，分别使用不同软件。第一部分内容为磁共振成像基本参数和弛豫时间的测定，用“纽迈核磁共振分析应用软件”；第二部分内容为磁共振成像，用“纽迈核磁共振成像应用软件”。

#### 第一部分内容 关于磁共振基本参数及 SE 序列和弛豫时间等

首先在电脑 D 盘建立自己的文件夹。

磁共振成像有三个基本参数，也是系统参数：共振频率、90°脉冲和 180°脉冲。还有采集信号所需要的许多其他参数。这些参数都需要在硬脉冲序列（Q-FID）中测量和熟悉。

#### 一、磁共振成像基本参数的测定（注意放上样品大豆油）。测定共振频率和硬脉冲的 90°脉冲，180°脉冲。

首先打开“纽迈核磁共振分析应用软件”；启动“Default”用户，密码无。

1. 单击菜单中的“数据采集”，出现如下参数设置窗口；

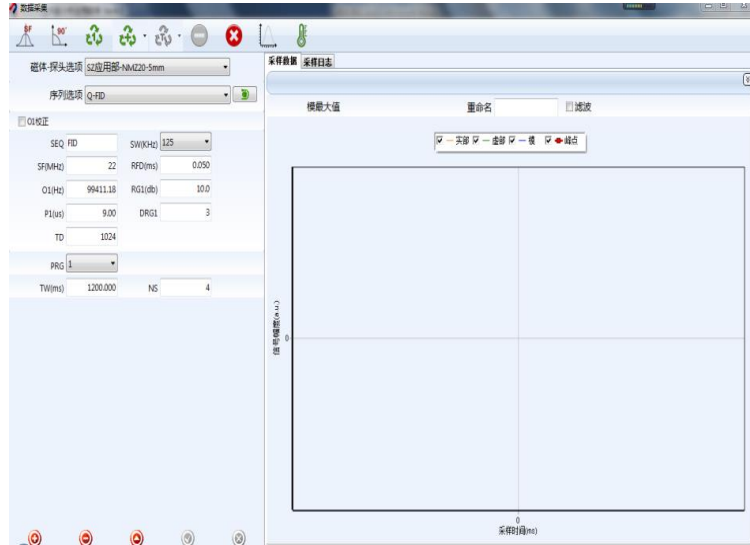


图 2 数据采集及参数设置界面

2. 在参数设置窗口中，序列选项选择 Q-FID（硬脉冲序列）；

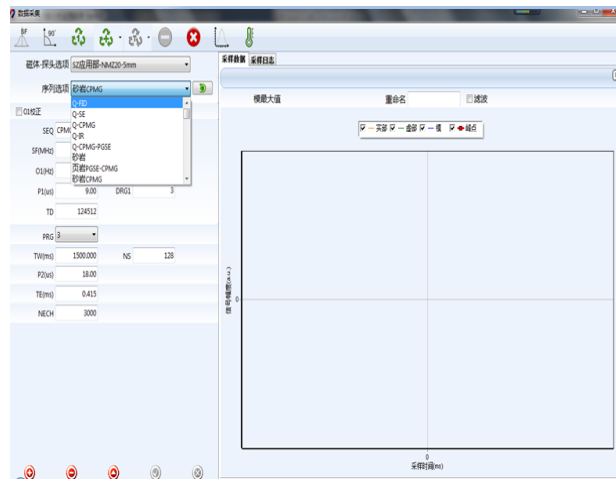


图 3 选择硬脉冲序列

3. 设置模拟增益 RG1 为 20，数字增益 DRG1 为 3，前置放大增益 PRG 为 3，射频延时 RFD 为 0.002-0.02，这个范围内都可以；

**参数更改之后，要按  标识以确认参数的更改。**

4. 单击 ，进行单次采样，大约采样 10 秒钟后，单击 ，停止采样；

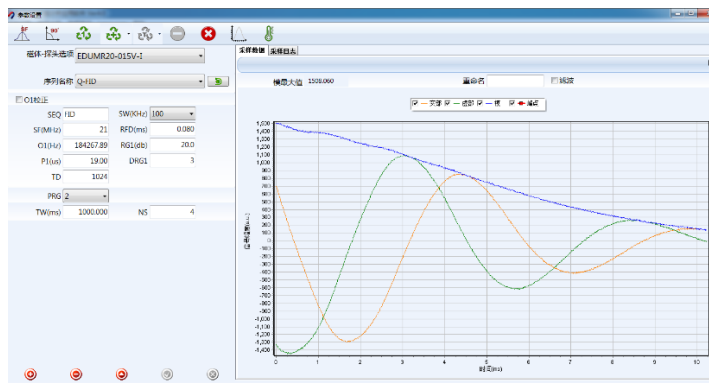



图 4 采样图像

5. 单击 ，软件将自动地寻找中心频率，即射频信号频率的主值 SF (spectrometer frequency) 加上射频信号频率的偏移量 O1(offset);

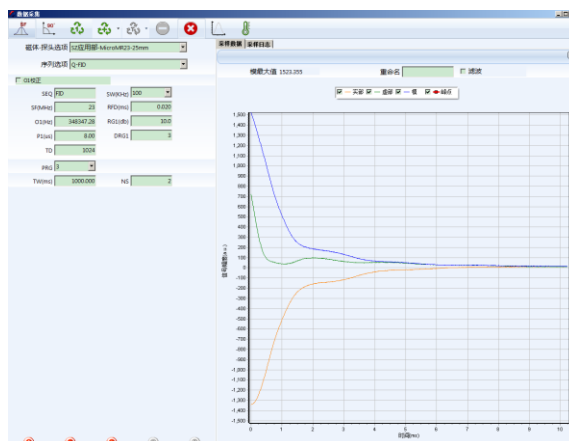



图 5 找到中心频率后的图像

6. 在实验记录本上记下共振频率值，即 SF 和 O1 的值、波形示意图，并讨论思考。

**思考内容:**

- (1) 该射频信号频率是由仪器自动获得的，你知道测量原理吗？
- (2) 共振时的图像（图 5）不同于采样时的图像（图 4），实部信号和虚部信号没有上下振荡以致于相互重叠，这是什么原因？
- (3) 请调出频率为 4 kHz 的 FID 信号. 从 FID 信号估读  $T_2^*$  的值并记录. (按鼠标左键出现信号缩放功能；或者直接按住鼠标右键水平拉或者上下拉)。

7. 单击 ，弹出脉冲参数设置框（图 6），仪器将自动寻找 90 度和 180 度脉冲；

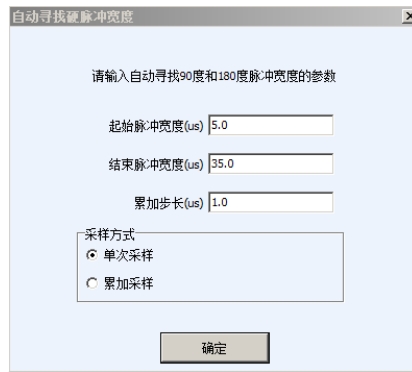


图 6 参数设置对话框

8. 可用默认值，也可适当调整脉宽搜索范围和步长，单击确定采集；

软件自动寻找结果如图 7 所示，图中波峰对应 90° 脉宽(P1)，波谷对应 180° 脉宽(P2)。若出现多个波峰或者没有波谷，说明搜索范围过大或过小，应重新调整搜索范围；

9. 软件会自动将寻找到的 90° 和 180° 脉宽值 P1 和 P2 记录在数据库中。P2 值在 FID 序列中不显示，在 SE 序列中才显示出来；

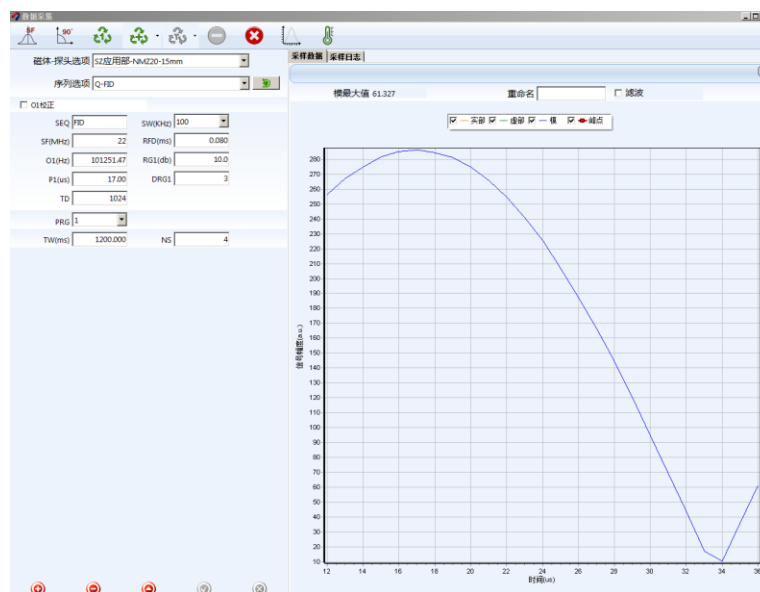


图 7 90° 和 180° 脉宽的自动寻找结果

10. 记录寻找得到的 90° 和 180° 脉宽值并讨论思考。

**思考内容：**

- (1) 90° 和 180° 脉宽值由软件自动得到的，若手动测量应如何操作？
- (2) 180° 脉宽值和 90° 脉宽值的关系如何？原因是什么？

**二、自旋回波 (Spin Echo) 的观测，学习 SE 的产生原理. 选择“Q-SE”序列.**

FID 实验虽然在设置系统参数时很有效，但是 FID 实验本身有一定的缺陷. 它的主要缺

陷在于：通过 FID 序列采样到的信号，不但会随样品的横向弛豫迅速衰减，而且还要受到磁场不均匀性的影响。而对样品成像需要一系列的步骤，需要一定时间；也需要消除磁场不均匀性的影响。因此，一种可以排除磁场不均匀性干扰而且可以控制信号强度衰减时间的脉冲序列将更为实用。SE 序列正是具有排除磁场不均匀性干扰这一性质的脉冲序列。如果在 90 度脉冲后面再加一个 180 度脉冲，就可以产生自旋回波，叫做硬脉冲回波序列。

**脉冲序列参数介绍：**硬脉冲回波序列的脉冲时序如图 8 所示。

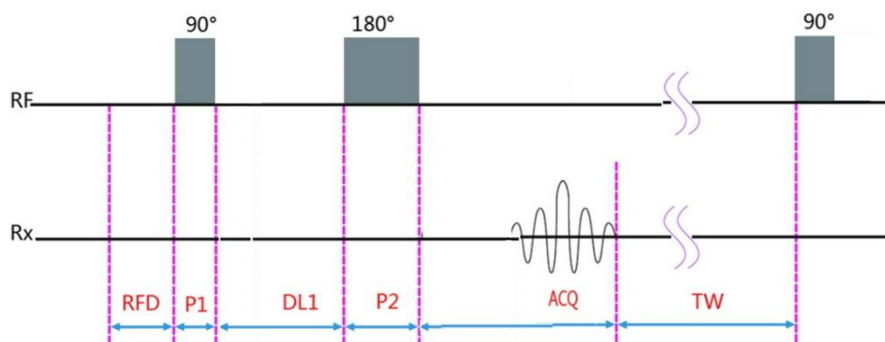


图 8 硬脉冲回波序列

P1	硬脉冲 90 度脉宽
DL1	时延，90 度脉宽结束到下一个 180 度脉宽开始的时间间隔
P2	硬脉冲 180 度脉宽
ACQ	采样时间，由采样点数 TD 和采样频率 SW 决定. $ACQ=TD/SW$ .

### 时延 DL1

DL1 是指 90 度脉冲与相邻 180 度脉冲之间的时间间隔。

改变 DL1 值可能会影响到 SE 信号的形状，这往往是由于样品内部分子间发生的自扩散和分子交换所引起的。若需要减小分子自扩散对信号的影响，则应该选择比较小的 DL1 值；若需要增大分子自扩散对信号的影响，则应该选择比较大的 DL1 值。通常在测量标准油样时，我们会选择 DL1 值在 0.03~0.05 秒之间以减小分子自扩散对信号的影响。

### 回波时间 TE (Time of Echo)


回波产生的时间为 TE (Time of Echo)，称为回波时间， $TE = 2DL1 + P2$ 。

## 2.1 实验内容 产生并观测自旋回波

1. 选择“Q-SE”序列。样品为大豆色拉油，参数可按下表设置。

参数	数值
SW	100 kHz
RFD	0.08 ms
TW	1500 ms
RG1	20
DRG1	3
PRG	2
NS	2
TE	10 ms

**注意**在硬脉冲回波实验中，TD 值为只读项，软件自动计算；

- 更改共振频率偏离 2kHz，单击  进行重复采样；
- 注意各个增益的选取，使得信号幅度大小合适；
- 观察回波波形，把波形示意图画在记录本上。分别记录不同回波时间 TE 为 5 ms, 30 ms 的 ACQ 时间，并确认  $ACQ = TD/SW$ ；
- 改变回波时间 TE 为 5 ms, 10 ms, 20 ms, 30 ms, 40ms 等其他 10 个值，直到信号幅度减小到初始值的三分之一以下，记录各个回波时间下回波信号模值的幅度，估读横向弛豫时间  $T_2$ ；
- 给出回波信号强度与回波时间的定性关系并解释。

### 三、 横向弛豫时间 $T_2$ 的测量，选择 Q-CPMG 序列

CPMG 序列是用来测量样品横向弛豫时间的重要手段之一。该序列是在施加一个 90 度射频脉冲后又施加了很多个 180 度射频脉冲。每施加一个 180 度射频脉冲都会延缓由于磁场不均匀而导致的信号衰减，并且可以在信号的回波峰点处采样到不受磁场均匀性影响的数据。因此，这样的信号采样过程只反映样品的特性而不受磁场均匀性的干扰。所得到的信号往往是符合多条指数曲线叠加规律的一条曲线，是样品中不同的横向弛豫过程的综合反应，可以得出相应的几个不同的  $T_2$  值。要求出这些  $T_2$  值，需要选择不同迭代算法，我们就利用仪器软件中自带的反演算法算出。再通过“数据查询”得到各个回波峰值信号，保存该数据，回去自己用 origin 拟合，得出  $T_2$ ，与计算机给出的  $T_2$  值做比较。

#### 脉冲序列参数介绍

CPMG 序列的脉冲时序如图 9 所示。

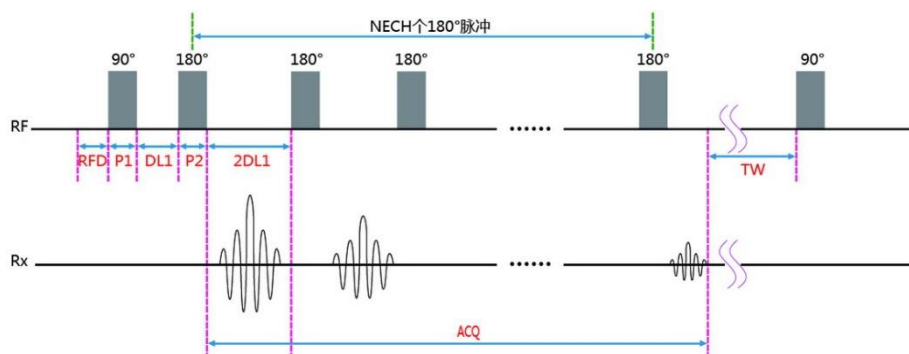


图 9 硬脉冲 CPMG 序列

P1	硬脉冲 90 度脉宽
DL1	时延，90 度脉宽结束到 180 度脉宽开始的时间，180 度脉冲结束到下一个 180 度开始为 2*DL1
P2	硬脉冲 180 度脉宽
NECH	180 度射频脉冲个数
Peaks parity	参与反演的采样点：奇数、偶数以及全部。一般选择全部参与反演

#### 回波个数 NECH

回波个数是指信号采样得到的回波数量，也是用户施加 180 度脉冲的个数。通常情况下，你需要设置足够大的回波个数使信号完全弛豫。NECH 不能太小，这样会丢失样品中的有效信息；NECH 又不能太大，这样不仅降低实验效率还会降低采样信号的信噪比。理论上，NECH 应该是使样品完全弛豫的最小回波数。在进行标准油样实验时，通常情况下我们选择 1000~2000 个回波。

#### 3.1 实验内容：测量大豆油的横向弛豫时间 $T_2$

1. 选择 Q-CPMG 序列；
2. 参考下表设置参数；

参数	数值
SW	100 kHz
RFD	0.08 ms
TW	1500 ms
RG1	20

DRG1	3
PRG	1
NS	2
TE	0.4 ms
NECH	2000



- 可以适当更改 RG1, DRG1 和 DRG1, 使信号起点处不饱和;
- 参数 TE 和 NECH 非常重要, 与样品的  $T_2$  相关; 选择合适的值, 可以多试几个值, 使曲线指数衰减并且完全弛豫;
- 单击  进行重复采样;
- 采样结束后, 数据自动保存;
- 在记录本上画出指数衰减信号示意图, 并记录相应的 TE 和 NECH 值;
- 单击  进行反演, 设置合适的反演参数 (图 10), 可以采用默认值;



图 10 反演参数框

- 反演结果如图 11 所示;

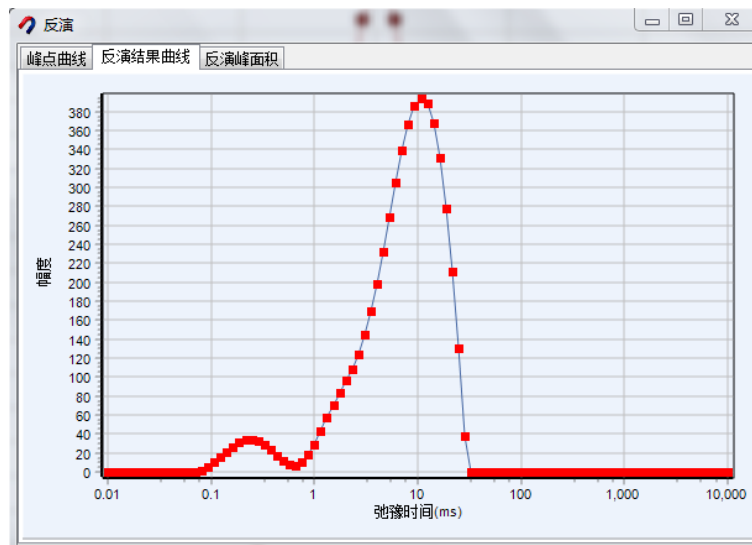


图 11 反演结果

- 查看“反演峰面积”, 峰顶的位置即是  $T_2$  值, 在实验纪录本上记下  $T_2$  值;
- 通过软件上部的“数据查询”得到各个回波峰值信号, 保存该数据, 回去自己用 origin 拟合, 得出  $T_2$ , 与计算机给出的  $T_2$  值做比较.

**注意事项:** 选取合适的回波时间 TE 和回波个数 NECH, 使信号衰减快慢合适, 并使信号衰减到接近于零.

**讨论思考:**

- 反演曲线的物理意义是什么?
- 为什么有不同的弛豫时间?

#### 四、纵向弛豫时间 $T_1$ 的测量, 选择 Q-IR 序列

样品由受激发状态到恢复平衡状态的过程，称为样品的纵向弛豫，也称作自旋-晶格弛豫，其弛豫的快慢用纵向弛豫时间  $T_1$  来表征。我们利用反转恢复(Inversion Recovery, IR)序列来测量样品的纵向弛豫时间。首先介绍 IR 序列的脉冲参数；其次给出进行  $T_1$  测量的实验步骤。

IR 序列由反转脉冲(180 度脉冲)和读出脉冲(90 度脉冲)两部分组成，具体的 IR 序列脉冲时序如图 12 所示。

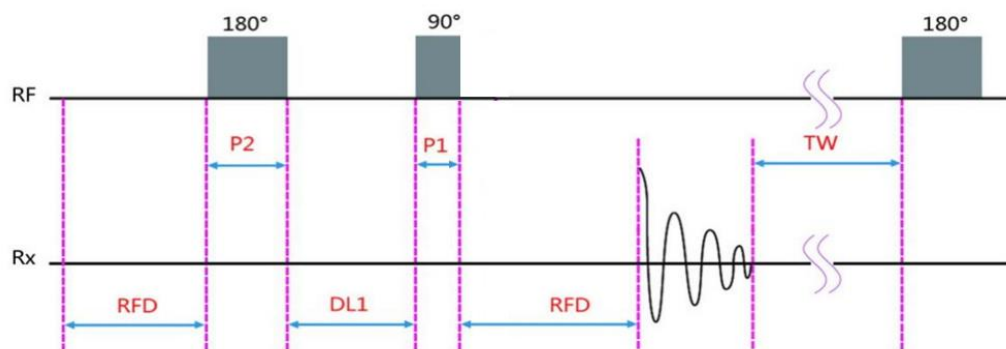


图 12 IR 序列

### 反转时间数目 NTI

NTI 来描述纵向弛豫曲线所需要的数据点数，也是 DL1 值的个数。NTI 一般应该不小于 20，并可根据弛豫曲线的平滑程度来调节 DL1 值。若弛豫曲线不够平滑应适当增大 NTI 值，但该参数不宜过大（小于 50），否则会花费相当长的实验时间。

### 时延 DL1

DL1 是指反转脉冲与读出脉冲之间的时间间隔，即 180 度脉冲与 90 度脉冲之间的时间间隔。为了测量  $T_1$ ，我们需要反复进行 IR 实验，并且每次实验都需要使用不同的 DL1 值。而每改变一次 DL1，将得到一个信号的最大幅值。我们利用不同 DL1 得到的幅值来描述样品的纵向弛豫曲线，其形状由样品的  $T_1$  值所决定。为了准确描述样品的纵向弛豫曲线，DL1 的变化范围应该从接近零的值一直到使纵向磁化矢量完全弛豫的 DL1 值。在实验中可以通过软件自动设置 DL1 值。操作步骤如下：

- (1) 在参数设置界面中单击“设置 DL1”；
- (2) 在弹出的对话框中单击“自动设置 DL1”后，按下面的“确定”；
- (3) 此时软件会根据对数布点，自动设置 DL1 值。




参数	数值
TD	1024
SW	100 KHz
RFD	0.08 $\mu$ s
TW	3000 ms
RG1	20
DRG1	3
PRG	2
NS	4
NTI	20
DL1	自动设置

图 13 设置 DL1



其中 DL1 值，也可以手动输入，在如图 13 所示的界面中，手工输入合适的 DL1 值。  
**注意：**自动设置 DL1 值中，DL1 的最大值为 TW，在设置时，可以适当增加 TW 值，使信号完全恢复，例如在油样中，最大的 DL1 可以设置为 3000 ms-5000 ms。

#### 4.1 测量大豆油的纵向弛豫时间 $T_1$

1. 选择 Q-IR 序列；
2. 参考上方表格设置参数：设置好 DL1；
3. 单击  开始采样，采样会自动停止；
4. 采样结束后，采样结果如图 14 所示，数据自动保存到数据库；**注意数据一定要饱和。**

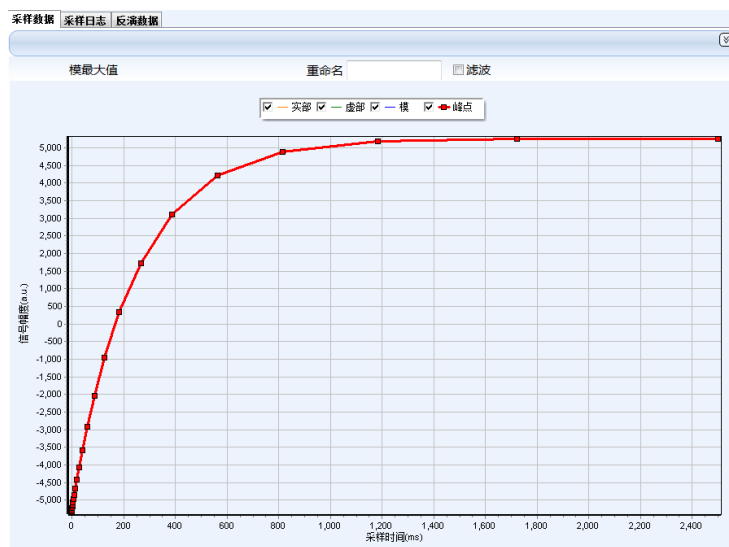



图 14 IR 序列采样结果

5. 单击反演  按钮，设置合理的反演参数；
6. 反演结果如图 15 所示；

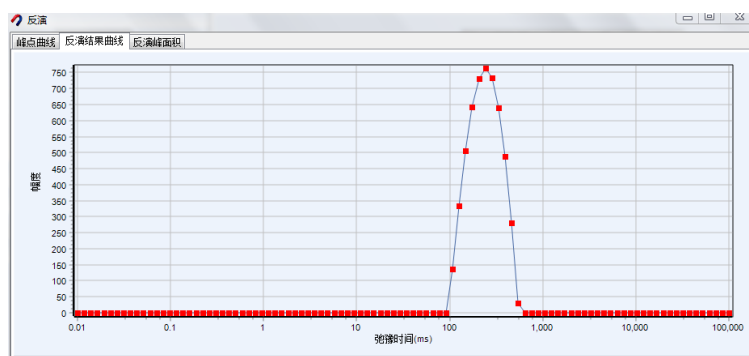


图 15 IR 反演结果

7. 在记录本上画出 IR 序列采样结果曲线示意图；参数 DL1 和 TW 及  $T_1$  测量结果；
8. 通过“数据查询”得到各个 DL1 下的信号强度，保存该数据，回去自己用 origin 拟合，得出  $T_1$ ，与计算机给出的  $T_1$  值做比较。

#### 讨论思考：

- (1) 测量  $T_1$  的原理和方法是怎样的？
- (2) 设置不同的 DL1 值的目的是什么？

## 第二部分实验内容 自旋回波序列成像

关闭“分析软件”，打开“成像软件”。软件界面如图 16 所示。

(仪器同时只允许打开一个软件)

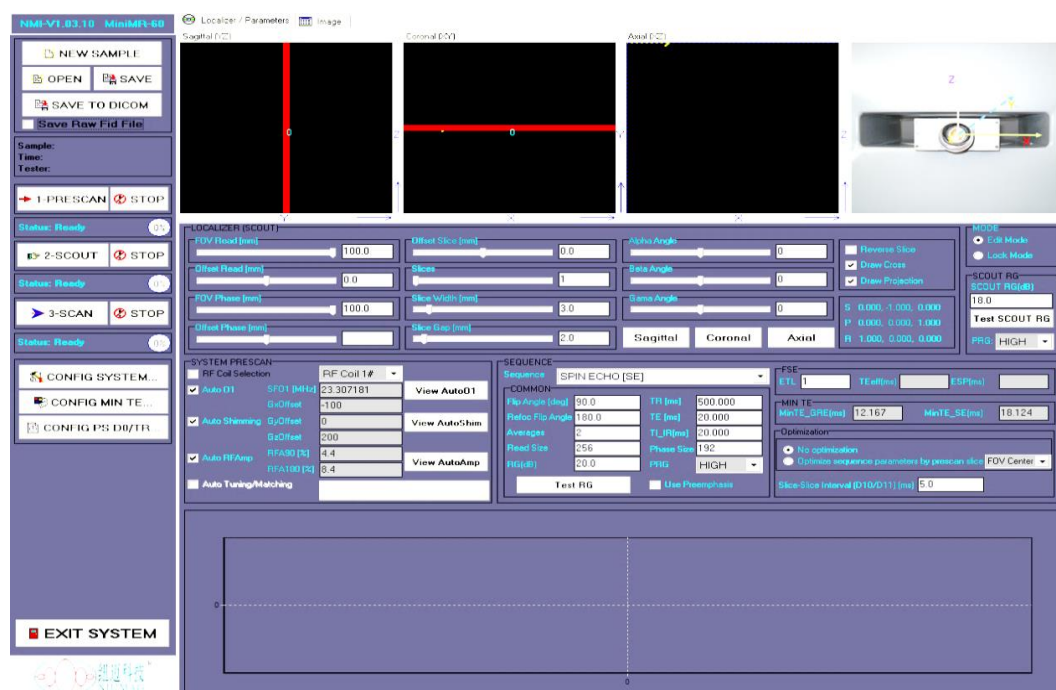


图 16 成像软件主界面

**注意：** 在采样信号期间不要点击文件打开、保存等文件处理相关操作。出于保护仪器的考虑，如果在采样期间用户进行文件相关操作，那么软件会丢失数据或者自动释放所有资源并关闭。


磁共振成像有不同的脉冲序列成像。自旋回波序列成像是最基本的成像序列，其他各种成像序列都是基于这一序列的发展。自旋回波序列成像首先需要调节三个基本参数：共振频率；软脉冲的 90 度脉冲和 180 脉冲，还包括匀场调节；其次需要设定图像参数，确定成像的具体层面数目及层面大小：层面数目 Slices、层面厚度 Slice Width、层面位置 Offset Slice、成像截面（Sagittal, Coronal, Axial），视野大小 FOV 等。

### 2.1 大豆油样品的 MRI 成像

仪器默认为自旋回波序列成像。

#### 2.1.1 调节三个基本参数（共振频率、90°脉冲、180°脉冲）及匀场

1. 确保已放入标准油样（大豆油）；

2. 单击 （左侧菜单栏的从上到下第七行按钮）；

（出现的 System Configuration 参数调节界面，如图 17 所示）



图 17 System Configuration 参数调节界面

(以下按照 Center Frequency→Manual Shimming (电子匀场) →RFamp 顺序逐一调节)

3. 先单击 **Auto Center Frequency** (参数调节界面的第一个按钮)；

仪器自动寻找共振频率，记录 SF01(MHz)的值，图 18；

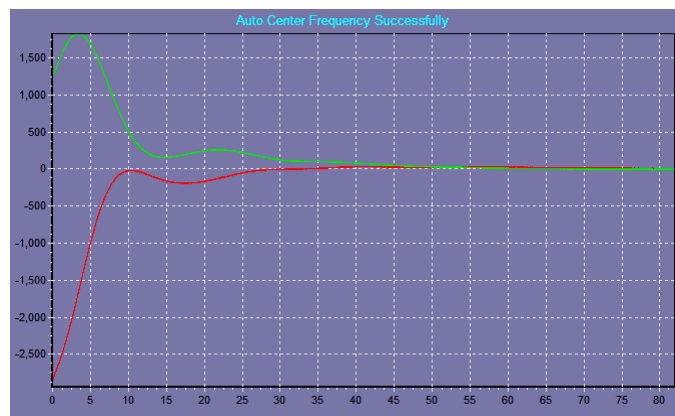


图 18 频率校正后 FID 信号，红线表示信号的实部，绿线表示信号的虚部

4. 再单击 **GS** (参数界面中的第二个按钮)；

这一步是自动电子匀场调整磁场的均匀性，图 19 和图 20；

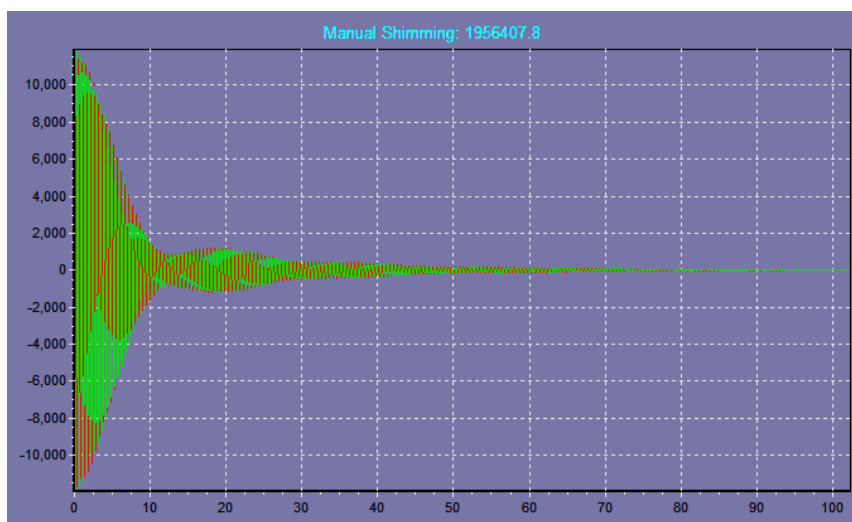


图 19 磁场不均匀时的 FID 信号

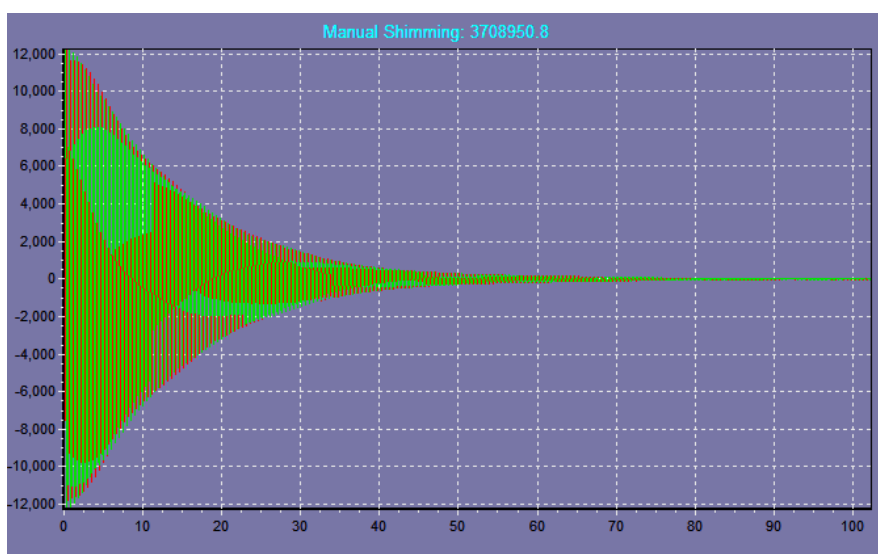


图 20 磁场均匀时的 FID 信号

图 19 中是磁场不均匀的情况，幅值的曲线不是呈指数衰减的形式；图 20 中是磁场均匀的情况，FID 信号呈指数衰减。若磁场不均匀，可手动修改 Gxoffset、Gyoffset、Gzoffset 调节（调节步长为 10，范围在原有数值基础上 $\pm 100$ ）。也可以通过观察 Manual Shimming 是否达到最大值，来判断匀场情况。记录调好的 Gxoffset、Gyoffset、Gzoffset 值。按“STOP”键停止电子匀场。

5. 最后单击 （参数界面中的第四个按钮），等待扫描结束，软件自动停止。

这一步是调节**软脉冲**的  $90^\circ$  脉冲和  $180^\circ$  脉冲的值。软脉冲调节的是信号的幅值（而前面硬脉冲调节的是脉冲宽度）；注意这里的三个参数 StartRFamp(%) 设为 0；EndRFamp(%) 设为 3；RFamp Increment(%) 设为 0.1。扫描结束得到图 21（与前面硬脉冲的一样），找出图中峰值和峰谷的位置（即  $90^\circ$  脉冲和  $180^\circ$  脉冲的值）。

## 6. 记录实验结果和波形示意图.

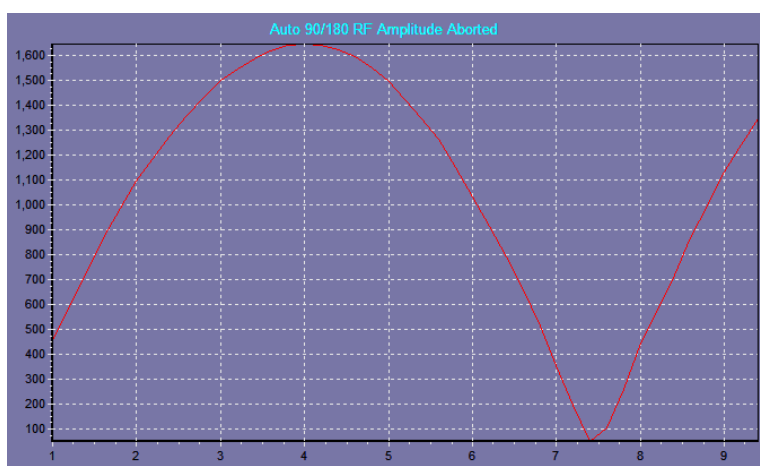


图 21 寻找软脉冲的 90°脉冲和 180°脉冲的信号显示

分析软件使用的脉冲都是硬脉冲，而成像软件使用的脉冲绝大部分都是软脉冲。硬脉冲即矩形脉冲，它的特点是激发能量大，激发的频带宽，可以使整个样品受到脉冲激发；软脉冲通常指 sinc 波脉冲，它的特点是激发能量小，激发的频带窄，只能激发样品一定厚度的某个层面。在使用硬脉冲时，通常固定其脉冲幅度，改变脉冲的脉宽来调整所需要的激发能量(倾角)；在使用软脉冲时，通常固定其脉宽，改变脉冲的幅度来调整所需要的激发能量(倾角)。例如，在自旋回波序列中，其软脉冲序列由 90°软脉冲和 180°软脉冲组成，通常设置 P1 和 P2 同时为 3200 微秒，而通过参数 RFA1 和 RFA2 来调整所需要的 90°和 180°软脉冲的射频能量。

### 2.1.2 扫描大豆油样品图像

以下按照成像的三个基本步骤1-PRESCAN；2-SCOUT；3-SCAN开始成像。

1. 单击左侧“1-Prescan”按钮，软件自动调节中心频率、电子匀场及寻找软脉冲幅度；

在表1中记录预扫描得到的数据。与前面一步记录的值比较，数值大小一样吗？在这一步中它们是如何测出来的？

2. 单击“2-Scout”按钮，软件开始预扫描。等待结束。

这一步是定位扫描，用较短的脉冲序列重复时间和较小的矩阵等小参数快速得到图像。扫描结束后会在定位像显示区出现图22所示的定位扫描图像（这一步扫描的重复时间TR（TW）一般为200 ms）。

表 1 PRESCAN 数据

SFO1(MHz)	°
Gx offset	°
Gy offset	°
Gz offset	°
RFA90(%)	°
RFA180(%)	°

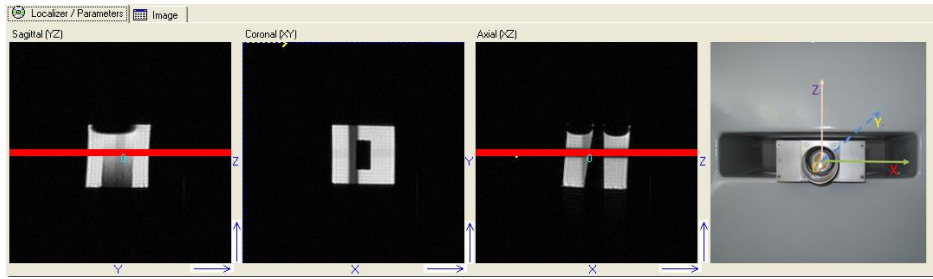


图 22 预扫描后定位像

3. 根据定位扫描图像，确定所要扫的层面及层面参数。设好参数后，单击“3-Scan”按钮，正式扫描。在“图像参数模块”中确定图像参数。如表2所示。

参数有：成像截面（Sagittal YZ, Coronal XY, Axial XZ）、层面个数（1~5层）、层面厚度（0.5~5 mm）及层面间距（0.5~5 mm）、视野大小、位置Offset Slice等参数。

表2 LOCALIZER参数设置

FOV Read(mm)	60
FOV Phase(mm)	60
Slices	4
Slice Width(mm)	2.8
Slice Gap(mm)	1.6

4. 按钮EXPORT IMAGE..., 输出并储存图像。储存在D盘自己的文件夹中。

5. 在表3中记录扫描序列数据。通过图23查到扫描带宽 Sweep Width(SW)参数的值。

表3 Sequence扫描参数数据

Averages	
TR(ms)	
TE(ms)	
Read Size	
Phase Size	
Sweep Width(SW)	

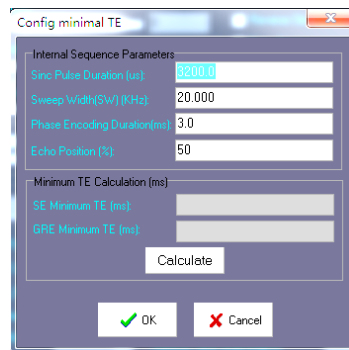


图 23 回波序列的相关参数值

6. 改变层厚Slice Width（0.5-5 mm），保持其他参量不变，重新按“3-Scan”成像。

（观察图像亮度是否有变化，并思考变化的原因）

7. 观察FOV等其他参数对图像形状的影响（选做）。比如改变FOV为30×30，观察图像大小的改变；

8. 记录实验参数和结果，给出图像的示意图。

## 2.2 芝麻样品的 MRI 成像

1. 放入芝麻样品；

2. 从第二步骤开始成像。“2-SCOUT”；“3-SCAN”，完成成像；

3. 参考表4给出的参数值选择做一个成像截面的图像. 推荐在3×3的窗口下观察图像；

改变选层厚度 Slice Width (0.5-5 mm) 为适当的值, 保持其他参数不变成像. 观察图像分辨率的变化, 说明层面厚度对分辨率的影响及原因；

4. 改变相位编码大小 Phase Size 为 64 或 128, 保持其他参数不变成像. 观察图像的变化, 说明相位编码大小对分辨率的影响及原因 (选做) .

表 4 芝麻图像参数

Slices	2
Slices Width(mm)	3.2
TR(ms)	400/500
Read Size	256
Phase Size	256/192
Averages	4

## 附录：参数的作用和意义

### 1. 增益 RG1(receiver gain), 数字增益 DRG1(digital receiver gain), 前置放大 PRG(pre-receiver gain)和射频延时 RFD(RF delay)

探测器接收的 NMR 的信号非常的小, 感应电压只有几微伏, 一般很难观察到, 所以我们需要通过各种增益来放大信号. RG1, DRG1 和 PRG 是不同阶段的放大参数. RG1 是模拟增益, RG1 的增益范围为[-3, 40] (实数). RG1 的放大倍数是:  $A = 10^{\frac{RG1}{20}}$ , 其中 A 是放大倍数. DRG1 是数字信号增益, DRG1 的增益范围为[0, 7] (整数). 如果经过模拟放大后的信号为 S, 我们在显示器上看到的信号强度为 I, 那么它们之间的关系是:  $I = 2^{DRG1-3} S$ . 如果 RG1 太大, 信号就会失真; 如果 DRG1 太大, 信号强度会超出范围, 信号强度的范围为-65535到+65535. PRG 是前置放大器增益, PRG 的增益范围为[0, 3].

RFD 是射频延时(0.002-0.5 范围内). RFD 是通过延迟 90°脉冲的施加时间来控制第一个采样点的采样时间的, 它的作用是去除所采集到的信号中射频脉冲信号的影响; 并使 FID 信号与接收机同步. 它的时间作用顺序如图 F-1 所示. 开机时刻为打开采集信号的开关 (按钮), 经过一段固定时间 (接收机的死时间) 后, 接收机 Rx 从零点“0”开始接收信号. 图 F-1 (a) 是 RFD 大于接收机的死时间, 则所接收到的信号有脉冲信号的影响, 叫做零荡信号. 图 8 (b) 是 RFD 小于接收机的死时间, 则所接收到的信号没有 RF 射频脉冲信号的影响了 (但 RFD 也不能太小, 否则采集到的信号起点就已经衰减了. 同步最好.);

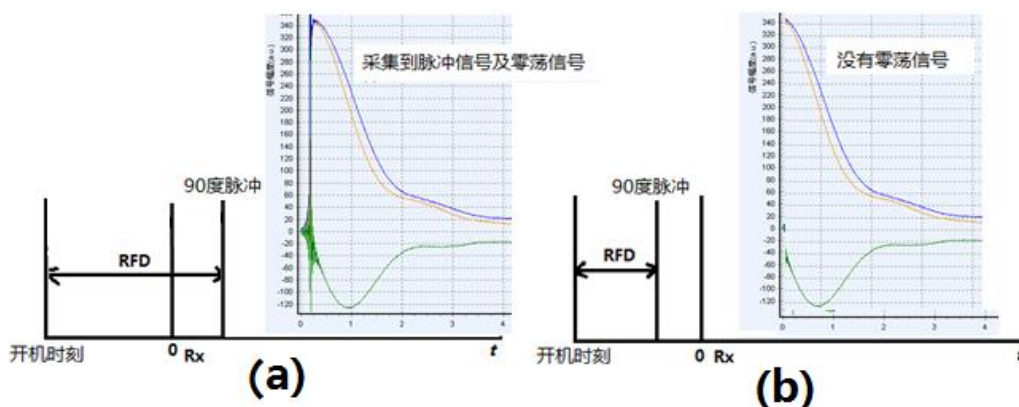


图 F-1 RFD 射频延时定义示意图

## 2. TD, SW 和 NS 及 TW

**信号采样点数 TD**, TD 是脉冲序列的采样点数, 尽可能的将 TD 设为以 2 为底的幂函数, 例如: 256, 512, 1024 等.

**接收机带宽 SW**, SW 是信号采样时, 接收机接收的信号频率范围, 俗称接收机带宽, 是以中心频率为中心的. 假设中心频率为  $a$ , SW 为  $b$ , 则接收机接收信号的频率范围是  $[a-0.5b, a+0.5b]$ . 此外, SW 还是信号的采样频率, 在非过采样条件下, 如果 SW 为 100 KHz, 那么仪器将每隔 10 微秒采集一次信号. 值得注意的是, 在大多数实验中, 最好 SW 不要小于 100 KHz, 如果 SW 太小则有可能丢掉部分该样品中的有效信号. 在设置该参数时, 请根据样品实际衰减的快慢来调节 SW 值. 通常情况下, 设置 SW 为 100 KHz. 如果发现信号弛豫速度很快(比如: 固体样品), 则应该增大 SW 为 200 KHz.

**重复采样次数 NS**, NS 是仪器进行重复采样的采样次数, 每次的采样过程都是独立的, 通常情况下, 重复采样次数应该不少于 4 次. NS 越大, 则采样信号的信噪比会越高

( $SNR \propto \sqrt{NS}$ ), 当然需要进行采样的时间也会越长. NS 的大小应该根据样品信号本身的强弱来做出判断.

**等待时间 TW (Time of Wait)**, 也叫**脉冲序列重复时间 (TR) (Time of Repeat)**, 加入射频脉冲的时候, 样品中的  $^1\text{H}$  核吸收能量; 当射频脉冲撤销的时候, 样品中的  $^1\text{H}$  核释放能量. 需要等待一段时间, 样品才能恢复到原始状态. TW 是重复采样等待时间, 具体的说是前一次采样结束到后一次采样开始的这段时间. 不同的样品等待的时间是不同的, 这是和他们释放能量的速度相关(纵向弛豫时间  $T_1$ ). 当然我们可以设置一个很长的时间, 这样可以适应于任何样品, 但是这会浪费很长的时间. 所以设置一个恰当的时间可以提高工作效率. TW 的值一般大于 5 倍的  $T_1$ .

### 实验观察 (选做):

三个放大参数的作用可以很容易的观察到. 选择 Q-FID, 调出 2kHz 的 FID 信号, 分别改变 RG1, DRG1, PRG, 观察信号的变化.



## 实验二 塞曼效应实验

19 世纪的两位伟大的物理学家——实验物理学家法拉第和理论物理学家麦克斯韦奠定了经典电磁理论的基础。法拉第除了研究电机原理、电磁感应及电解定律之外，还研究了电、磁场对光的影响。法拉第在发现了磁场能改变偏振光的偏振面的取向（法拉第效应）之后，继而研究磁场对谱线的影响，但没有成功。1896 年，荷兰著名的实验物理学家塞曼在洛伦兹学说的影响下，使用比法拉第实验中更强的磁场，研究磁场对谱线的影响，结果发现钠双线  $D_1$  和  $D_2$  都有增宽的现象。后来使用分辨率高的半径为 10 ft(英尺, 1 f t= 0.304 8 m)的罗兰光栅光谱仪观察钠火焰发出的光谱线，发现每一条变宽的 D 线实际上都是由几条单独的谱线组成，这一现象称为塞曼效应。由于研究这个效应，塞曼和洛伦兹在 1902 年共同获得诺贝尔物理学奖。它与 1845 年的法拉第效应和 1875 年的克尔效应一样，是当时实验物理学家的重要成就之一，有力地支持了光的电磁理论，使我们对物质的光谱、原子和分子的结构有了更多的了解。同时，塞曼效应与施特恩—格拉赫实验及碱金属光谱中的双线一样，有力地证明了电子自旋假设是正确的。能级的分裂是由于电子的轨道磁矩与自旋磁矩相互作用的结果。

早年把那些谱线分裂为三条而裂距（相邻两谱线的波数差）按波数计算正好等于一个洛伦兹单位( $L=eB/4\pi m_e c$ )的现象叫做正常塞曼效应。正常塞曼效应，是原子内纯电子轨道运动的塞曼效应，应用经典理论就能给予解释。实际上大多数物质的谱线在磁场中的分裂多于三条，谱线的裂距可以大于也可以小于一个洛伦兹单位，人们称这类现象为反常塞曼效应。反常塞曼效应只有用量子理论才能得到满意的解释。

在这一实验中，学生可以观察到低压汞灯的谱线在磁场中的塞曼分裂谱线，并可测定它们的裂距和偏振态。从塞曼效应的实验结果中可以得到有关能级分裂的数据，即由能级分裂的个数可以知道能级的  $J$  值，由能级的裂距可以知道  $g$  因子。因此，直到今天塞曼效应仍是研究能级结构的重要方法之一。

### 一、实验原理

#### 1. 单电子原子的总磁矩和总角动量

原子中的电子除了轨道运动之外，还有自旋运动，因此除了轨道磁矩  $\mu$  外，还有自旋磁

矩 $\mu_s$ ，它们分别与轨道角动量 $l$ 和自旋角动量 $s$ 有如下的关系：

$$\mu_l = -g_l l \frac{\mu_B}{\hbar}, \quad \mu_s = -g_s s \frac{\mu_B}{\hbar}$$

式中 $g_l$ 和 $g_s$ 分别为电子的轨道 $g$ 因子与自旋 $g$ 因子； $\mu_B$ 是波尔磁子，它是量度原子磁矩的自然单位。

$$\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e} = 0.5788 \times 10^{-4} \text{eV/T}$$

单电子原子的总磁矩应包括三个部分，即原子核的磁矩与电子的轨道磁矩和自旋磁矩，但是前者比后两者要小三个数量级，因此在下面计算总磁矩时不计入原子核的磁矩。所以，单电子的总磁矩 $\mu$ 为

$$\mu = \mu_l + \mu_s = -(g_l l + g_s s) \frac{\mu_B}{\hbar}$$

由于原子中带电粒子的轨道运动要产生磁场，它与电子自旋产生的自旋磁矩就有自旋-轨道相互作用，电子的轨道角动量 $l$ 和自旋角动量 $s$ 不断地绕总角动量旋进。

这时， $\mu_l$ 和 $\mu_s$ 也随之而绕 $j$ 旋进，结果总磁矩 $\mu$ 也绕 $j$ 旋进（图1），我们把 $\mu$ 分解成垂直于 $j$ 的分量和平行于 $j$ 的分量。在有外磁场时，由于垂直分量绕 $j$ 旋进而不断改变方向，因此与外磁场的相互作用等于零（时间平均）；而平行于 $j$ 的分量是恒定的，与外磁场有确定的相互作用。但是，当外磁场较弱时， $l$ 和 $s$ 绕 $j$ 的旋进不受影响，原子的总磁矩中实际起作用的只是平行于 $j$ 的分量，我们用 $\mu_j$ 表示这一分量，称为原子的有效磁矩，它与总角动量有如下的关系：

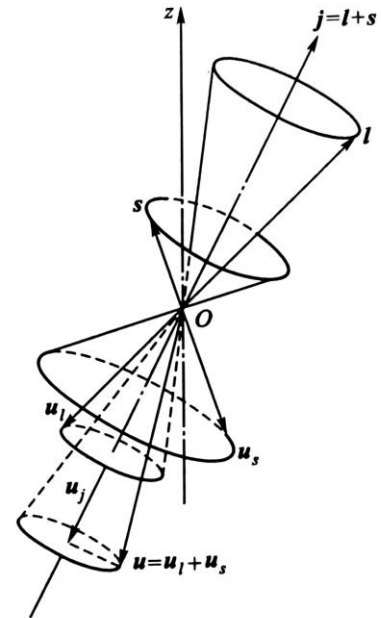


图1 单电子的总磁矩及总角动量

$$\mu_j = -g \frac{\mu_B}{\hbar} j \quad (1)$$

式中 $g$ 称为朗德 $g$ 因子，

$$g = g_l \frac{j^2 + l^2 - s^2}{2j^2} + g_s \frac{j^2 - l^2 + s^2}{2j^2}$$

以 $g_l=1$ ， $g_s=2$ 及单电子原子的 $j^2$ ， $l^2$ 和 $s^2$ 的本征值 $j(j+1)$ ， $l(l+1)$ 和 $s(s+1)$ 代入上式，即得单电子原子的 $g$ 因子为

$$g = 1 + \frac{j(j+1) - l(l+1) + s(s+1)}{2j(j+1)} \quad (2)$$

问题:

试说明出现上述塞曼效应时的外磁场为什么是属于弱磁场?

## 2. 多电子原子的总磁矩与总角动量

对于多电子原子,仍可以用(1)式的形式来表示有效磁矩与原子总角动量  $\mathbf{J}$  之间的关系:

$$\boldsymbol{\mu}_J = -g \frac{\mu_B}{\hbar} \mathbf{J} \quad (3)$$

但  $g$  因子将随角动量的不同耦合而异,以  $\mathbf{l}_i$  和  $\mathbf{s}_i$  分别表示原子中的第  $i$  个电子的轨道角动量和自旋角动量,总磁矩  $\boldsymbol{\mu}$  为

$$\boldsymbol{\mu} = -(g_1 \mathbf{l}_1 + g_s \mathbf{s}_1 + g_2 \mathbf{l}_2 + g_s \mathbf{s}_2 + \dots + g_i \mathbf{l}_i + g_s \mathbf{s}_i + \dots) \frac{\mu_B}{\hbar}$$

对于  $LS$  耦合,各电子的轨道角动量  $\mathbf{l}_i$  先合成为总轨道角动量  $\mathbf{L}$ ;各电子的自旋角动量  $\mathbf{s}_i$  也首先合成为总自旋角动量  $\mathbf{S}$ 。因此,上式可写成

$$\boldsymbol{\mu} = - (g_L \mathbf{L} + g_S \mathbf{S}) \frac{\mu_B}{\hbar} \quad (4)$$

式中  $\mathbf{L} = \sum \mathbf{l}_i$ ,  $\mathbf{S} = \sum \mathbf{s}_i$ 。由于满壳层中的电子的总轨道角动量和总自旋角动量都为零,它们对总磁矩的贡献当然也等于零,所以计算  $\mathbf{L}$  和  $\mathbf{S}$  时只需对未满壳层中的电子进行累加即可。对于多电子原子除了  $LS$  耦合外,还有  $jj$  耦合,为了简单起见,我们只讨论原子的未满壳层中只有两个电子的情况,这时有

$$\boldsymbol{\mu} = -(g_1 \mathbf{l}_1 + g_s \mathbf{s}_1 + g_2 \mathbf{l}_2 + g_s \mathbf{s}_2) \frac{\mu_B}{\hbar}$$

由于  $\mathbf{l}_1$  与  $\mathbf{s}_1$  先耦合成  $\mathbf{j}_1$ ;而  $\mathbf{l}_2$  则与  $\mathbf{s}_2$  先合成为  $\mathbf{j}_2$ ,因此

$$\boldsymbol{\mu} = - (g_1 \mathbf{j}_1 + g_2 \mathbf{j}_2) \frac{\mu_B}{\hbar}$$

式中  $\mathbf{j}_1$ ,  $g_1$  和  $\mathbf{j}_2$ ,  $g_2$  分别为第一和第二个电子的总角动量和  $g$  因子,参照(2)式即得

$$g = g_1 \frac{J(J+1) + j_1(j_1+1) - j_2(j_2+1)}{2J(J+1)} + g_2 \frac{J(J+1) - j_1(j_1+1) + j_2(j_2+1)}{2J(J+1)}$$

式中  $J$  为两个电子的总角动量量子数。

## 3. 塞曼效应

在经典电磁学中,我们知道在外磁场中的磁矩具有一附加能量  $\Delta E$ :

$$\Delta E = -\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{B}$$

这一附加能量不但与磁矩的大小有关,而且还与磁矩相对于外磁场的取向有关,故亦称为取

**向势能**，这些结论在量子力学中也是成立的。由于原子有磁矩，它在外磁场中就有附加的取向势能，同时空间有了一个从优方向，即外磁场方向。当原子状态为  $(L, S, J, M_J)$  时，这一附加能量为

$$\Delta E = \langle -\boldsymbol{\mu}_J \cdot \mathbf{B} \rangle = g \langle \mathbf{J} \cdot \mathbf{B} \rangle \frac{\mu_B}{\hbar} = g \langle J_z \cdot \mathbf{B} \rangle \frac{\mu_B}{\hbar} = g\mu_B B M_J$$

式中  $J_z = M_J \hbar$  为  $\mathbf{J}$  在  $z$  方向（即外磁场  $\mathbf{B}$  的方向）上的分量。 $M_J = J$  时， $\mathbf{J}$  的方向接近于与  $\mathbf{B}$  平行， $\boldsymbol{\mu}_J$  接近于与  $\mathbf{B}$  反平行，这时  $\Delta E > 0$ 。 $M_J = -J$  时， $\mathbf{J}$  的方向接近于与  $\mathbf{B}$  反平行， $\boldsymbol{\mu}_J$  接近于与  $\mathbf{B}$  平行，这时  $\Delta E < 0$ 。对于同一个  $J$  值。 $M_J$  可在  $-J$  和  $J$  之间取  $2J+1$  个值，即  $\Delta E$  有  $2J+1$  个不同的值。因此，无磁场时的一个能级，在磁场的作用下因具有  $2J+1$  个附加能量而分裂成  $2J+1$  个子能级，它相对于原来能级的移动为

$$\Delta E = g\mu_B B M_J$$

没有外磁场时，原子由能级  $E_f$  跃迁到  $E_i$  时发射的谱线的频率  $\nu$  为

$$h\nu = E_f - E_i$$

加上磁场  $\mathbf{B}$  后，能级  $E_f$  与  $E_i$  都发生分裂。设能级  $E_i$  的总角动量量子数、总磁量子数和  $g$  因子分别是  $J^{(i)}$ ， $M^{(i)}$  和  $g^{(i)}$ ；能级  $E_f$  的为  $J^{(f)}$ ， $M^{(f)}$  和  $g^{(f)}$ ，因此与  $E_i$  与  $E_f$  相对应的塞曼子能级的能量分别为

$$E(M_J^{(i)}) = E_i + g^{(i)}\mu_B B M_J^{(i)}$$

$$E(M_J^{(f)}) = E_f + g^{(f)}\mu_B B M_J^{(f)}$$

所以，有磁场时，在  $E(M_J^{(i)})$  与  $E(M_J^{(f)})$  之间的跃迁，发射的谱线的频率  $\nu'$  为

$$\begin{aligned} h\nu' &= E(M_J^{(f)}) - E(M_J^{(i)}) \\ &= E_f - E_i + (M_J^{(f)}g^{(f)} - M_J^{(i)}g^{(i)})\mu_B B \\ &= h\nu + (M_J^{(f)}g^{(f)} - M_J^{(i)}g^{(i)})\mu_B B \end{aligned}$$

因此，有磁场时的谱线与原谱线的频率差为

$$\nu' - \nu = (M_J^{(f)}g^{(f)} - M_J^{(i)}g^{(i)})\frac{\mu_B B}{h} \quad (5)$$

波数差  $\Delta\tilde{\nu}$  为

$$\Delta\tilde{\nu} = \frac{1}{\lambda'} - \frac{1}{\lambda} = \frac{\nu' - \nu}{c} = (M_J^{(f)}g^{(f)} - M_J^{(i)}g^{(i)})L$$

式中  $L$  为

$$L = \frac{eB}{4\pi m_e}$$

称为洛伦兹单位,  $L \approx 46.68 \text{ B/m}$ ,  $B$  的单位为 T (特斯拉)。

#### 4. 选择定则

对于多电子原子中的能级跃迁要符合如下两个选择定则:

(1)  $\Delta J = J_2 - J_1 = 0, \pm 1$ , 但  $J_1$  与  $J_2$  不能同时为零;

(2)  $\Delta M_J = M_{J2} - M_{J1} = 0, \pm 1$ ,  $J_1, J_2$  和  $M_{J1}, M_{J2}$  分别为跃迁前后的总角动量量子数和磁量子数。

当  $\Delta M_J = 0$  时, 对应的谱线称为  $\pi$  线, 谱线频率为

$$\nu_\pi = \nu + M_J^{(i)}(g^{(f)} - g^{(i)})B \frac{\mu_B}{\hbar}$$

谱线的条数则与  $M_J^{(i)}$  和  $M_J^{(f)}$  的可能值的个数  $(2J^{(i)} + 1)$  和  $(2J^{(f)} + 1)$  有关, 等于这两个数中的较小的一个。但是, 对于  $\Delta J = 0$  的跃迁, 由于  $M_J^{(i)}$  与  $M_J^{(f)}$  不能同时为零, 故是禁戒的, 因此, 沿磁场方向观察时, 看不到  $\pi$  谱线。但是在垂直于磁场的方向可以观察得到, 此时它是振动方向平行于磁场的线偏振光。

当  $\Delta M_J = M_J^{(f)} - M_J^{(i)} = +1$  时, 原子辐射后, 它沿磁场方向的角动量减小  $\hbar$ , 因此发射的光子具有沿磁场方向的角动量增加  $\hbar$ , 以保持原子和光子的整个体系的角动量守恒。由于光波的电矢量是围绕相应的光子角动量矢量的右手螺旋方向旋转, 因此沿磁场方向观察时, 看到的是电矢量绕磁场  $B$  作右手螺旋旋转的圆偏振波, 称为  $\sigma^+$  偏振波, 相应的谱线称为  $\sigma^+$  谱线, 其频率为

$$\nu_{\sigma^+} = \nu^+ (M_J^{(f)} g^{(f)} - M_J^{(i)} g^{(i)}) B \frac{\mu_B}{\hbar}$$

当  $\Delta M_J = M_J^{(f)} - M_J^{(i)} = -1$  时, 原子辐射后, 它沿磁场方向的角动量增加  $\hbar$ , 因此发射的光子具有沿磁场方向的角动量  $-\hbar$ , 它相当于电矢量绕磁场  $B$  作反右手螺旋旋转的圆偏振波, 称为  $\sigma^-$  偏振波, 相应的谱线称为  $\sigma^-$  谱线, 其频率为

$$\nu_{\sigma^-} = \nu^- (M_J^{(f)} g^{(f)} - M_J^{(i)} g^{(i)}) B \frac{\mu_B}{\hbar}$$

因此,  $\Delta M_J = \pm 1$ , 为  $\sigma$  成分, 沿磁场正向观察时,  $\Delta M = +1$  为右旋圆偏振光,  $\Delta M = -1$  为左旋圆偏振光。而垂直于磁场观察时为振动垂直于磁场的线偏振光。

问题:

为什么沿磁场方向只能观察到 $\sigma^+$ ,  $\sigma^-$ 谱线, 而在与磁场垂直的方向上却能观察到 $\sigma^+$ ,  $\sigma^-$ 和 $\pi$ 谱线?

## 二、法布里-珀罗 (Fabry - Perot, 简称为 F-P) 标准具

设  $B=1\text{ T}$  及  $\lambda=500\text{ nm}$ , 由 (5) 式得塞曼分裂谱线与原谱线的波长差和频率差为

$$\Delta\lambda\sim 0.012\text{ nm}, \Delta\nu\sim 14\text{ GHz}$$

所以我们要用高分辨率的分光仪器来测量塞曼分裂谱线。在实验中, 我们使用的是 F-P 标准具。它主要是由两块镀有高反射率膜的玻璃 (或熔凝石英) 块组成, 膜面相对与高度平行, 工作区的内表面的平整度高达 $\lambda/20$  到 $\lambda/200$ , 反射率一般约为 90% (见图 2)。

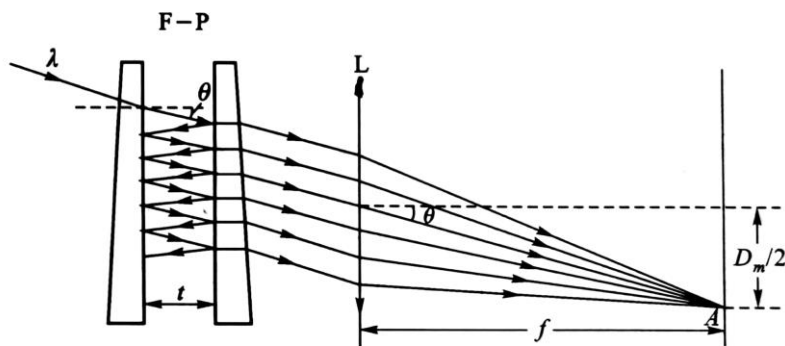


图 2 入射光在 F-P 标准具中的多次反射

当一束波长为 $\lambda$ 的平行光照射到间距为 $t$ 的 F-P 标准具时, 设入射光强及入射角分别为 $I_0$ 与 $\theta$ , 则相邻透射光束的光程差 $\Delta$ 为

$$\Delta=2nt\cos\theta \quad (6)$$

式中 $n$ 为标准具工作区介质的折射率。在下面的讨论中, 我们令 $n=1$  (空气), 则相位差 $\delta$ 为

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} 2nt\cos\theta \quad (7)$$

输出光强为极大的条件是 $\Delta=m\lambda$ , 即

$$m\lambda=2t\cos\theta$$

式中 $m$ 是正整数, 称为干涉级数。这时, 图 2 中的 A 点上的光强 $I$ 为

$$I = \frac{I_0}{1 + \frac{4R}{(1-R)^2} \sin^2 \frac{\delta}{2}} \quad (8)$$

式中 $R$ 为反射膜的反射率。

### 1. 分辨本领

设光源中有两个波长, 分别为 $\lambda$ 与 $\lambda+\Delta\lambda$ , 经 F-P 标准具后将产生两组干涉条纹, 它们

是输出光强为极大值（同级）处的相位差 $\delta_1$ 与 $\delta_2$ 分别为

$$\delta_1 = \frac{2\pi}{\lambda} 2t \cos \theta_1 \quad (9)$$

$$\delta_2 = \frac{2\pi}{\lambda + \Delta\lambda} 2t \cos \theta_2 \quad (10)$$

故由图 3 可知，两条谱线相较于半高处的 $\delta'$ 应满足

$$\sin^2 \frac{\delta'}{2} = \frac{(1-4R)^2}{4R}$$

当谱线细锐时， $\delta' \sim 0$  或  $n\pi$ ，则有

$$\delta' = \frac{(1-R)}{\sqrt{R}}$$

由于  $2\delta' = \delta_2 - \delta_1$ ，因此有

$$\delta_2 - \delta_1 = 2 \frac{(1-R)}{\sqrt{R}} \quad (11)$$

把 (9) 式和 (10) 式代入上式，当入射光近

似为平行光时，即  $\theta_1, \theta_2 \approx 0$ ，则有

$$\frac{\lambda}{\delta\lambda} = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{\sqrt{R}}{(1-R)} \quad (12)$$

其中， $\delta\lambda$ 为 F-P 标准具能分辨的最小波长差， $\lambda/\delta\lambda$ 则称为波长为 $\lambda$ 时的分辨本领。

## 2. 自由光谱范围与精细度

设入射光的波长分别为 $\lambda$ 与 $\lambda + \Delta\lambda$ ，当前者的  $m+1$  级与后者的  $m$  级重叠时，条件为

$$(m+1)\lambda = m(\lambda + \Delta\lambda)$$

我们称 $\Delta\lambda$ 为标准具自由光谱范围。它表征了标准具所允许的不同波长的干涉花纹不重叠的最大波长差。即入射波长的区间应小于 $\Delta\lambda$ ，否则将发生不同级次花纹的重叠。为了便于区别起见，我们用 $\Delta\lambda_F$ 来表示标准具自由光谱范围。当入射光近似为平行光时，则有

$$\Delta\lambda_F = \frac{\lambda}{m} = \frac{\lambda^2}{2t} \quad (13)$$

用波数表示时，自由光谱范围 $\Delta\tilde{\nu}_F$ 为

$$\Delta\tilde{\nu}_F = \frac{1}{2t} \quad (14)$$

自由光谱范围 $\Delta\lambda_F$ 与能分辨的最小波长 $\delta\lambda$ 的比值就是标准具能分辨的干涉亮条纹数（同级次）的最大值。因此，我们把它定义为标准具的精细度  $F$ ，由式 (12) 和 (13) 得

$$F = \frac{\Delta\lambda_F}{\delta\lambda} = \frac{\pi\sqrt{R}}{1-R} \quad (15)$$

精细度的物理意义是两个相邻干涉序花纹之间能够被分辨的干涉花纹的最大数目。单从 (15) 式来看，似乎只要有很高的反射率  $R \sim 1$ ，就可以有极高的分辨本领和精细度。但是，反射率

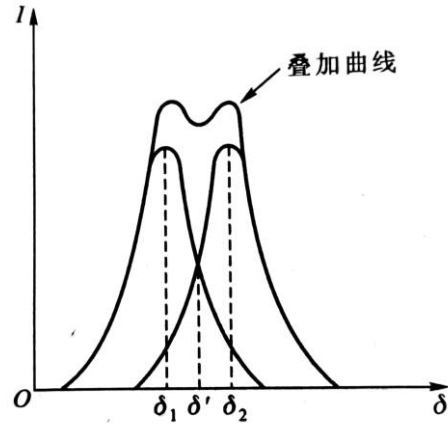


图 3 两条谱线能够分辨的判据

的上限受制于 F-P 标准具的工作区的平整度  $\lambda/M$ ，即 F-P 标准具的间隔值  $t$  是有起伏的，可以有  $\lambda/M$  的变化，这相应于光程差有  $4\pi/M$  的起伏。由 (11) 式得

$$\frac{4\pi}{M} < 2 \frac{(1-R)}{\sqrt{R}}$$

即

$$\frac{1}{M} < \frac{(1-R)}{2\pi\sqrt{R}}$$

这就是说，反射率越高，要求的平整度也越高，两者应相互匹配。

**问题：**

如果要求用间隔为 1 mm 的 F-P 干涉仪能分辨 Hg546.1 nm 绿谱线处的两根波长为 0.1 nm 的谱线，试求所需的反射率和平整度。

### 三、实验装置

我们所用的实验装置如图 4（光学部分）和图 5（气压扫描式 F-P 标准具）所示。光源（低压汞灯 3）发射的光线经聚光透镜 4 及干涉滤色片 6 后，以近似平行光的方式照射到 F-P 标准具 7，输出光经成像透镜 8 会聚，可在焦平面处通过小孔光阑 9 经光电倍增管 10 接收光信号。偏振片 5 则用于选取不同偏振态的谱线。光电倍增管接收到的光电流信号很微弱，在 nA 量级，还需要经过微电流放大器进行放大，放大到 0-5 V 的电压信号，把这个电压信号接到电脑化的 X-Y 记录仪中，再输入到电脑中。作为谱线的 Y 轴信号，表示光强大小。谱线的 X 轴信号要从气压扫描式的 F-P 标准具得到，表示干涉光的光程差。这个信号的来源及物理意义在图 5 实验装置后面介绍。

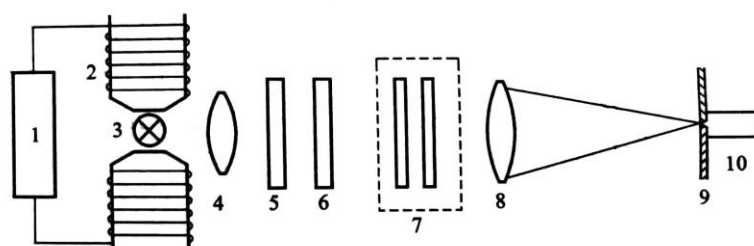


图 4 塞曼效应的实验装置图（光学部分）

- 1-直流稳压电源；2-电磁铁；3-光源；4-聚光透镜；5-偏振片；6-干涉滤光片；  
7-F-P 标准具；8-成像透镜；9-小孔光阑；10-光电倍增管

在图 4 中，光源经 4-聚光透镜  $L_1$  集光再照射到 F-P 标准具，以使标准具能得到均匀的



照明。设入射光线的波长为  $\lambda$ ，入射角为  $\theta$ ，则由前面的原理可知相邻透射光束的光程差  $\Delta$  为

$$\Delta = 2nt\cos\theta = m\lambda \quad (16)$$

入射光束经 F-P 标准具后成像在 8-成像透镜  $L_2$  的焦平面上，形成一系列直径为  $D_m$  的同心干涉圆环花纹，这是由 F-P 标准具形成的多光束干涉的不同的入射倾角光线所形成，所以叫等倾干涉圆环。要得到干涉图样，需要改变光程差。由式 (16) 知，改变  $n$ 、 $t$  和  $\theta$  都可以改变光程差。因而有不同的实验方法。我们的实验方法是固定  $t$ 、 $\theta$  而改变  $n$ 。用光电倍增管探测  $\theta$  约为 0 的亮条纹的光强。那我们就用到气压扫描式 F-P 标准具（标准具是指镜面间距  $t$  不变；如果  $t$  改变的就叫做 F-P 干涉仪）。我们用扫描的方法改变 F-P 标准具腔室内空气的折射率  $n$ 。随着  $n$  的改变，我们就可以在一点处 ( $\theta=0$ ) 测到不同干涉级次的亮条纹的光强信号。比如增压时会测到  $m$ 、 $m+1$ 、 $m+2$ ……级亮条纹；降压时会测到  $m$ 、 $m-1$ 、 $m-2$ ……级亮条纹。

### 气压扫描式的 F-P 标准具

气压扫描式 F-P 标准具的装置如图 5 所示。改变镜面间的气体的折射率  $n$  也可以改变

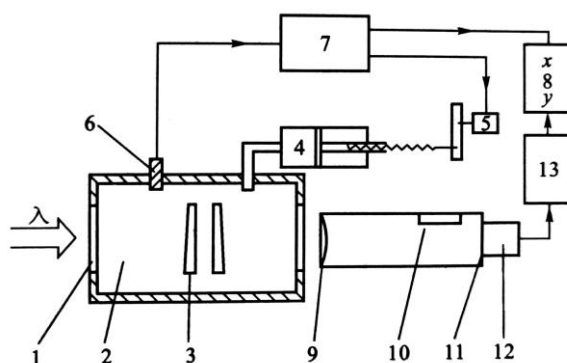


图 5 气压扫描式 F-P 标准具的装置图

- 1-直流稳压电源；2-电磁铁；3-光源；4-聚光透镜；5-偏振片；6-F-P 标准具；  
8-成像透镜；9-平面反射镜；10-读数显微镜；11-小孔光阑；12-光电倍增管

光程差  $\Delta$ 。气压扫描式 F-P 标准具就是利用这一原理设计的。它简单可靠，不破坏两镜面之间的平行度。但是，折射率随压强的变化很小，所以镜面之间的间隔要大一些。例如，设入射光的波长为 630 nm，标准具的间隔为 1 mm，镜面之间为空气，则气压增加 1 atm ( $1 \text{ atm} = 1.013 \times 10^5 \text{ Pa}$ ) 时，干涉条纹只扫过 0.93 个级次。可以有多种方法来改变标准具内的气压，但不论采用何种方案，都应保证满足下列两个要求：①标准具室内的气压改变时，气室有形变，但这一形变应不影响室内两个镜面的平整度和相互之间的平行度；②室内的温

度变化要小，因为它会改变两个镜面之间的间距。实验所用的气压扫描式 F-P 标准具的装置如图 5 所示。它用步进电机驱动封闭压缩系统，进行气压扫描；由半导体压力传感器给出与压强成正比的信号；这一电信号反馈到步进电机的控制电路，调整步进电机的步速，以保证 F-P 标准具的镜面间的光程差与气压有良好的线性变化。同时通过电路设计把气体压强变成 0-5 V 的电压信号，输入到电脑化的 X-Y 记录仪中的 X 轴，也输入到电脑中，表示光程差。这样就可以在电脑中得到 Hg 原子谱线及其塞曼效应分裂谱线。

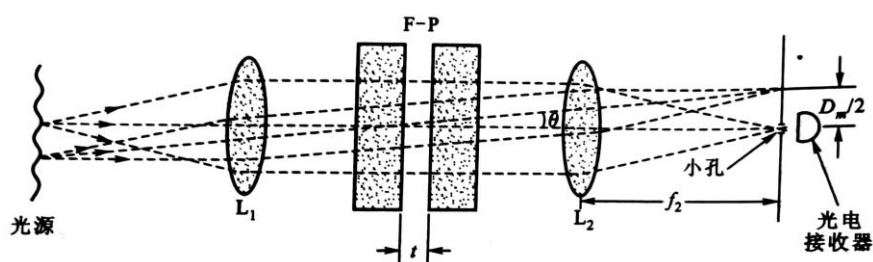


图 6 实验装置的光路图

由图 6 的光路进一步分析还可以得到

$$\cos\theta = \frac{f_2}{\sqrt{f_2^2 + (D_m/2)^2}} = \left(1 + \frac{D_m^2}{4f_2^2}\right)^{-1/2} \approx 1 - \frac{D_m^2}{8f_2^2}$$

将该式代入式 (16) (设空气折射率  $n=1$ )，即得

$$\frac{m\lambda}{2t} = 1 - \frac{D_m^2}{8f_2^2} \quad (17)$$

或

$$D_m^2 = 8f_2^2 - \frac{4\lambda f_2^2}{t} m$$

所以，干涉条纹的直径越大，干涉级次越小。那么垂直入射 ( $\theta$  角为 0) 的光线也就是同心圆环的中心干涉级次最大。干涉条纹的直径的平方  $D^2$  与其相应的级次成线性关系。因此，也可以用读数显微镜测出不同干涉圆环的半径进行实验；或者用 CCD 在电脑上得到不同干涉圆环进行实验。

**思考题：**

1. 设光电探测器前的光阑的半径为  $a$ ，试证明与此相应的分辨本领  $\lambda/\delta\lambda$  为  $2f_2^2/a^2$ 。
2. 试根据图 6，提出对透镜  $L_1$ ， $L_2$  的焦距及光学孔径的要求。

#### 四、实验内容

实验的基本内容是用 F-P 标准具观察 Hg546.1 nm 的塞曼分裂，分析谱线的偏振成分，测量塞曼分裂间隔及计算电子的荷质比。

光学实验首先要注意粗调，进行等高共轴的调节。其次 F-P 标准具的平行度直接影响仪器的分辨率。必须有足够的耐心和细心、慢慢调节到最佳状态。要高度重视。实验的具体操作可参考如下的调节步骤。

1. 对照《PS-IV 气压扫描式 F-P 标准具说明书》中实验装置图，了解实验仪器，并把实验电路连接好（注意记录仪的 Y 轴信号正、负极反向接入）。检查光电倍增管高压是否处于关的位置。加高压前，应检查光电倍增管是否处于弱光状态，针孔管筒上的观察窗是否关好了。
2. 开启汞灯，调节各光学元件，使其中心与磁场中心位置等高（先不放偏振片）。注意任何时候，不得触摸光学元件的表面。（对于电磁铁的仪器，调节  $L_1$  的位置，使照射到 F-P 上的光为平行光。）
3. 调节 F-P 标准具的平行度。方法请参考《PS-IV 气压扫描 F-P 标准具说明书》中的两种调节方法。观察同心圆环移动时，可加上磁场，提高精度。实验室标准具的平行度已经基本上调好，只需作细微调整。调整时要注意，应使调节旋钮调到适中。如压得太紧，易使精密平面产生弯曲；如太松，机械稳定性会下降。长久不用时，宜把标准具的调节旋钮放松（顺时针旋到底）。
4. 装上光电倍增管，用自准直的方法调整同心圆环中心，使其落到针孔上。拉出铜栓，在观察窗口可看到黄色点光源及几个反射光点，调节仰俯螺丝和左右螺丝，使最亮的反射光点和点光源重合。
5. 关闭观察窗，推入铜栓。开启气压扫描控制器、微电流放大器及光电倍增管电源（倍增管电压取 -600 V~800 V）。注意“扫描-停止”开关，除扫描时放在“扫描”外，其他时间应放在停止位置，以免控制器过热。

6. 打开电脑和 TF（腾飞）电脑化记录仪程序，及记录仪开关。X 轴信号量程选择 5000 mV，Y 轴信号量程开始选择 5000 mV，后面视信号大小而调整。

7. 在  $B = 0$  条件下，扫描记录曲线，图 7。

8. 加上磁场，扫描记录 5461 Å 谱线的 Zeeman 分裂曲线（9 条），如图 8 所示，有能级分裂示意图，9 条谱线图，还有  $\sigma$ ， $\pi$  偏振态谱线

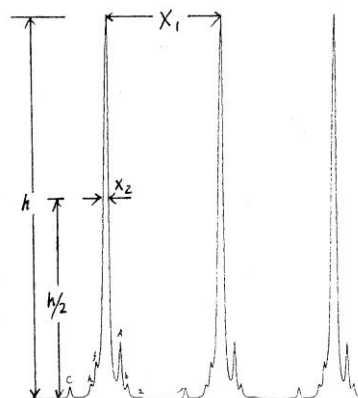


图 7 汞 5461 Å 谱线  
要求精细度  $X_1/X_2 > 15$

图。这 9 条线的裂距是相等的，为  $1/2$  个洛伦兹单位。各子谱的相对强度是不相等的，差别很大。图中  $L_1$  对应于自由光谱范围  $\Delta\tilde{\nu}_F = 1/2nt$ ， $L_2$  对应于 Zeeman 分裂  $\Delta\tilde{\nu}$ ，（由于分裂为等间距， $L_2$  可取平均值），经过一定推导可以得到

$$\frac{\Delta\tilde{\nu}}{\Delta\tilde{\nu}_F} = \frac{L_2}{L_1}$$

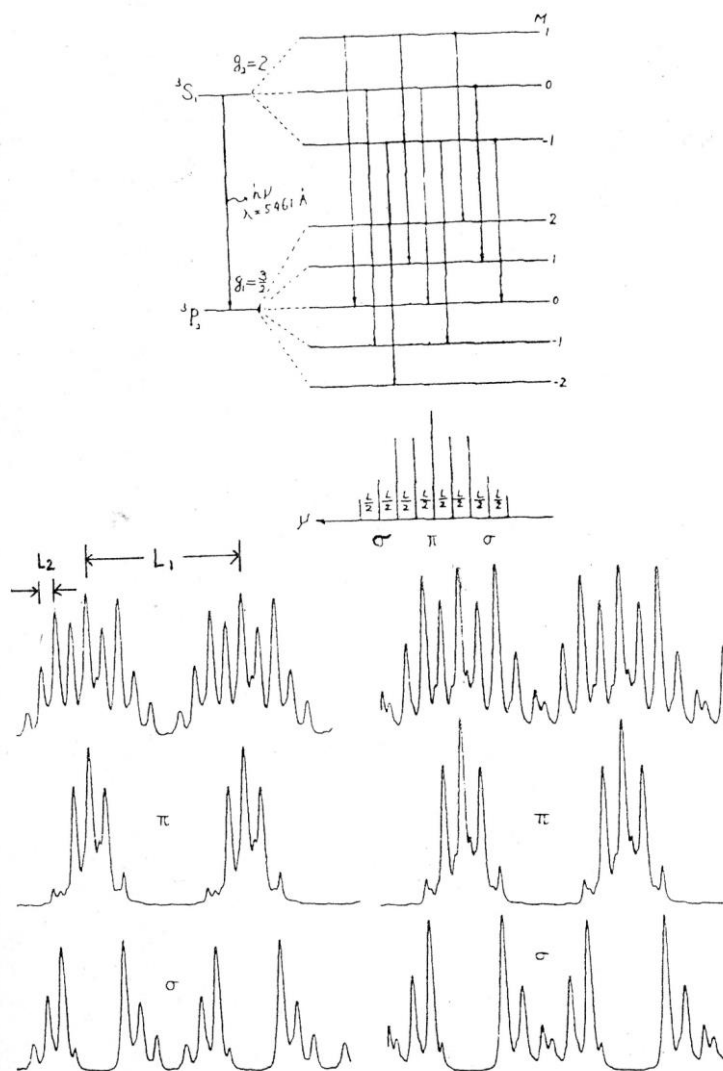


图 8 汞原子能级及汞 5461 Å 塞曼分裂谱线，有能级分裂示意图，9 条谱线图，还有  $\sigma$ ， $\pi$  偏振态谱线图

9. 测量磁场  $B$  (用高斯计, 1 T 左右) 并计算  $\Delta\tilde{\nu}$ ，记录有关实验条件。计算电子荷质比  $e/m$ ，与理论值比较，计算相对误差，并分析误差来源。

10. 偏振态的观察。加上偏振片，选择水平方向和垂直方向，扫描记录汞 5461 Å Zeeman 分裂  $\pi$  成份和  $\sigma$  成份曲线。

11. 选做分析：

(1) 确定产生 Hg546.1 nm 谱线的跃迁能级及它的塞曼分裂谱线的相应能级的量子数与  $g$  因

子(参见参考资料[3]);

(2)由  $B=0$  时的 Hg546.1 nm 谱线的轮廓, 计算谱线宽度;

(3)设光源温度为 500 K, 由此产生的多普勒展宽为多少?

## 五、实验资料

### 1. 标准具镜片平行度的调整方法

F-P 标准具的两块镜片是用一个固定的隔圈相隔, 然后装在支架上, 在一片镜片的背后有三只弹簧压紧螺丝, 用以微调两片平面镜的平行度, 顺时针方向转动螺丝时, 将在这一方向上增大镜片之间的距离。从上面的讨论可知, 两镜面之间的平行度的要求是很高的, 因此实验时应仔细调整, 方法如下:

用单色光照明标准具, 可以观察到一套同心干涉圆环。当眼睛向下移动时(圆环向上移动, 因为成像透镜使图像倒立), 如果看到干涉圆环从中心“冒出来”, 或中心处的圆环向外扩大, 这表明两镜面在上方的间距偏

大(为什么? 参看图 9, 在 A、B 处的入射光与 AB 面的法线方向的夹角相同), 应逆时针方向转动上方的弹簧压紧螺丝, 缩小上方的间距; 反之, 则应顺时针方向转动上方的弹簧压紧螺丝。依次在三个弹簧压紧螺丝的方向

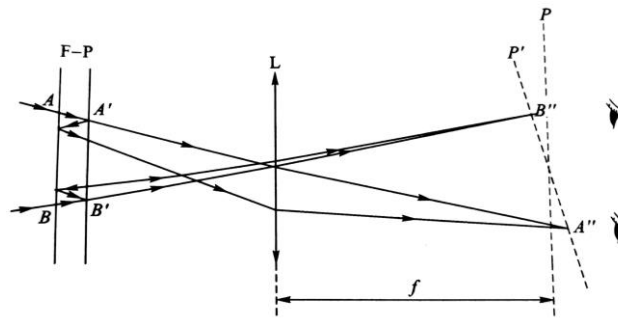


图 9 调整 F-P 标准具时的光路图

上, 按上法反复调整, 直到干涉圆环不随眼睛的移动而变化。我们也可以根据观察屏上的干涉条纹的清晰度判断 F-P 标准具的平行度。在图 7 中, 两镜面在 A 处的间距小于 B 处, 所以从 AA'方向入射的单色光经 F-P 后的透射光为一组发散光, 经透镜会聚后成像于 A''; 从 BB'方向入射的单色光, 其透射光则为一组会聚光, 经透镜聚于 B''。这样, 整个干涉条纹成像于 P'平面上。用与光轴垂直的观察屏观察时, 不能同时看清全部干涉条纹。观察屏前、后移动时, 才能依次看清各个干涉条纹, 由此可以判断应调节哪一个弹簧压紧螺丝。

### 2. 谱线的线宽

发射谱线的宽度与相应的两个跃迁能级的宽度有关。设高能态的平均寿命与宽度分别为  $\tau$  和  $\Delta E$ , 而低能态的平均寿命很长, 即能级的宽度远比高能级的窄(例如基态), 则由测不准关系可得

$$\Delta E \cdot \tau \sim \hbar$$

即

$$\Delta\nu \cdot \tau \sim \frac{1}{2\pi}$$

$\Delta\nu$  称为发射谱线的自然线宽。设高能级上的平均寿命  $\sim 10^{-8}$  s, 则谱线宽度  $\Delta\nu \sim 1.6 \times 10^7$ 。

当入射波长为 600 nm 时, 即入射光的频率  $\sim 5 \times 10^{14}$  /s, 则有

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{\Delta\nu}{\nu} \sim 3 \times 10^{-8}$$

但是, 实验中观察到的谱线的线宽都远大于它的自然线宽, 因为上面讨论的原子是处于静止、孤立的状态, 而气体放电时发射的谱线的宽度就与气体的温度、压强等因素有关, 这时气体原子不停地运动和相互碰撞, 使谱线展宽: 多普勒展宽与碰撞展宽, 下面分别讨论之。

### 2.1 多普勒展宽

气体中的原子的运动是无规则的, 设有一原子以速度  $v$  向观察者方向运动 (设观察方向为  $x$  方向), 则多普勒频移为

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} = \frac{v_x}{c}$$

根据能量均分定律, 在温度为  $T$  的气体中的原子的平均动能  $E$  为

$$E = \frac{1}{2} m (v_x^2 + v_y^2 + v_z^2) = \frac{3}{2} kT$$

式中  $m$  为原子的质量,  $k$  为玻尔兹曼常数及  $T$  为气体的温度。由于原子的运动, 实验中观察到的谱线的线宽都远大于它的自然线宽。因为原子的运动是无规则的, 所以  $v_x^2 = v_y^2 = v_z^2$ 。于是,

$$v_x = \sqrt{\frac{kT}{m}}$$

多普勒展宽为

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} = \frac{1}{c} \sqrt{\frac{kT}{m}}$$

式中  $T$  和  $m$  的单位分别为 K 和 kg。计算时我们可以令  $m \approx Am_p$ , 其中的  $A$  为原子的原子量,  $m_p$  为质子的质量, 则有

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} = 3 \times 10^{-7} \sqrt{\frac{T}{A}}$$

### 2.2 碰撞展宽

原子间的碰撞也会导致谱线的展宽。由于原子在碰撞时是不发射的, 因此它的有效平均寿命等于两次相继碰撞之间的时间间隔  $\tau$ , 所以, 谱线除了有一自然线宽外, 有效平均寿命

也使谱线展宽  $\Delta\omega$ :

$$\Delta\omega = 2\pi\Delta\nu = 1/\tau$$

即

$$\Delta\nu = \frac{1}{2\pi\tau}$$

设气体中的原子的平均速率为  $v$ ，原子的密度为  $n$  及原子半径为  $r$ ，则有效平均寿命  $\tau$  为

$$\tau = \frac{1}{4\pi r^2 n v}$$

因此，原子间的碰撞导致的谱线展宽  $\Delta\nu$  为

$$\Delta\nu = \frac{1}{2\pi\tau} = 2r^2 n v = 3.7 \times 10^9 \times p \sqrt{\frac{1}{AT}}$$

式中  $A$  为气体原子的原子量， $p$  和  $T$  分别为气体的压强（单位为 atm）和温度（单位为 K），以及以玻尔半径作为原子半径。

#### 参考资料

1. 戴乐山、戴道宣. 近代物理实验，第二版。北京：高等教育出版社，2006。
2. 郑广垣. 近代物理学. 上册. 上海：复旦大学出版社，1991
3. 杨福家. 原子物理学. 第2版，北京：高等教育出版社，1990
4. Flores J M. Amer. Determination of the quantum numbers for the levels of the 5 461 Å line in Hg. J. Phys. , 1963, 31:181~183
5. Condon E U, Shortley G H. The theory of atomic spectra. New York: Cambridge University Press, 1979
6. Meissner K H. J. O. S. A., 1941, 31:405
7. C·坎恩达勒. 近代干涉仪. 周雄豪译. 上海：上海科学技术出版社，1959

## 实验三 四极杆质谱仪实验

### ——四极杆质谱实验简要说明



图1 实验装置图

#### 实验介绍

质谱仪是一类根据带电粒子在电磁场中能够偏转的原理，按物质原子、分子或分子碎片的质量差异进行分离并检测其强度来作定量分析的一类仪器。第一台质谱仪是英国科学家 Francis William Aston 于 1919 年制成的。

质谱仪以离子源、质量分析器和离子检测器为核心。离子源是使试样分子在高真空条件下离子化的装置。电离后的分子因接受了过多的能量会进一步碎裂成较小质量的多种碎片离子和中性粒子。它们在加速电场作用下获取具有相同能量的平均动能而进入质量分析器。质量分析器是将同时进入其中的不同质量的离子，按质荷比  $m/e$  大小分离的装置。分离后的离子依次进入离子检测器，采集放大离子信号，经计算机处理，绘制成质谱图。离子源、质量分析器和离子检测器都各有多种类型。

四级杆质谱仪的质量分析器由四根杆状电极组成，两对电极之间施加交变射频场，在一定频率的射频电压与直流电压作用下，只允许一定质荷比的离子通过四极分析器而到达接收器。这种分析器又称四极杆滤质器。

本实验利用四极杆质谱实验系统对真空室剩余气体，以及其他标准样品的质谱分析，熟悉配套真空系统的使用方法，并对四极杆质谱分辨率等问题进行深入了解。

#### 实验内容

学习真空系统的基本操作；



学习使用四极杆质谱：

剩余气体成分分析：

空气是一种混合气体，但某种抽真空的泵对不同气体的抽速是不一样的，所以，在不同气压条件下去测量真空中剩余气体的成分，我们得到的气体各种成分的比例是不同的；

更进一步，我们可以对照用不同的真空泵获得的真空的剩余气体的成分也有差别；

抽真空时对腔体进行烘烤有利于更快地实现高真空，是否进行烘烤，最终的剩余气体成分也会有差别；

未知气体的成分测定：

注入未知样品的气体，通过四极杆质谱仪分析其组成。

系统检漏：如果真空系统密封有瑕疵或者管道破裂，会导致真空系统达不到目标的真空度，这时候需要通过检漏找到泄露位置；具体做法是通过在管壁和密封的怀疑点喷洒如氦气或者酒精等信号物质，在四极杆质谱中寻找信号物质的踪迹，从而找到泄漏点。

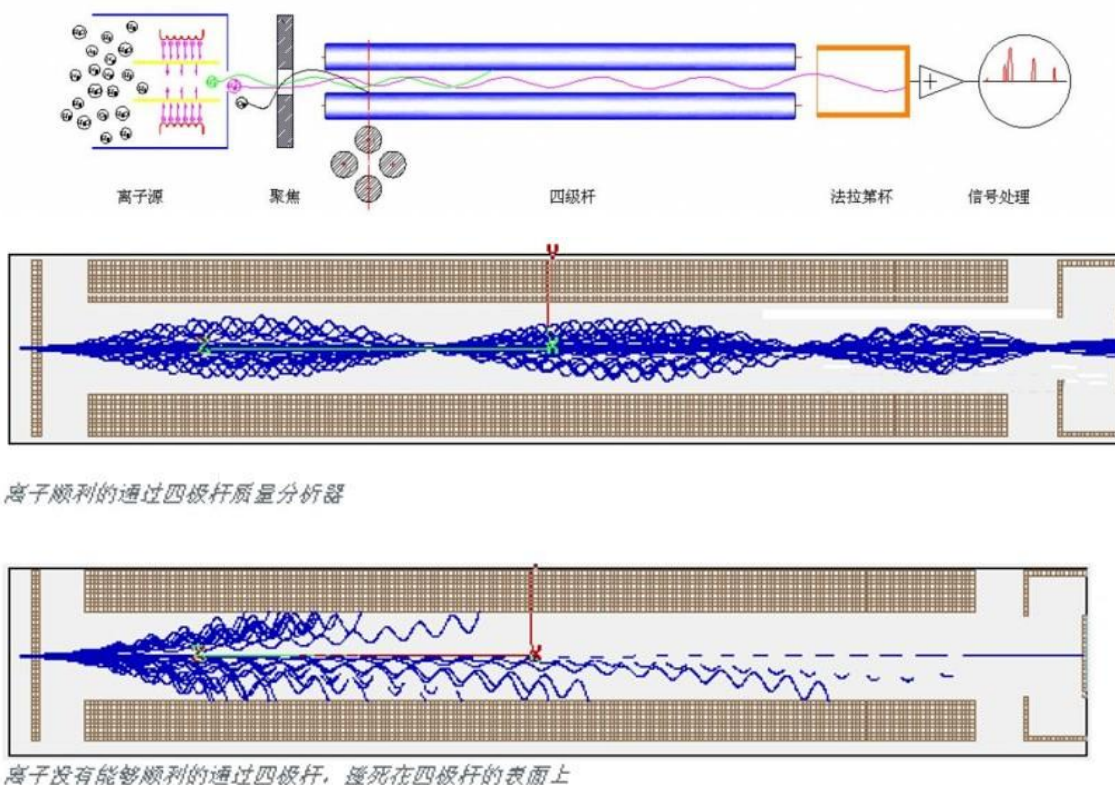
研究影响四极杆质谱分辨率的因素：

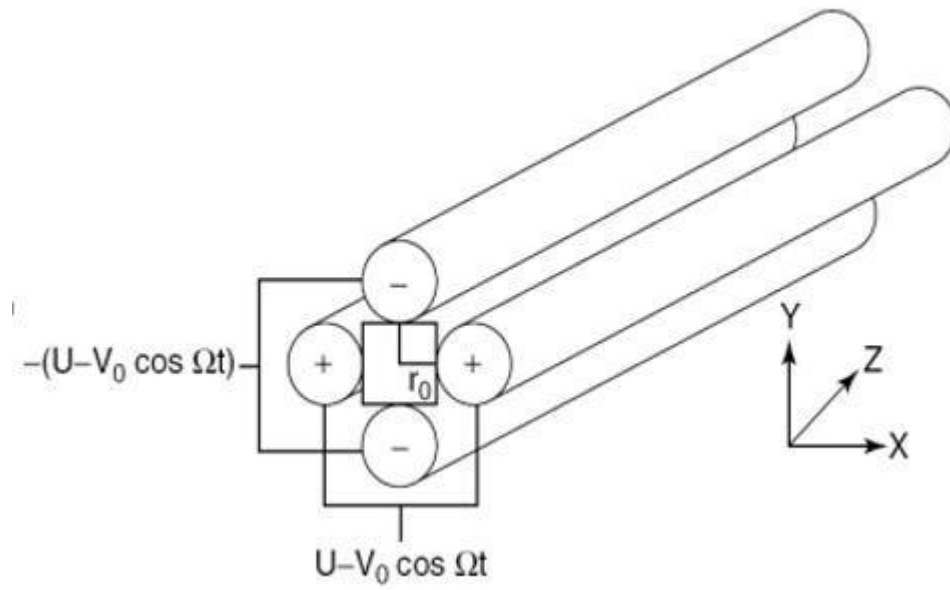
作为教学专用的四极杆质谱系统，它提供了四极杆上所加电压信号的直流成分与交流成分比例系数的调节，改变上述系数，会影响四极杆质谱的分辨率，实验时可以测量不同条件下的质谱分辨率；

研究电离分支比：改变热灯丝的加速电压，测量电子能量不同时，有机分子（如乙醇等）的电离分支比；

探索其他相关的实验内容：如：我们还可以改变电子透镜上所加的电场，以初步明白电子透镜的工作原理。

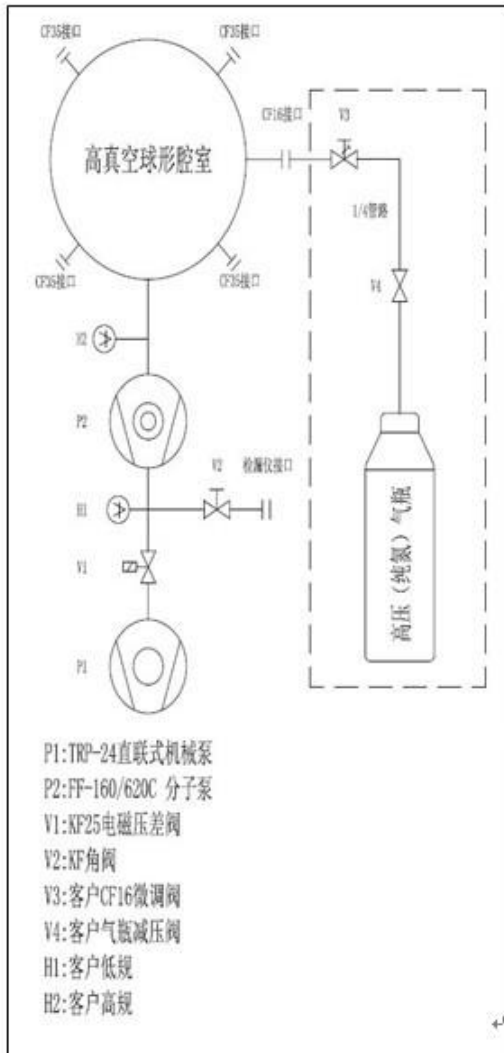
四极杆质谱原理





参见 实验网站上 唐漪波同学论文 [tangyibo.pdf](http://tangyibo.pdf) 7-14 页  
<http://phylab.fudan.edu.cn/doku.php?id=exp:quadrupole-ms:start>

## 复旦高真空实验系统真空操作说明



### 操作流程

- 1、接上总电源线，安装好分子泵水冷管路。
- 2、打开总电源开关，打开现场水冷阀门开关，观察水流指示器，水流正常。
- 3、关闭阀门 V2、V3。
- 4、打开机械泵 P1 开关（阀门 V1 连锁自动打开），打开真空计（高规切换至手动模式）。
- 5、真空度低于 20Pa 时，开启分子泵 P2，分子泵转速达到 10000 转时手动点亮真空计高规。
- 6、系统关闭顺序：
  - ①关闭分子泵 P2；
  - ②当分子泵停止转动后，关闭机械泵 P1 及真空计；
  - ③关闭总电源。



# 实验四 X 光系列实验

## ——X 光的吸收、吸收边和 Moseley 定律等

1895 年德国科学家伦琴 (W. K. Roentgen) 发现 X 光, 是人类揭开研究微观世界序幕的“三大发现”之一 (另两大发现分别是 1896 年法国贝克勒尔发现放射性和 1897 年英国汤姆逊发现电子), X 光管的制成, 则被誉为人造光源史上的第二次大革命 (第一次是电灯的制成, 第三次是激光的出现)。X 光也叫 X 射线, 它在医学 (如 X 光诊断)、工业 (如 X 光探伤)、材料科学 (如 X 光分析)、天文学 (如 X 光望远镜)、生物学 (如 X 光显微镜) 等方面的应用十分广泛。本实验要求初步了解 X 光的产生、特性、X 光与物质的相互作用以及 X 光的应用。

### 实验要求:

以“预习问题”为基础, 掌握有关的基础知识 (包括查阅有关的参考资料), 了解实验方法, 了解一些基本操作;

完成实验内容, 并根据实验进度, 选做“选做内容”, 思考与实验内容有关的“讨论”问题;

认真进行数据分析, 比较各种数据处理方法的优缺点;

认真撰写实验报告, 其中必须包含对实验结果的分析、讨论和部分思考题选答。

### 预习问题:

什么是 X 光? X 光的发射谱有哪些成分? 它们分别是如何产生的? 本实验中使用的 X 光管的靶 (也称阳极) 是什么材料? 其特征谱是什么波长? 对应的能量是多少?

GM 计数管是如何工作的? 如果入射 X 光的强度太高 (已超出其线性响应区), 计数管的计数率随入射 X 光强度的增大可能会有什么样的变化? 为什么?

X 光成像是什么原理? 该如何实现? 图像中为什么会有亮暗对比?

什么是布拉格衍射? 有什么应用?

材料对 X 光的吸收系数的大小跟哪些参数有关?

什么是吸收边? 如何在透射谱上确定吸收边的位置?

如何选择 X 光的波长?

什么是轫致辐射的最短波长? 如何用实验方法获得 X 光管的某个高压 (加速电压) 对应的轫致辐射最短波长?

了解发现 X 射线的历史。X 光有哪些应用? 它们分别是利用 X 光的什么性质?

### 基础知识

波长在  $10^{-8}\text{m}$  到  $10^{-11}\text{m}$  范围的电磁波称为 X 光。当高速运动的电子和原子相碰撞时, 一般都能发射 X 光。如果高速电子与原子中的内层电子相互作用, 使其跃迁到外层 (称为激发) 甚至脱离原子的束缚 (称为电离), 从而在原子的内层形成空位。这

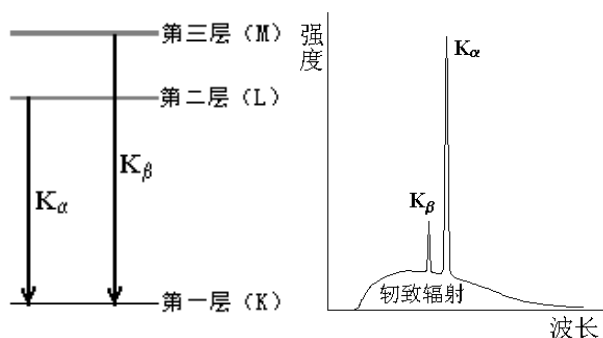


图 1a. 铜的能级图

图 1b. 铜的 X 光发射光谱图

时，外层电子就会向内层跃迁，以填补空位，并发出波长较短的光子，通常为 X 光。例如，对本实验中所用的 X 光管的靶材钨，当其原子的第一层（K 层）电子被激发或电离后，其第二、第三层（L、M 层等）电子就会向第一层跃迁，如图 1a 所示。此时发出波长在  $7.11 \times 10^{-2} \text{ nm}$  附近（K 线）和  $6.32 \times 10^{-2} \text{ nm}$  附近（K 线）的 X 光。这类 X 光在光谱图上表现为窄线（如图 1b 中两尖峰所示），故称为“线光谱”，这种线光谱反映了该物质（钨）的特性，也称为“X 射线特征光谱”。此外，高速电子接近原子核时，原子核会使它偏转并产生电磁辐射，这种辐射也在 X 光的范围，称为“轫致辐射”，它的能量分布是连续的，在光谱图上表现为很宽的光谱带，称为“连续谱”（如图 1b 中的宽带曲线所示）。

由于 X 光有很强的穿透能力，且不同的材料对 X 光有不同的吸收，因而可以用来透视密封在容器内的物体（如机场安检处的行李检查设备）；也可以用来透视人体的骨骼或病变（如医院里的 X 光诊断仪）。

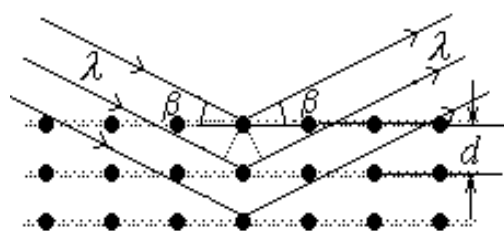


图 2 X 光在晶体上的反射

由于 X 光的波长与固体中原子的间距有相近的数量级，因此 X 光成为研究晶体微观结构的有力工具。在晶体中，各原子按一定规律整齐的排列着，形成一个个“晶面”，如图 2 所示。各晶面间的距离，称为“晶面间距”，它是

反映晶体结构特性的重要指标。1913 年，英国科学家布拉格父子（W. H. Bragg 和 W. L. Bragg）证明：当 X 光以  $\beta$  角射入晶体时，仅当它的波长  $\lambda$  与晶面间距  $d$  满足如下关系时

$$2d \sin \beta = k\lambda, \quad k = 1, 2, 3, \dots \quad (1)$$

才能在反射角等于入射角的方向上获得很大的反射率。（1）式就称为布拉格公式。他们父子因此同获 1915 年的诺贝尔物理学奖。（布拉格公式可以从光的干涉原理来理解：如图 2 所示，一束波长为  $\lambda$  的 X 光以掠射角  $\beta$  入射，在反射角等于入射角的方向上，各晶面反射光的光程差均为  $2d \sin \beta$ ，当满足布拉格公式时，各反射光都同相位，因而它们相干的结果，合成光强达到极大。）

根据布拉格公式，既可以利用已知的晶体（ $d$  已知）通过测量  $\beta$  角来研究未知 X 光的波长，也可以利用已知 X 光（ $\lambda$  已知）来测量未知晶体的晶面间距。

### 实验仪器

本实验使用的 X 射线实验仪如图 3 所示。它的正面装有两扇铅玻璃门，既可看清楚 X 光管和实验装置的工作状况，又保证人身不受到 X 射线的危害。A0 是一个按钮，按下它，就可向左移开右边的铅玻璃门。此时 X 光管上的高压立即断开，保证了人身安全。

该装置分为三个工作区：中间是 X 光管，右边是实验区，左边是监控区。

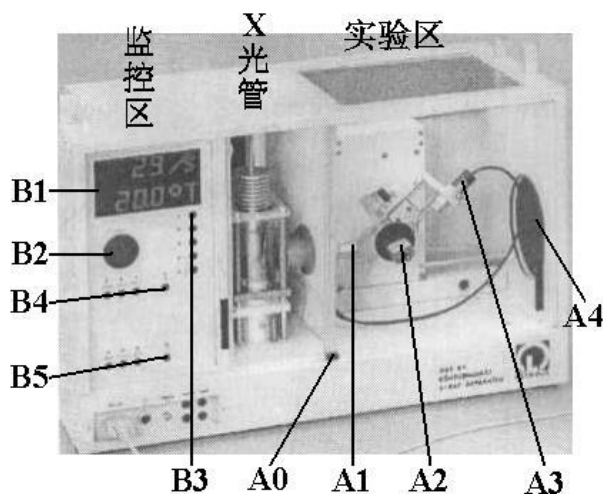


图 3 X 射线实验仪

X 光管的结构如图 4 所示。它是一个抽成高真空的石英管，其下面(1)是接地的电子发射极，通电加热后可发射电子；上面(2)是钨靶，工作时加以几万伏的高压。电子在高压作用下轰击钨原子而产生 X 光，钨靶呈斜面，以利于 X 光向水平方向射出。(3)是铜块，用以散热。(4)是管脚。

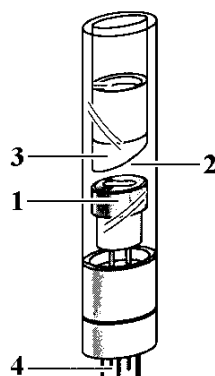


图 4 X 光管

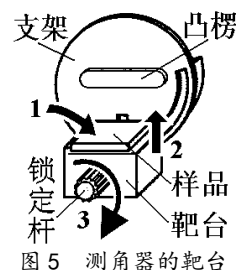


图 5 测角器的靶台

右边的实验区可安排各种实验。

A1 是 X 光的出口，为了使出射的

X 光成为一个近似平行的细光束，可在它上面加一个光阑（光缝）。

A2 是安放晶体样品的靶台，安装样品的方法如图 5 所示：1、把样品（晶片）轻轻放在靶台上，向前推到底；2、将靶台轻轻向上抬起，使样品被支架上的凸楞压住；3、顺时针方向轻轻转动锁定杆，锁定靶台。

A3 是用来探测 X 光强度的传感器（GM 计数管）。在其线性工作区，它所测得的计数  $R$  与 X 光的强度成正比。根据统计规律，X 光的强度为  $R \pm \sqrt{R}$ ，其相对不确定度为

$\sqrt{R}/R = 1/\sqrt{R}$ ，故计数  $R$  越大相对不确定度越小。因此，延长每次测量的持续时间，从而增大总强度计数  $R$ ，有利于减少计数的相对不确定度。

A2 和 A3 都可以转动，并可通过测角器分别测出它们的转角。

A4 是荧光屏，它是一块表面涂有荧光物质的圆形铅玻璃平板，平时外面有一块盖板遮住，以免环境光太亮而损坏荧光物质；让 X 光打在荧光屏上，打开盖板，即可在屏的右侧外面直接看到 X 光的荧光，但因荧光较弱，此观察应在暗室中进行。

左边的监控区包括电源和各种控制装置，如图 6 所示。

B1 是液晶显示区，它分上下两行，通常情况下，上行显示传感器的计数  $R$ ，下行显示工作参数。

B2 是个大旋钮，各参数都由它来调节和设置。

B3 有五个设置按键，由它确定 B2 所调节和设置的对象。这五个按键是： $U...$ 设置 X 光管上所加的高压值（最大为 35 KV）； $I...$ 设置 X 光管内的电流值（最大为 1 mA）； $t...$ 设置每次测量的持续时间（通常取 3 s~10 s）； $\beta...$ 设置自动测量时测角器每次转动的角度，即角步幅（通常取最小值  $0.1^\circ$ ）；

$-LIMIT...$ 在选定扫描模式后，设置自动测量时测角器的扫描范围，即上限角与下限角：第一次按此键时，显示器上出现“↓”符号，此时可利用 B2 选择下限角（例如取  $3^\circ$ ）；第二次按此键时，显示器上出现“↑”符号，此时可利用 B2 选择上限角（例如取  $40^\circ$ ）。（此即设定自动扫描范围为  $3^\circ \sim 40^\circ$ ）。

B4 有三个扫描模式选择按键和一个归零按键。三个扫描模式按键是：SENSOR...传感器扫描模式，按下此键时，可利用 B2 手动旋转传感器的位置，也可用  $\beta-LIMIT$  设置自动扫描时传感器的上限角与下限角，显示器的下行此时显示传感器的角位置；TARGET...靶台扫描模式，按下此键时，可利用 B2 手动旋转靶台的位置，也可

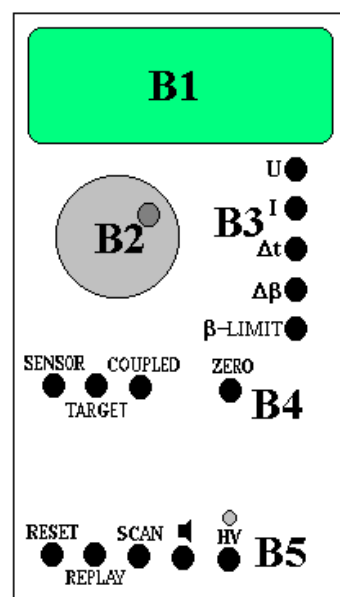



图 6 监控区面板

用 $\beta$ -LIMIT 设置自动扫描时靶台的上限角与下限角，显示器的下行此时显示靶台的角位置；COUPLED...耦合扫描模式，按下此键时，可利用 B2 手动同时旋转靶台和传感器的位置——传感器的转角自动保持为靶台转角的 2 倍，而显示器的下行此时显示靶台的角位置，也可利用 $\beta$ -LIMIT 设置自动扫描时靶台的上限角与下限角。归零按键是 ZERO...按下此键后，靶台和传感器都回到 0 位。

B5 有五个操作键，它们是：RESET...按下此键，靶台和传感器都回到测量系统的 0 位置，所有参数都回到缺省值，X 光管的高压断开；REPLAY...按下此键，仪器会把最后的测量数据再次输出至计算机；SCAN (ON/OFF) ...此键是整个测量系统的开关键，按下此键，在 X 光管上就加了高压，测角器开始自动扫描，所得数据会自动输出至计算机；...此键是声脉冲开关，本实验中不必用它；HV (ON/OFF) ...此键开关 X 光管上的高压，它上面的指示灯闪烁时，表示已加了高压。

本实验仪器专用的软件“X-ray Apparatus”已安装在计算机内，只要双击该快捷键的图标，即可出现一个测量画面，如图 7 所示。它主要由上面的菜单栏、左边的数据栏和右边的图形栏三部分组成。在菜单栏上选择“Bragg”，即可进行按布拉格公式分析材料的实验。当在 X 射线实验仪中按下“SCAN”开关 (ON) 时，软件就开始自动采集和显示测量结果：屏幕的左边显示靶台的角位置 $\beta$ 和传感器中接收到的 X 光的光强  $R$  的数据；而右边则将此数据作图，其纵坐标为 X 光光强 (单位是 1/s)，横坐标为靶台的转角 (单位是 $^{\circ}$ )。点击“Save Measurement”，可以存储实验数据；点击“Print Diagram”，可以打印该曲线。为详细了解该软件的功能，可点击菜单中的“Help”，以获得有关信息。

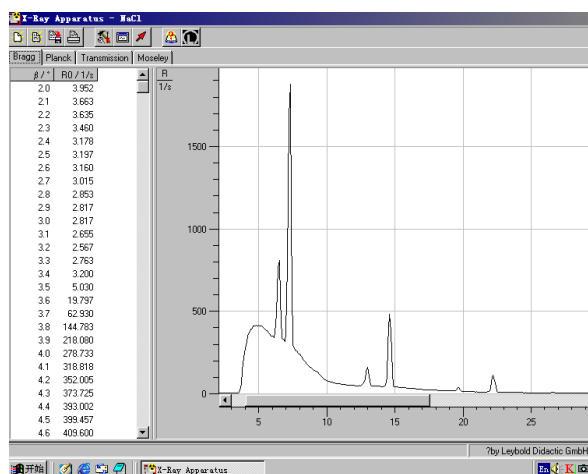


图 7 一个典型的测量结果画面

#### 其他与本实验有关的软件操作：

点击菜单栏中的“设置”按钮（第五个按钮），在弹出的对话框中点击“Enter NaCl”按钮，即可将实验中所用的氯化钠晶体的有关参数输入到软件中，计算机经过运算后将显示窗口中的横坐标轴由靶台的转角 $\beta$ 转换成 X 射线的波长 $\lambda$ 。

当我们在“Bragg”窗口中记录了几条谱线以后，选择“Transmission”窗口，即可得到以“Bragg”窗口中的第一条谱线为参考的后面几条谱线的相对透射谱。

在显示窗口中点击鼠标右键会出现一个弹出菜单，包括“Show Values”，“Zoom”，“Set Marker”，“Draw k-edge”，“Calculate Best-fit Straight Line”，“Calculate Straight Line through Origin”，“Delete Last/All Evaluation”和“Copy Table/Diagram/Window”等命令。

点击“Show Values”后，在每个数据点处会显示一个符号，一个窗口中有多条曲线时，软件会自动为每条曲线选择一种符号；

点击“Zoom”后，可用鼠标选择需要放大显示的区域，以改变显示的范围；要关闭“Zoom”功能，击鼠标右键后选择弹出菜单中的“Zoom Off”；

“Set Marker”命令用于在各个显示窗口中输入标记和说明等；

“Draw k-edge”命令用于在“Transmission”窗口中显示的各条谱线上标出吸收边限的位置；点击此命令后，还得用鼠标选择吸收边限所在的范围，做完标注后，吸收边限所对应的波长会

自动被添加到“Moseley”窗口中；在此窗口中，我们还需输入各个吸收边对应的材料的原子序数；（注意：这一功能只在显示以 X 射线波长 为横坐标时有效；）

“Calculate best-fit Straight Line”命令主要用于从显示在“Bragg”窗口中的各条谱线经直线拟合后得出各个加速电压对应的短波限波长 $\lambda_{\min}$ ；点击此命令后，还得用鼠标选择要进行直线拟合的范围；拟合后得出的短波限波长 $\lambda_{\min}$ 会自动被添加到“Planck”窗口中；（注意：这一功能只在显示以 X 射线波长 为横坐标时有效；）

“Delete Last/All Evaluation”命令用于删除上一次/全部的结果计算；在用“Draw k-edge”命令和“Calculate best-fit Straight Line”命令等进行计算并输出结果后，用“Delete Last/All Evaluation”命令并不能删除目标窗口中的数据点，但可以删除本窗口中用于计算所画的拟合线等，如果对同一对象重新进行“Draw k-edge”命令和“Calculate best-fit Straight Line”命令的计算，则得出的结果会覆盖目标窗口中的数据点。

**注意：**由于我们对由点击“Draw k-edge”命令和“Best-fit Straight Line”命令后自动产生并被送到相应窗口的数据所能进行编辑功能很有限（如不能改变它们的显示顺序等），所以在做上述操作时请尽量小心、仔细，以免出错，如结果计算尽量按照一定的顺序进行。

实验内容：

**注：为了减少 GM 计数管的死亡时间等因素对本实验的测量结果的影响，以下实验中，如以 GM 计数管为探测器的，且计数率的高低会影响实验结果时（哪些情况下？），则计数率宜控制在 1500/sec 以下。**

（一）、调校测角器的零点

由于各种原因，测角器的零点可能会不准，即靶台位置显示值为零时，实际位置并不与入射 X 光平行；而传感器位置显示值为零时，实际位置并不正对 X 光入射缝。此时，应用已知晶面间距的晶体来调校测角器的零点。通常用氯化钠（NaCl）晶体（已知其晶面间距为 0.283 nm）来调校测角器的零点，其方法如下：

按 ZERO 键，使测角器归零。

按住 A0 打开铅玻璃门，在 A1 处装上光缝，在靶台上装已知晶面间距的 NaCl 晶体（**必须十分小心!**）。

关好铅玻璃门，在 COUPLED 模式下，用 B2 把靶台转到 7.2°附近。

设置高压为 35 kV，管电流为 1 mA，并用 HV 键打开高压。分别用 SENSOR 和 TARGET 模式，手动调节靶台和传感器的位置，注意 B1 的上行，仔细寻找计数率最大的传感器和靶台位置。

找到此位置后，用 COUPLED 模式令靶台反向（顺时针）旋转 7.2°（**为什么?**）。此时应为真正的零点位置（实际显示值可能是正或负）。

同时按下 TARGET、COUPLED 和  $\beta$ -LIMIT 三个键，从而确认该位置为新的零点位置。【注意：“三键同时按”，会把原来设置的 0 位取消，并以当前位置为新的 0 位。这个操作如有错误，将导致仪器严重失调而难以恢复。因此，**必须十分谨慎!**】

**讨论：**上述调零方法适用于什么条件？如果测角器（包括靶台和探测器）的零位偏离很明显，有什么办法可以较快地调零？

（二）、测定氟化锂（LiF）晶体的晶面间距

按住 A0 打开铅玻璃门，在靶台上装 LiF 晶体。（注意：LiF 晶体易碎、且极易受潮，**必须十分小心!**平时应放在干燥缸中，取出时需戴手套，不可用手直接接触其表面。）

关好铅玻璃门，按 ZERO 键，使测角器归零。

在 B3 中按下 t 键，旋转 B2，把每次测量的持续时间设置为 3 s ~ 5 s；按下  $\beta$  键，把角步幅设置为 0.1°。



在 B4 中按下 COUPLED 键，在 B3 中按下  $\beta$ -LIMIT 键，当显示器显示  $\downarrow$  符号时，用 B2 把下限角设置为  $\beta = 4^\circ \sim 5^\circ$ ；再次按下  $\beta$ -LIMIT 键，当显示器显示  $\uparrow$  符号时，用 B2 把上限角设置为  $\beta = 33^\circ \sim 35^\circ$ 。

打开计算机，双击“X-ray Apparatus”图标，在菜单栏上选择“Bragg”，即可出现测量画面。

在 B5 中按下 SCAN 键，仪器会自动打开高压，计算机就开始自动采集和记录角度  $\beta$  和强度  $R$ ，并同时显示 LiF 晶体的 X 光反射曲线，如图 7 所示。其中  $\beta$  最小的一对尖峰对应于两条特征光谱的  $k = 1$  的布拉格反射；随着角度增加，依次出现  $k = 2$ 、 $k = 3$ ……的各对反射峰。将该曲线存盘，并打印该曲线。

从各  $R$  最大的  $\beta$  值得出 LiF 的晶面间距  $d$ ，比较各  $d$  值是否相同？并由此验证布拉格公式。

按住 A0，打开铅玻璃门，取下 LiF 晶体，放回干燥缸（**十分小心!**）。

**讨论：**NaCl 和 LiF 分别属于什么晶系？实验中测得的是 LiF 晶体的哪个取向的晶面间距？衍射谱中的特征峰为什么不是一条理想的线？实验中会引起线光谱展宽的可能有哪些因素？如何用 X 光确定未知样品的晶体结构？

### （三）用电离腔探测 X 射线

当 X 射线通过充有气体的空间时，会使气体分子发生电离；如果我们在此空间两侧放一平行板电容器（电离腔），并加上适当的电压，即可以测得有电流流过。这一电流的大小不仅与入射的 X 射线的强度有关，而且与电容器两端所加的电压大小有关。当此电压达到某阈值时，由 X 射线电离产生的电子和离子都能在电场的作用下到达电容器的两极，则电压在一定范围内再增加也不能使电流变得更大，出现电流的饱和。此饱和电流的大小反映了入射到电离腔内的 X 射线的电离效果，因而正比于 X 射线的强度；故可用此方法探测 X 射线的强度。本实验所需的线路连接如图 8 所示，从电离腔两极输出的电流经放大器放大后，由电压表 A 测量，电压表 B

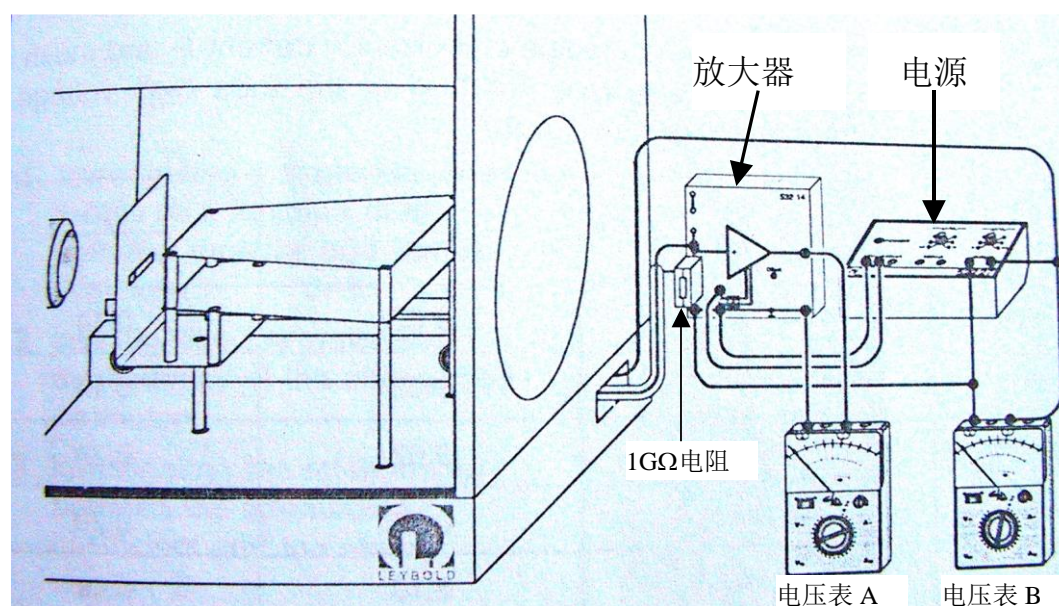


图 8 用电离腔探测 X 光实验的接线图

用于测量加在电离腔两极的电源电压。实验时从电压表 A 读出放大器的输出电压  $U_o$ ，由  $I_c = U_o / 1G\Omega$  得出电流。

a) 测量离子电流  $I_c$  随电容器极板电压  $U_c$  的变化规律

设置 X 光管高压  $U = 25 \text{ kV}$ 、 $35 \text{ kV}$ ，改变  $U_c$ ，测  $I_c$  并作图。

**注：**由于放大器的调零功能不是很好，有一个随电容器极板电压  $U_c$  变化的零电流，建议在

开始测量前，先观测此零电流随  $U_c$  的变化关系，以便于结果分析时参考。

**讨论：**请解释  $I_c$  随  $U_c$  变化的原因，并讨论不同的 X 光管高压所对应的饱和电流值以及探测此饱和电流所需的电容器电压阈值不同的原因？

- b) 测量饱和离子电流  $I_c$  随 X 光管流  $I$  的变化
- c) 测量饱和离子电流  $I_c$  随 X 光高压  $U$  的变化  
改变管压  $U$  (5 kV、7.5 kV~35 kV)，测  $I_c$  并作图。
- d) 讨论 b)和 c)测得的两条曲线的特点。

**讨论：**GM 计数管和电离腔探测 X 射线的工作原理是什么？比较它们的实验参数、输出信号及优缺点？

(四) 测定 X 光在铝中的衰减系数，并验证朗伯 (Lambert) 定律  
X 光在某种材料中的衰减满足如下的指数关系

$$I = I_0 \cdot e^{-\mu d} \quad (2)$$

其中： $I_0$  是入射 X 光的强度， $I$  是出射 X 光的强度， $\mu$  为该材料的衰减系数， $d$  为该材料的厚度；此即朗伯定律。

本 X 射线实验仪有如图 9 所示的“吸收板附件 1”，附件 1 由厚度分别为 0.5 mm、1.0 mm、1.5 mm、2.0 mm、2.5 mm 和 3.0 mm 的 6 块铝吸收板组成。把该附件按图 9 所示的方法，将底板端部插入原来装靶台的支架（插入和拔出时须两手操作，一手按住圆板，另一手拿住吸收板插进或拔出，并由老师监看以免损坏圆板），置传感器于 0 位，转动靶台的支架，分别让不同的吸收板位于 X 光的光路中，即可进行测量。

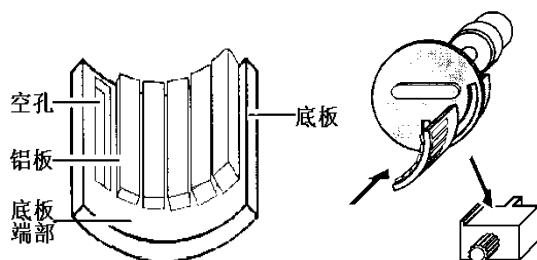


图 9 吸收板的安装

注意未被衰减的 X 射线的计数率不超过 1500/sec 为宜，选择软件中的 Bragg 窗口后，按仪器上的 SCAN 键即可进行自动测量。

(a) 用作图法验证朗伯定律，并求 X 光在铝中的衰减系数  $\mu$

**讨论：**为了验证朗伯定律，如何处理数据最佳？

(五) 研究 X 光在材料中的衰减系数与波长及材料的原子序数的关系

X 光的衰减满足公式  $I = I_0 \cdot e^{-\mu x}$ ，而造成 X 光在材料中衰减的原因是材料对 X 光的吸收和散射。设吸收系数为  $\tau$ 、散射系数为  $\sigma$ ，则  $\mu = \tau + \sigma$ 。因为这些系数又往往正比于物质的质量密度  $\rho$ ，故常用“质量系数”表示：

$\mu_m = \frac{\mu}{\rho}$ 、 $\tau_m = \frac{\tau}{\rho}$ 、 $\sigma_m = \frac{\sigma}{\rho}$ ；它们分别称为质量衰减系数，质量吸收系数和质量散射系数。设  $A$  为原子的摩尔质量， $N_A = 6.022 \times 10^{23} / \text{mol}$ ；对单质材料，我们又可以定义相应的“原子系数”或“截面”为  $\mu_a = \mu_m \cdot \frac{A}{N_A}$ ， $\tau_a = \tau_m \cdot \frac{A}{N_A}$ ，

$\sigma_a = \sigma_m \cdot \frac{A}{N_A}$ ；它们分别称为原子衰减系数，原子吸收系数和原子散射系数，或衰减截面，

吸收截面和散射截面，它们之间的关系满足  $\mu_a = \tau_a + \sigma_a$ 。

在远离材料吸收边限的区域，对不同波长的 X 射线，原子吸收系数满足如下关系：

$$\tau_a \propto \lambda^\alpha \quad (3)$$

由于满足布拉格衍射条件的波长随 X 光的入射角而变化，我们可以借助于 X 光在单晶上的布拉格衍射来分辨不同的波长。实验时，我们可以通过在接收器前不加吸收片和分别加铜片、铅片时测量氯化钠晶体的衍射谱，得出不同波长 X 射线的透射率  $T=R/R_0=e^{-\mu x}$ ，进而得出吸收系数  $\tau_a$  随波长  $\lambda$  的变化曲线。在  $\lambda = 35\sim 100 \text{ pm}$  范围内散射截面要远小于吸收截面，并成立下面的经验公式

$$\tau_a = \frac{\mu}{\rho} \cdot \frac{A}{N_A} - 0.2 \frac{\text{cm}^2}{\text{g}} \cdot \frac{A}{N_A} = -\frac{\ln T}{\rho \cdot x} \cdot \frac{A}{N_A} - 0.2 \frac{\text{cm}^2}{\text{g}} \cdot \frac{A}{N_A} \quad (4)$$

(注：上式中的“ $\text{cm}^2/\text{g}$ ”是单位。)

对于 Cu 和 Zr，上式中的各个参数是：

元素	$\rho/\text{g}\cdot\text{cm}^{-3}$	$x/\text{cm}$	$A/\text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$
Cu (Z=29)	8.92	0.007	63.55
Zr (Z=40)	6.49	0.005	91.22

- 不放吸收片记录一条衍射谱线， $\Delta t$  为 5 sec。
- 接收器前放 Cu 片记录一条衍射谱线（吸收片宜安装在 X 光的出射光阑处）， $\Delta t$  为 10 sec。
- 接收器前放 Zr 片记录一条衍射谱线， $\Delta t$  为 10 sec。
- 选择 Transmission 窗口即可得出 Cu 片和 Zr 片的透射谱  $T\sim\lambda$ 。
- 根据 (4) 式算出铜片和铅片  $\tau_a$  的吸收截面，并画出它们对  $\lambda$  的曲线图。
- 比较铜和铅两条曲线的异同，并讨论产生不同的原因。
- 对铜和铅分别求公式 (3) 中的指数  $\alpha$ 。

讨论：为了求公式 (3) 中的指数  $\alpha$ ，如何处理数据最佳？

(六) 检验莫塞莱定律 (Moseley's law)  $\sqrt{\frac{1}{\lambda_k}} = \sqrt{R}(Z - \sigma_k)$

内层电子的电离是物质对 X 光吸收的主要原因。X 光若要电离某一壳层（如 k 层）的电子，则其能量  $E$  必须大于该壳层电子的结合能  $E_k$ ，即： $E > E_k$ ，用相应的波长  $\lambda=hc/E$  来描述则有： $\lambda < \lambda_k$ 。当波长小于  $\lambda_k$  而越接近于时，越容易激发电离，因而吸收系数越大；但一旦波长大于  $\lambda_k$ ，吸收系数就会突然下降。因此，吸收系数在  $\lambda_k$  两侧有一个突变，可以预计吸收系数随波长的变化应如图 10 所示：我们把吸收系数发生突变处所对应的波长  $\lambda_k, \lambda_{L_I}, \lambda_{L_{II}}, \lambda_{L_{III}}, \dots$  称为该材料的

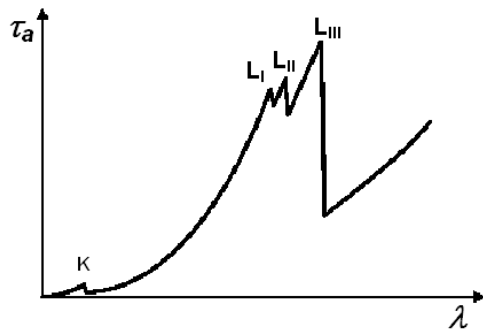


图 10 吸收系数  $\tau_a$  随 X 光波长的变化

吸收边。1913 年英国物理家 Henry Moseley 在测量了各种元素的 K 壳层吸收边后，总结出以他名字命名的定律：

$$\sqrt{\frac{1}{\lambda_k}} = \sqrt{R} \cdot (Z - \sigma_k) \quad (5)$$

其中  $R$  为里德堡 (Rydberg) 常数,  $Z$  为原子序数,  $\sigma_k$  称为 K 壳层的屏蔽系数, 实验表明, K 壳层的屏蔽系数  $\sigma_k$  在原子序数为 30 到 60 的范围内可视为常数。本实验的任务是测定  $R$  和  $\sigma_k$  这二个常数。

图 11 显示了一组典型的测量结果。选择适当的仪器参数及扫描角度范围：

实验方法如内容 (五), 分别在无吸收片和有 Zr 吸收片 (适当选择  $\beta$  的扫描范围)、Mo 吸收片、Ag 吸收片、In 吸收片的情况下测量 NaCl 晶体的衍射谱 (吸收片宜安装在 X 光的出射光阑处), 并求出 X 光在上述四种材料中的透射率随波长的变化。

用软件所带的“Draw k-edge”命令在“Transmission”窗口中的各条曲线上标出各种材料 k-壳层吸收边的位置 (标示区域该如何选取?)。

在 Moseley 窗口中用直线拟合求 Moseley's 定律中的常数  $R$  和  $\sigma_k$ 。

文献参考值是:  $R = 1.097373 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$ ,  $\sigma_k = 3.6$  (对于中等重核)。

**讨论:** 莫塞莱定理和玻尔原子轨道理论的关系。

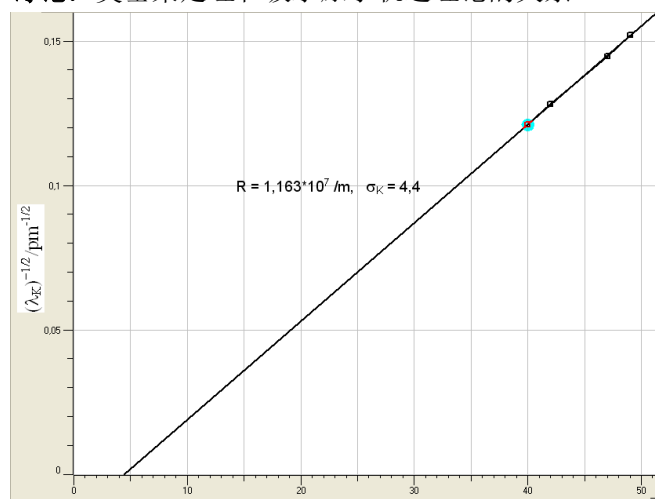


图 11 Zr(40)、Mo(42)、Ag(47)、In(49)的  $(\lambda_k)^{-1/2}$  和  $Z$  的函数关系

### (七) 普朗克常数 $h$ 的测定

X 光管发射的连续谱都有一个特征的短波限波长 ( $\lambda_{min}$ ), 其大小与 X 光管的加速电压有关。1915 年, 美国科学家 W. Daune 和 F. L. Hunt 发现了短波限波长与加速电压之间的反比例关系:

$$\lambda_{min} \sim 1/U. \quad (6)$$

因为短波限波长  $\lambda_{min}$  对应的是最大能量, 而 X 光光子能获得的最大能量是入射电子的全部动能  $eU$ , 所以我们可以得到:

$$\lambda_{min} = hc/eU, \quad (7)$$

其中  $U$  为 X 光管的加速电压。根据这一公式，我们可以求出普朗克常数  $h$ 。

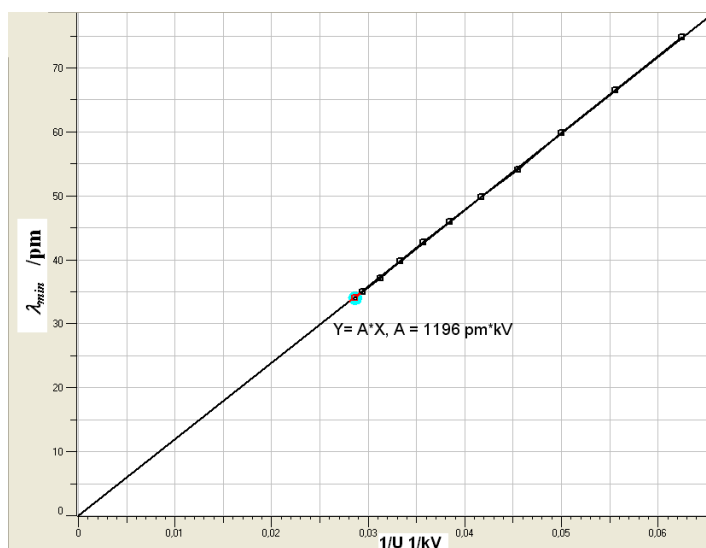


图 12 X 光管的管压  $U$  和  $\lambda_{min}$  的关系

实验时，我们可以借助于 NaCl 晶体，记录不同加速电压下的衍射谱在短波限波长侧的一部分，利用实验软件提供的直线拟合功能，得出不同加速电压下的短波限波长  $\lambda_{min}$ ；然后对  $\lambda_{min} \sim 1/U$  作图，通过直线拟合即可求出普朗克常数  $h$ 。图 12 显示的是一个典型的测量结果。

(a) 设计适当的参数在同一 Bragg 窗口下记录多条衍射谱线曲线 ( $R \sim \lambda$ ):

利用实验软件提供功能，对各条谱线靠近短波限部分进行直线拟合(拟合区域该如何选取?)，得出不同加速电压下的短波限波长  $\lambda_{min}$ 。

在 Planck 窗口中对得到的各个数据点进行直线拟合(拟和直线是否应过原点?)，得出普朗克常数  $h$ 。

普朗克常数的文献参考值： $h = 6.62 \times 10^{-34} \text{J} \cdot \text{sec}$ 。

#### (八)、设计性实验，选做

##### 8.1、材料对 X 光的衰减系数 $\mu$ 与其原子序数 $Z$ 的关系

实验表明，材料对 X 光的衰减系数  $\mu$  是其原子序数  $Z$  的函数，即  $\mu = f(Z)$ 。 (8)

自己设计实验来研究  $\mu$  与  $Z$  之间的函数关系。

**提供的实验器材：**莱宝 X 光实验仪，吸收板附件套（编号 554834）中的附件 2（由厚度为 0.05 cm 的，六种材料 C、Al、Fe、Cu、Zr、Ag 的吸收片构成），NaCl 单晶，铝、铁、铜、锆和银吸收片（编号 554832），等。

**提示：**为了避免 GM 计数管在高计数率时的非线性响应对实验结果的影响，该如何选择实验条件？（可参考实验（三）的结果。）

**讨论：**实验中得到的  $\mu$  和  $Z$  之间的关系是否满足一简单函数关系？判断产生这一结果的原因是什么？并进一步设计实验来证明你的判断。

实验中可能用到的参数如下表所示：

元素	Z	x/cm	$\lambda_k/\text{pm}$
铝	13	0.050	796.7
铁	26	0.050	174.3

铜	29	0.007	138.1
钴	40	0.005	68.9
钼	42	0.01	61.9
银	47	0.005	48.6

8.2、如何由本实验的结果来估算钼靶 X 光管发射 K 系列特征谱所需要的最小电子加速电压？请设计实验来验证你的结论。

8.3、自己设计实验：用本实验提供的设备来观察或验证康普顿效应。

### 思考题

X 光的特征光谱和连续光谱是怎样产生的？如果增大 X 光管的高压，这两种光谱的位置（波长）和高度（强度）会怎样改变？

某种原子的一个内层电子被电离后，该原子的核外电子体系可能会发生哪些过程？某一过程发生的概率与什么有关？

X 光为什么能进行晶体结构分析？为了测量某晶体的晶面间距，在制备样品时，对晶体的切割方向有什么要求？对晶体上、下两表面的平行程度有什么要求？

X 光管的阳极为什么要散热？

为什么能利用 X 光看到密封容器内的物体？是否任何容器中的任何物体都可看到？

X 光在电离室内电离电流和极板电压、X 光管的高压、X 光管的电流之间有什么关系？

实验内容三中，电离室的安装有什么要求？如果入射的 X 光直接照射到电容器的极板上，对实验结果会有什么影响？

如何用本实验中所用到的仪器和附件获得一“单色”X 光源？

根据本实验的内容，设计几种测量元素的原子序数的方法。

### 参考资料：

倪光炯、王炎森等. 改变世界的物理学（第二版）. 上海：复旦大学出版社. 1999.

戴乐山、戴道宣. 近代物理实验. 上海：复旦大学出版社 1995.

吴思诚、王祖铨. 近代物理实验（第二版）. 北京：北京大学出版社. 1997.

南京大学近代物理实验室. 近代物理实验. 南京：南京大学出版社. 1997.

李志超、轩植华、霍剑青. 大学物理实验，第三册. 北京：高等教育出版社. 2001

杨于兴、漆王睿. X 射线衍射分析. 上海：上海交通大学出版社. 1994.

章志鸣、沈元华、陈惠芬. 光学（第二版）. 北京：高等教育出版社. 2000.

Leybold Didactic. Technical Documentation for X-ray Apparatus

[www.leybold-didactic.com](http://www.leybold-didactic.com) 公司网址

## 实验五 非线性物理——混沌

### 引言

非线性是在自然界广泛存在的自然规律，相对于我们熟悉的线性要复杂得多。随着物理学研究的不断深入，非线性问题逐渐被重视起来，现已出现了多个分支，混沌便是其中之一。混沌现象在生活中广泛存在，如著名的蝴蝶效应、湍流、昆虫繁衍等<sup>[1]</sup>。

要直观地演示混沌现象，采用非线性电路是一个非常好的选择。能产生混沌现象的自治电路至少满足以下三个条件<sup>[2]</sup>：1) 有一个非线性元件，2) 有一个用于耗散能量的电阻，3) 有三个存储能量的元件。如图 1 所示的蔡氏电路 (Chua's circuit)<sup>[3,4]</sup> 是一个符合上述条件、非常简洁的非线性电路，由华裔物理学家蔡绍棠 (Leon O. Chua) 教授于 1983 年提出并实现。近年来，非线性电路的研究领域有了长足进展，新的混沌与超混沌电路<sup>[5]</sup> 的理论设计与硬件实现等问题备受人们关注。如 Chen 氏电路<sup>[6]</sup>、Colpitts 振荡电路<sup>[7]</sup>、基于 SETMOS 的细胞神经网络结构的蔡氏电路<sup>[8]</sup>，都能用于研究混沌现象，并有不同的应用领域。

### 实验原理

在众多的非线性电路中，蔡氏电路因其结构简单、现象明晰，成为教学实验中让学生接触、了解混沌现象的最佳选择，大量基于蔡氏电路的实验仪器<sup>[9-11]</sup> 被广泛应用于高校实验教学。蔡氏电路 (如图一所示) 的主要元件有可调电阻  $R$  (电路方程中以电导  $G=1/R$  做参数，以下方程求解过程都用  $G$  来表示，而涉及实验的内容采用  $R$  表示)、电容  $C_1$  和  $C_2$ 、电感  $L$  以及非线性负阻  $Nr$ 。它的运行状态可以用以下方程组来描述：

$$\begin{cases} C_1 \frac{dU_1}{dt} = G(U_2 - U_1) - g(U_1) \\ C_2 \frac{dU_2}{dt} = G(U_1 - U_2) + I_L \\ L \frac{dI_L}{dt} = -U_2 \end{cases} \quad (1)$$

其中  $U_1$  为  $C_1$  (或负阻  $Nr$ ) 两端的电压， $U_2$  为  $C_2$  (或  $L$ ) 两端的电压， $I_L$  为通过  $L$  的电流， $g(U)$  为非线性负阻的  $I-V$  特性函数，其表达式为：

$$g(U) = G_b U + \frac{G_b - G_a}{2} (|U - E| - |U + E|) \quad (2)$$

式中各参数和变量的具体意义见图 3。从  $g(U)$  的表达式看出， $g(U)$  分三段，且每段都是线性的，所以我们可以将求解分三个区间来进行。由于两侧区间基本对称，可以一并求解。

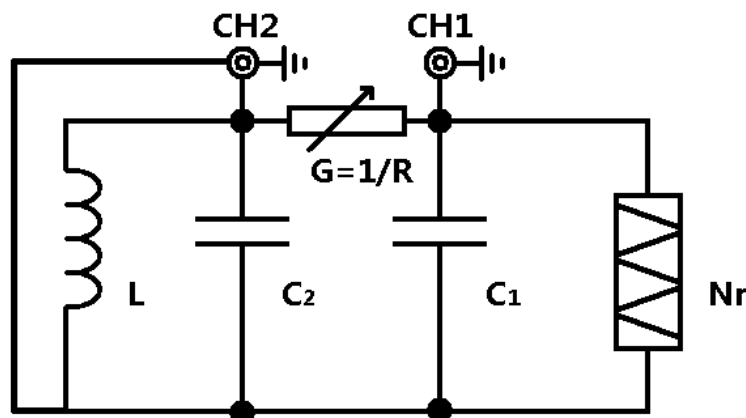


图 1: 蔡氏电路示意图

注意: 蔡氏电路实验箱上本身**没有接地**; 整个电路的接地是通过 CH1、CH2 连接示波器时, 由于示波器输入端 BNC 接头外壳接地而实现的。

$U_1$ 、 $U_2$ 、 $I_L$  构成一个三维的状态空间, 称为相空间, 相空间的状态点记为  $\mathbf{X} = [U_1 \ U_2 \ I_L]^T$ 。

混沌实验仪中一般演示  $\mathbf{X}$  点的相轨迹在  $U_1$ - $U_2$  平面的二维投影, 可用双踪示波器的 X-Y 模式来观察, 即常说的李萨如图形。

在每个区间内, 方程(1)都可以改写成如下形式的线性方程:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{X}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{X}(t) + \mathbf{b} \\ \mathbf{X}(0) = \mathbf{X}_0 \end{cases} \quad (3)$$

其中  $\mathbf{X}(t)$ 、 $\mathbf{b}$  为三维矢量,  $\mathbf{A}$  为三阶矩阵。方程(1)在  $\dot{\mathbf{X}}(t) = 0$  时的解即为相空间的不动点

$\mathbf{X}_Q$ ,  $\mathbf{X}_Q = -\mathbf{A}^{-1}\mathbf{b}$ 。原方程组的解即可写为线性齐次方程  $\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t)$  的通解与不动点特解

$\mathbf{X}_Q$  的和。方程(3)的本征值方程为  $|\lambda\mathbf{I} - \mathbf{A}| = 0$ , 若  $\mathbf{A}$  存在三个本征值  $\lambda_1$ 、 $\lambda_2$ 、 $\lambda_3$ , 齐次方程的解即为:

$$\mathbf{x}(t) = c_1 e^{\lambda_1 t} \bar{\xi}_1 + c_2 e^{\lambda_2 t} \bar{\xi}_2 + c_3 e^{\lambda_3 t} \bar{\xi}_3 \quad (4)$$

其中  $\xi_i$  为  $\lambda_i$  对应的本征向量,  $c_i$  由初始状态  $\mathbf{X}_0$  决定。

在有些情况下,  $\mathbf{A}$  有一个实本征值  $\gamma$  和一对共轭的复本征值  $\sigma \pm i\omega$ , 方程的解可以写成:

$$\begin{cases} \mathbf{x}(t) = \mathbf{x}_r(t) + \mathbf{x}_c(t) \\ \mathbf{x}_r(t) = c_r e^{\gamma t} \bar{\xi}_\gamma \\ \mathbf{x}_c(t) = 2c_c e^{\sigma t} [\cos(\omega t + \phi_c) \bar{\eta}_r - \sin(\omega t + \phi_c) \bar{\eta}_i] \end{cases} \quad (5)$$

式中  $\xi_\gamma$  是实本征值对应的本征向量,  $\eta_r \pm i\eta_i$  是共轭的复本征值对应的本征向量。  $\phi_c$ 、 $c_r$ 、 $c_c$  由初始状态决定。综上所述, 蔡氏电路方程组的解为:

$$\mathbf{X}(t) = \mathbf{X}_Q + \mathbf{x}_r(t) + \mathbf{x}_c(t) \quad (6)$$

我们把实本征向量  $\xi_\gamma$  方向标记为  $E_r$ , 把  $\eta_r$  和  $\eta_i$  张成的平面记为  $E_c$ 。齐次方程解的独立分量  $\mathbf{x}_r(t)$  在  $E_r$  方向,  $\mathbf{x}_c(t)$  在平面  $E_c$  内。方程的解随着时间演化具有如下性质: 如果  $\gamma < 0$ ,  $\mathbf{x}_r(t)$  指数衰减到 0; 如果  $\gamma > 0$ ,  $\mathbf{x}_r(t)$  沿着  $E_r$  方向指数增长。由此可见, 对于任何一条相轨迹  $\mathbf{X}(t)$ ,  $E_r$  方向上的分量恒正或恒负, 所以它始终都无法穿越  $E_c$  平面 (图 1、2)。如果  $\sigma > 0$  且  $\omega \neq 0$ , 则  $\mathbf{x}_c(t)$  在  $E_c$  平面内螺旋离开不动点  $\mathbf{X}_Q$ ; 若  $\sigma < 0$ ,  $\mathbf{x}_c(t)$  在  $E_c$  平面内螺旋收缩到不动点  $\mathbf{X}_Q$ 。这些性质在进行每个区域分析时都非常有用。

非线性负阻的结构<sup>[9]</sup>如图 2 所示, 由两个封装在一起的运算放大器 (双运算放大器集成电路 FL353N) 和 6 个定值电阻 ( $R_1=3.3\text{k}\Omega$ 、 $R_2=R_3=22\text{k}\Omega$ 、 $R_4=2.2\text{k}\Omega$ 、 $R_5=R_6=220\Omega$ , 精度 1%) 构成, 输入电源电压  $\pm 15\text{V}$ 。理想的非线性负阻具有如图 3 所示的  $I$ - $V$  特性, 被  $\pm E$  拆分为上中下三个区域, 在各个区域都是线性函数, 分段函数的斜率依次为  $G_b$ 、 $G_a$ 、 $G_b$ , 且满足  $G_a < G_b < 0$ 。由运算放大器电路的参数可计算<sup>[12]</sup>出  $G_a = -1/R_1 - 1/R_4 = (-7.6 \pm 0.1) \times 10^{-4} \Omega^{-1}$ ,  $G_b = 1/R_3 - 1/R_4 = (-4.09 \pm 0.06) \times 10^{-4} \Omega^{-1}$ 。



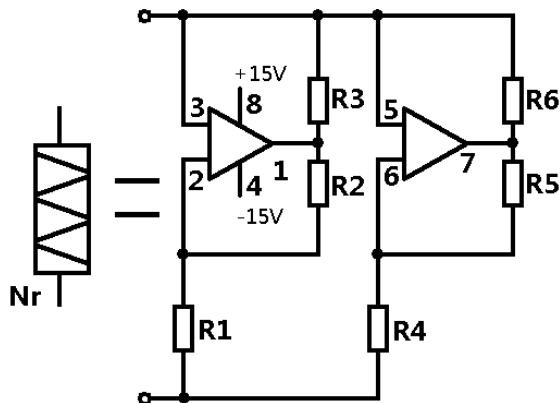


图 2: 非线性负阻的内部结构

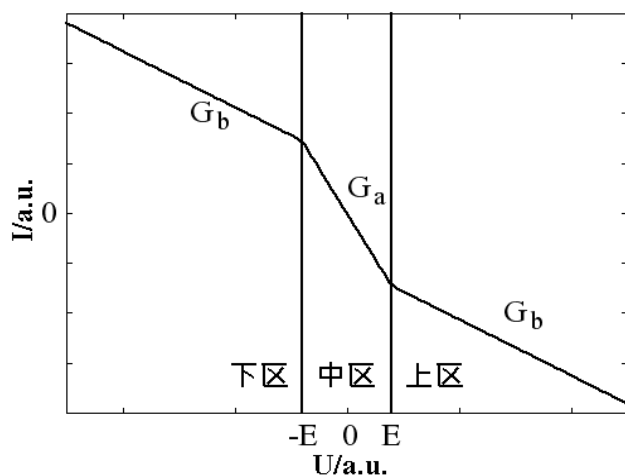


图 3: 理想非线性负阻  $I-V$  特性 (示意图)

### 实验内容

#### 各种混沌现象的观测

用图 1 所示的方法, 调节可调电阻  $R$ , 观察单周期、双周期、阵发混沌、三周期、单吸引子、双吸引子等相图, 并记录各种相图对应的  $U_1, U_2$  的信号特点。

#### 测量非线性负阻的 $I-V$ 特性

1、用如图 4 所示的方法, 用信号发生器驱动, 分别在 30Hz, 300Hz 和 3.3kHz 等频率测量非线性负阻的  $I-V$  特性, 讨论不同频率时  $I-V$  曲线的特点。

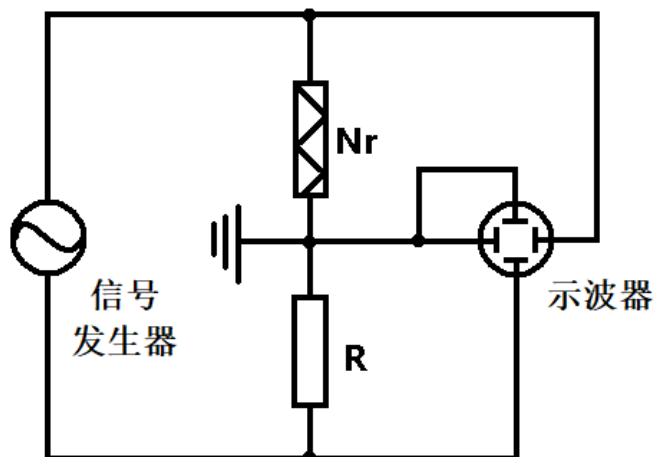


图 4: 外部信号扫描测量  $I-V$  特性电路图

特别提醒:

做这部分实验时要注意: 一般情况下, 信号发生器输出端、示波器输入端的 BNC 接头的外壳是接地的, 如此, 图 4 中就会有三个接地点, 不做改变就会短路非线性负阻  $Nr$  或者短路采样电阻  $R$ 。可以采用的方法是: 断开信号发生器 BNC 输出端外壳的接地, 或者将信号发生器的电源插头换为不接地的。这个环节, 请和老师讨论! 与此类似, 本实验中的其他部分内容, 也需要注意电路中的接地。

用图 5 所示的方法: 在电路中接入一个  $r=100\Omega$  的采样电阻, 非线性负阻两端的电压  $U_1$  仍在 CH1 端测量, 用 CH2 端输出的  $r$  两端的电压代替电流信号来记录  $I-V$  曲线, 实验时利用蔡氏电路自身的振荡信号代替信号发生器的输入。CH1 和 CH2 的信号输入另一双踪示波器观察非线性电路的二位相图, 记录电路出现各种混沌状态时的  $I-V$  曲线。

比较上述两种方法得到的  $I-V$  曲线的异同, 并讨论原因。

分析第二种方法得到的结果, 并解释相图和  $I-V$  曲线之间的关联。

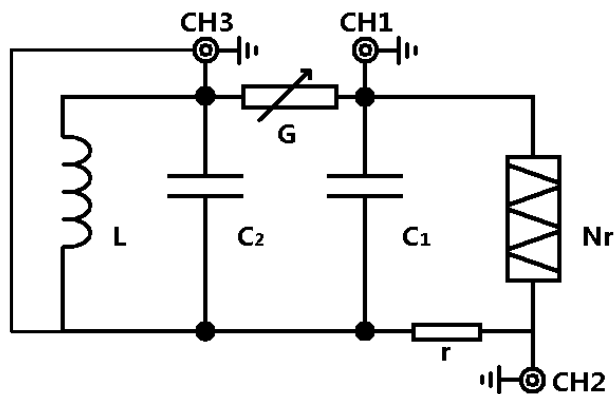


图 5: 内置信号扫描测量  $I-V$  特性电路图

5、(选做) 用伏安法测量非线性负阻的  $I-V$  曲线, 分析得到的结果。

### 三、(选做) 元件参数测量和非线性方程的求解

- 1、用万用表测量电路中的电容、电感的值。(有兴趣的同学可查阅万用表测电容、电感的原理。)
- 2、用函数信号发生器作电源, 用伏安法测量电容、电感的值, 讨论电流、频率不同时, 测量结果的变化。注意: 实际有铁芯电感的等效模型为一个理想电感和一个损耗电阻的组合。
- 3、用高精度的 LCR 表测量各个元件的参数。
- 4、用实际测得的实验参数求解非线性方程组 (1), 找出不同条件下的不动点, 分析不动点

的稳定性和解的特点。

#### 四、(选做) C 调制

设计实验方法, 实现用电容 C 的调节了得到各种混沌相图, 并讨论 G 调制和 C 调制得到的相图的不同。

##### (选做) 数值模拟

采用四阶 Runge-Kutta 法求解方程组 (1), 画出各种相图。

用 FFT 法分析各种相图时时域型号的频率特性。

绘制 U1 随 R 变化的分岔图, 得出单周期、双周期等混沌状态时的 R 值, 和实验观察的结果进行比较。

##### (探索) 混沌保密通讯

阅读文献, 了解混沌通讯的原理和实现方法, 从实验上实现两台混沌实验仪的信号同步, 并完成混沌保密通讯的原理演示实验。

##### (探索) 分形

用计算机编程得到各种分形图形。

#### 思考题

非线性系统的动力学行为的特点有哪些?

一个自治的非线性系统至少包含哪些元件? 各起什么作用?

将非线性负阻直接接到一个电阻两端, 随着外接电阻阻值的改变, 电阻上的电压和电流之间会有什么关系? 有兴趣的同学可以进行实验测量, 并解释得到的结果。

怎样求解非线性方程组? 什么是 Runge-Kutta 法?

G 调制和 C 调制有什么不同?

#### 参考文献

James Gleick, 张淑誉, 郝柏林. 混沌开创新科学[M]. 北京: 高等教育出版社, 2004 年.

L. O. Chua. Nonlinear Circuits[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems. CAS-31(1),1984: 69-87.

P. R. Hobson, A. N. Lansbury. A simple electronic circuit to demonstrate bifurcation and chaos[J]. Physics Education, 31, 1993: 39-43.

G. Q. Zhong and F. Ayrom. Experimental confirmation of chaos from chua's circuit[J]. International Journal of Circuit Theory and Applications, 13(1), 1985: 93-98.

J. H. Lu, G. R. Chen. Generating Multiscroll Chaotic Attractors: Theories, Methods And Applications[J]. International Journal of Bifurcation and Chaos, 16(4), 2006: 775-858.

G. R. Chen, T Ueta. Yet Another Chaotic Attractors[J]. International Journal of Bifurcation and Chaos, 9(7), 1999: 1465-1466.

M. P. Kennedy. On the Relationship between the Chaotic Colpitts Oscillator and Chua's Oscillator[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems, 42(6), 1995: 376-379.

冯朝文, 蔡理, 康强. 基于单电子器件的混沌电路研究[J]. ACTA PHYSICA SINICA 物理学报, 57(10), 2008: 6155-6161.

王珂, 田真, 陆申龙. 非线性电路混沌现象实验装置的研究[J]. 实验室研究与探索, 4, 1999: 43-45.

许巍, 熊永红, 李定国等. 基于 LabVIEW 数据采集系统的混沌电路实验[J]. 物理实验, 29(2), 2009: 20-22

刘兴云, 鲁池梅, 程永山. 基于虚拟仪器三维多涡卷混沌电路的研究[J]. 大学物理, 27(6),

2008: 38-41

M. P. Kennedy. Three steps to chaos part II: A chua's circuit primer[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems, 40(10), 1993: 657-674.

### 实验资料

复旦天欣科教仪器有限公司：NCE-2 型非线性电路混沌实验仪产品说明书。2000.2

上海新建仪器设备有限公司：XJ4400 系列数字存储示波器

### 课外阅读：

## 非线性科学概要

### ——为《非线性物理概论》一书写的序言

#### 汪秉宏

上一世纪初量子力学和相对论的发现，因为提出了突破人们传统思维的新概念，将人类的世界观推进到超越经典的领域，而被公认为是物理学或更确切地说是科学的两次革命。牛顿创立的经典力学被发现并不始终是正确的。当深入到微观尺度 ( $<10^{-8}\text{cm}$ )，应该取代为量子力学，当物体的速度接近于光速 ( $\sim 10^{10}\text{cm/s}$ )，则相对论是正确的。

非线性科学作为科学的一个新分支，如同量子力学和相对论一样，也将我们引向全新的思想，给予我们惊人的结果。非线性科学的诞生，进一步宣布了牛顿的经典决定论的局限性。它指出，即使是通常的宏观尺度和一般物体的运动速度，经典决定论也不适用于非线性系统的混沌轨道的行为分析。非线性科学涵盖各种各样尺度的系统，涉及以任意速率运动的对象，这一事实丝毫不降低这一新学科的创新性，恰恰相反，刚好说明它具有广泛的应用性。从这一点来看，其实非线性科学的诞生和发展更有资格被称为科学的一场革命。

非线性科学，目前有六个主要研究领域，即：混沌、分形、模式形成、孤立子、元胞自动机，和复杂系统。而构筑多种多样学科的共同主题乃是所研究系统的非线性。

一个系统，如果其输出不与其输入成正比，则它是非线性的。例如一个介电晶体，当其输出光强不再与输入光强成正比，就成为非线性介电晶体。例如弹簧，当其位移变得很大时，胡克定律就失效，弹簧变为非线性振子。又例如单摆，仅当其角位移很小时，行为才是线性的。实际上，自然科学或社会科学中的几乎所有已知系统，当输入足够大时，都是非线性的。因此，非线性系统远比线性系统多得多，客观世界本来就是非线性的，线性只是一种近似。任何系统在线性区和非线性区的行为之间存在显著的定性上的差别。例如单摆的振荡周期在线性区不依赖于振幅，但在非线性区，单摆的振荡周期是随振幅而变的。

从数学上看，非线性系统的特征是迭加原理不再成立。迭加原理是指描述系统的方程的两个解之和仍为其解。迭加原理可以通过两种方式失效。其一，方程本身是非线性的。其二，方程本身虽然是线性的，但边界是未知的或运动的。

对于一个非线性系统，哪怕一个小扰动，象初始条件的一个微小改变，都可能造成系统在往后时刻行为的巨大差异。迭加原理的失效也将导致 Fourier 变换方法不适用于非线性系统的分析。因此，系统的非线性带来系统行为的复杂性。对于非线性系统行为的解析研究是相当困难的。

更进一步，在许多情况下，对于我们所要研究的系统，方程是未知的，或甚至可能根本不存在。从分形图样生长的简单的扩散限制聚集模型，到象股票市场那样的复杂经济系统，

我们可以举出无数写不出方程的非线性系统的例子。

混沌是非线性系统的最典型行为，它起源于非线性系统对于初始条件的敏感依赖性。混沌现象早在上世纪初就已经被法国学者彭加勒所发现，后来又被许多数学家所仔细研究。而学术界近年来对于混沌的特别关注，则起始于七十年代，这是因为美国人费根保姆发现了一些象平方函数重复迭代的很大一类简单映射系统居然具有普适的性质。例如倍周期分叉到混沌的道路，分叉参数的渐近收敛比值，分叉的几何特征具有普适标度性等等。而费根保姆工作则是受到了美国气象学家洛伦兹与气象预报有关的重要然而朦胧的工作的启示。

对于混沌系统的如下两个发现特别有意义。其一，人们发现一个决定论性系统的行为当处于混沌状态时似乎是随机的。仅仅这一发现就迫使所有的实验家要重新考察他们的数据，以确定某些曾经归于噪声的随机行为是否应该重新确定是由于决定论性混沌而产生的。其二，人们发现很少自由度的非线性系统，就可能是混沌的而表现为相当复杂。这一发现给我们以这样的启示：许多真实系统中所观察到的复杂行为其实有一个简单的起源，那就是混沌。当然，混沌仅仅是复杂性的起源之一，还存在并非来源于混沌的更复杂的复杂性。

决定论性混沌的真实系统（例如气候）的行为具有明显的不可预测性。这一是由于系统对于初始条件的敏感依赖性；二是由于我们在实际中只能近似地测量或确定系统的初始条件，因为任何测量仪器都只具有有限的分辨率。这两个根本困难排除了对于任何混沌的真实系统作出长期预报的可能。

但从另一方面看，一个被确认为决定论性混沌的系统，在看起来非常复杂的行为中，却蕴藏着秩序，因而进行短期预报是可能的。问题在于：如何确定复杂现象的背后是否存在决定论性混沌的起源？又，如何对一个混沌系统的行为进行短期预报？对于气象或股票市场一类系统，由于不可逾越的复杂性，描写这类系统的完全方程组，即使是存在的，也决无办法知道。或者，即使我们能写出所有相关的方程组，也不可能由足够强大功能的计算机来求解这些方程组。但是从实用的角度考虑，往往只需要对这类系统作一次成功的短期预报。例如，为了在股票市场上赚钱，炒股者其实只需要能够预测明天或下一周股票的涨跌趋势，而不必知道市场的整个长时间的涨落规律。又例如，如果地球岩石圈的动力学系统被证明具有决定论性的成分，则地震的预测并非完全不可能，而与地震的中长期预报相比较，对某一地区的地震进行短临预报，对于人们的防震更有意义，所以，复杂系统行为的短期预测已经变成混沌的最令人感兴趣的一个应用。

混沌的另一个重要应用是混沌的控制。这一应用基于如下事实：有许多不稳定周期轨道嵌入在奇怪吸引子内，我们可以根据需要对系统施加一个小扰动的方法使其中之一稳定并将混沌系统驱动到这一稳定周期轨道状态。这一技术已经被成功地应用于各种机械的、电子的、激光的、化学的系统和心脏组织的控制上。

自然界中的大多数特殊结构是由大量相同组元自组织集结而成的。通过某种简单的称之为组织的构造法就可以出现自集结过程。两种最简单的构造法是所谓规则性构造法和随机性构造法。采用规则性构造法，所有组元就排列成为周期或准周期方式而构造成例如晶体与合金等等。采用随机性构造法而形成的结构(或非结构)的例子有气体和动物毛发的分布等等。而在这两种极端的构造法之间，则有自相似构造法，这将产生称为分形的自相似结构。在一个分形中，系统的局部与整体相似。分形通常具有分数维数。许多分形还可能是不同分数维的分形的集合，故称为多重分形。分形和多重分形的名词，是上世纪八十年代由曼德勃罗特首先提出的。现在，分形在自然界和数学系统中的广泛存在性已被人们普遍认识。例如：凝聚体和胶体、树木、岩石、山脉、云彩、星系、粗糙的表面和界面、聚合物和股票市场，无不存在分形。而耗散动力系统中的混沌就表现为相空间中具有分形结构的奇怪吸引子。奇怪吸引子本身及其吸引域都可能是分形。混沌与分形之间的这种联系至今尚未被充分理解。

分形系统的最典型性质是缺少空间的特征尺度。这一性质可以有三种等价的表达方式：

拓朴自相似性，空间的幂函数律，和标度不变性。类似的，系统中不存在时间的特征尺度将导致时间的幂函数律，例如， $1/f$  噪声。为了解释分形和无特征尺度行为在非平衡系统中的广泛存在性，丹麦人巴克和中国学者汤超等在 1987 年提出了自组织临界性假设，现在人们知道，自组织临界性假设不仅适用于沙堆，也适用于许多自然系统和社会系统。

人们早就注意到河流、树枝、叶脉、和闪电所形成的分枝之间有惊人的相似性。这些分枝的斑图与在云彩和海藻类群落中所观察到的紧致斑图显然不同。大自然是如何生成这些斑图的？这些不同斑图模式的形成是否存在一种简单的原理或普适的机制？目前还找不到对于这些问题的最终回答，但最近二十年来在这方面的研究已经取得可喜的进展。

混沌理论的成功也开启了复杂性科学的研究之门。在七八十年代，当人们认识了混沌之后，对于从自然系统和社会系统中获得的各种时间序列，莫不用混沌动力学来进行分析，检验其中的决定论性成分，重构其相空间，甚至建立预测模型。混沌理论的成功，打破了人们的一个心理障碍：没有一个复杂系统因为太复杂而不可触摸。人类已经到了直面复杂系统，攻克复杂性难题的时代。

复杂性科学所研究的论题跨越非常大的范围，它包括人类语言、生命起源、计算机、演化生物学、经济学、心理学、生态学、免疫学，和自旋玻璃、DNA、蜂群、地震以及各种非平衡系统的自组织等等。目前尚无复杂系统的确切定义，这表明复杂性科学尚处于一个新研究领域的萌芽阶段。尽管已经发现诸如复杂自适应系统 and 对称破缺等一般性概念可以用来相当好地描述一大类复杂系统，但目前还缺乏可以描写所有复杂系统的统一理论。然而有两种简单的思想能够解释许多复杂系统的行为。其一是自组织临界性，其二是所谓活跃行走原理。自组织临界性理论断言：许多大的动力学系统存在一种趋势，它会驱动自身到一种没有特征空间尺度和特征时间尺度的临界状态。而活跃行走原理则描述了复杂系统中的单元是如何通过与所共享的位形的相互作用而与其环境和在彼此之间沟通。活跃行走原理已经被成功地应用于诸如介电击穿模式、玻璃中的离子输运和蚂蚁在食物搜寻时的合作等等非常不同的问题的研究。

以上所概要的非线性动力学系统的物理或科学包含有序和无序的相互影响，也涉及简单和复杂的交错。但从数学和处理方法上看，产生所有那些迷人的结果的原因乃是系统的非线性。客观世界本来就是非线性的、复杂的。非线性物理就是一门以非线性系统的普遍规律及客观世界的复杂性本身为研究对象的学科，它在上一世纪八十和九十年代蓬勃发展，也将成为新世纪物理学研究的最前沿。

## 实验六 光泵磁共振实验

物理学中研究物质内部结构，最初是利用光谱学的方法，通过它研究了原子和分子的结构并提供了有关的数据，推动了原子和分子物理学的进展。如果要研究原子、分子等微观粒子内部更精细的结构和变化时，光谱学的方法就受到仪器分辨率和谱线线宽的限制，在此情况下发展了波谱学的方法。它利用物质的微波或射频共振以研究原子的精细、超精细结构以及因磁场存在而分裂形成的塞曼子能级，这比光谱学方法有更高的分辨率。但是，热平衡下磁共振涉及的能级上粒子布居数差别很小，偶极跃迁几率也较小，因此核磁共振波谱学方法也有如何提高信息强度的问题。对于固态和液态物质的波谱学，如核磁共振(NMR)和电子顺磁共振(EPR)，由于样品浓度大，再配合高灵敏度的电子探测技术，能够得到足够强的共振信号。可是对于气态的自由原子，样品的浓度降低了几个数量级，就得另外想新方法来提高共振信号强度才能深入研究。

在五十年代初期 A. Kastler 等人提出了光抽运 (Optical Pumping, 又称光泵) 技术。1966 年 A. Kastler 由于在光抽运技术的贡献而荣获诺贝尔物理学奖。光抽运是运用圆偏振光束激发气态原子的方法以打破原子在所研究的能级间的玻尔兹曼热平衡分布, 造成所需的布居数差, 从而在低浓度的条件下提高了共振强度, 这时再用相应频率的射频场激励原子的磁共振。在探测方面, 不直接探测原子对射频量子的发射或吸收, 而是采用光探测的方法, 探测原子对光量子的发射或吸收。由于光量子的能量比射频量子高七八个数量级, 所以探测信号的灵敏度得以提高。

二三十年来用光抽运-磁共振-光探测技术对于许多原子、离子和分子进行了大量的研究, 增进了我们对微观粒子结构的了解。如对原子的磁矩和  $g$  因子、能级寿命、能级结构、塞曼分裂与斯塔克分裂, 尤其是在碱金属原子激发态精细与超精细结构的研究中, 对搞清楚它的结构理论方面起了很大的推动作用。此外光抽运技术在激光、电子频率标准和精测弱磁场等方面也有重要的应用。

本实验的物理内容很丰富, 实验过程中不仅掌握其方法也会见到比较复杂的现象。若能根据基本原理给出正确的分析, 将受到一次很好的原子物理实验和综合物理实验的训练。

### 实验原理

#### 一、铷 (Rb) 原子基态及最低激发态的能级

实验研究的对象是铷的气态自由原子。铷是碱金属, 它和所有的碱金属原子 Li、Na、K 一样, 在紧紧束缚的满壳层外只有一个电子。铷的价电子处于第五层, 主量子数  $n = 5$ 。主量子数为  $n$  的电子, 其轨道量子数  $L = 0, 1, \dots, n-1$ 。基态的  $L = 0$ , 最低激发态的  $L = 1$ 。电子还具有自旋, 电子自旋量子数  $S = 1/2$ 。

由于电子的自旋与轨道运动的相互作用 (即  $L-S$  耦合) 而发生能级分裂, 称为精细结构 (见图 1)。轨道角动量  $P_L$  与自旋角动量  $P_S$  的合成总角动量  $P_J = P_L + P_S$ 。原子能级的精细结构用总角动量量子数  $J$  来标记,  $J = L + S, L + S - 1, \dots, |L - S|$ 。对于基态,  $L = 0$  和  $S = 1/2$ , 因此 Rb 基态只有  $J = 1/2$ , 其标记为  $5^2S_{1/2}$ 。铷原子最低激发态是  $5^2P_{1/2}$ ,  $5^2P_{3/2}$ 。 $5P$  与  $5S$  能级之间产生的跃迁是铷原子主线系的第 1 条线, 为双线, 它在铷灯光中强度是很大的。 $5^2P_{1/2} \rightarrow 5^2S_{1/2}$  跃迁产生波长  $7947.6 \text{ \AA}$  的  $D_1$  谱线,  $5^2P_{3/2} \rightarrow 5^2S_{1/2}$  跃迁产生波长  $7800 \text{ \AA}$  的  $D_2$  谱线。原子的

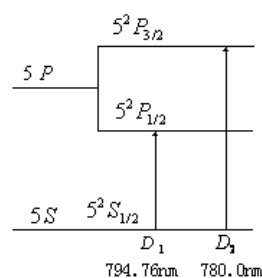


图 1  $LS$  耦合精细结构能级

价电子在  $L-S$  耦合中，总角动量  $\mathbf{P}_J$  与原子电子总磁矩  $\boldsymbol{\mu}_J$  的关系为：

$$\boldsymbol{\mu}_J = g_J \frac{e}{2m} \mathbf{P}_J \quad (1)$$

$$g_J = 1 + \frac{J(J+1) - L(L+1) + S(S+1)}{2J(J+1)} \quad (2)$$

$g_J$  是朗德因子， $J$ 、 $L$  和  $S$  是量子数。

核具有自旋和磁矩。核磁矩与上述原子的电子总磁矩之间相互作用造成能级的附加分裂，称为超精细结构。铷元素在自然界有两种同位素， $^{87}\text{Rb}$  占 27.85%， $^{85}\text{Rb}$  占 72.15%。两种同位素铷核的自旋量子数  $I$  是不同的。核自旋角动量  $\mathbf{P}_I$  与电子总角动量  $\mathbf{P}_J$  耦合成  $\mathbf{P}_F$ ，有  $\mathbf{P}_F = \mathbf{P}_I + \mathbf{P}_J$ ， $I-J$  耦合形成超精细结构能级（见图 2），由量子数  $F$  标记， $F = I+J, I+J-1, \dots, |I-J|$ 。 $^{87}\text{Rb}$  的  $I = 3/2$ ，它的基态  $J = 1/2$ ，具有  $F = 2$  和  $F = 1$  两个状态。 $^{85}\text{Rb}$  的  $I = 5/2$ ，它的基态  $J = 1/2$ ，具有  $F = 3$  和  $F = 2$  两个状态。

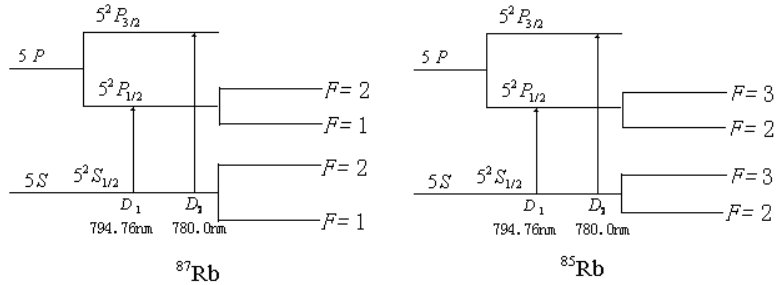


图 2  $IJ$  耦合超精细结构能级

整个原子的总角动量  $\mathbf{P}_F$  与总磁矩  $\boldsymbol{\mu}_F$  之间的关系可写为：

$$\boldsymbol{\mu}_F = g_F \frac{e}{2m} \mathbf{P}_F \quad (3)$$

其中的  $g_F$  因子可按类似于  $g_J$  因子的方法算出。考虑到核磁矩比电子磁矩小约 3 个数量级， $\boldsymbol{\mu}_F$  实际上为  $\boldsymbol{\mu}_J$  在  $\mathbf{P}_F$  方向的投影，从而得：

$$g_F = g_J \frac{F(F+1) + J(J+1) - I(I+1)}{2F(F+1)} \quad (4)$$

$g_F$  是对应于  $\boldsymbol{\mu}_F$  与  $\mathbf{P}_F$  关系的朗德因子，以上所述都是没有外磁场条件下的情况。

如果处在外磁场  $\mathbf{B}$  中，由于总磁矩  $\boldsymbol{\mu}_F$  与磁场  $\mathbf{B}$  相互作用，超精细结构中的各能级进一步发生塞曼分裂形成塞曼子能级。用磁量子数  $M_F$  来表示，则  $M_F = F, F-1, \dots, -F$ ，即分裂成  $2F+1$  个子能级，其间距相等。 $\boldsymbol{\mu}_F$  与  $\mathbf{B}$  的相互作用能量为：

$$E = -\bar{\boldsymbol{\mu}}_F \cdot \bar{\mathbf{B}} = g_F \frac{e}{2m} p_F B = g_F \frac{e}{2m} M_F \hbar B = M_F g_F \mu_B B \quad (5)$$

式中  $\mu_B$  为玻尔磁子。 $^{87}\text{Rb}$  和  $^{85}\text{Rb}$  的塞曼分裂能级图分别见图 3 和图 4。为了清楚，所有的能级图均未按比例绘制。各相邻塞曼子能级之间的能量差为：

$$\Delta E = g_F \mu_B B \quad (6)$$

可以看出  $\Delta E$  与  $\mathbf{B}$  成正比。但外磁场为零时，各塞曼子能级将重新简并为原来的能级。而对于实验过程中，由于扫场随时间变化引起样品所在位置的磁场改变，从而出现周期性抽运信



号这一现象，有人用“过零简并，然后重新抽运”来解释。请大家思考：这个解释是否合理？如何设计实验来检验你的观点。还有一种可能的解释是：由于磁场方向的变化使得塞曼子能级磁量子数的正负号发生改变，于是又可以发生抽运过程。请问：这个解释合理吗？

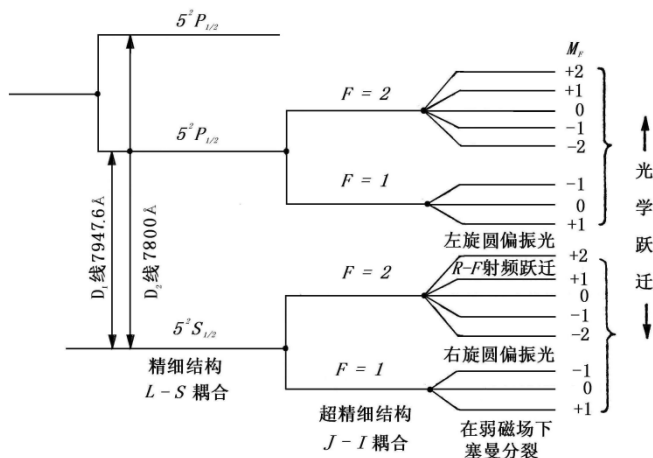


图3  $^{87}\text{Rb}$  的塞曼分裂能级图

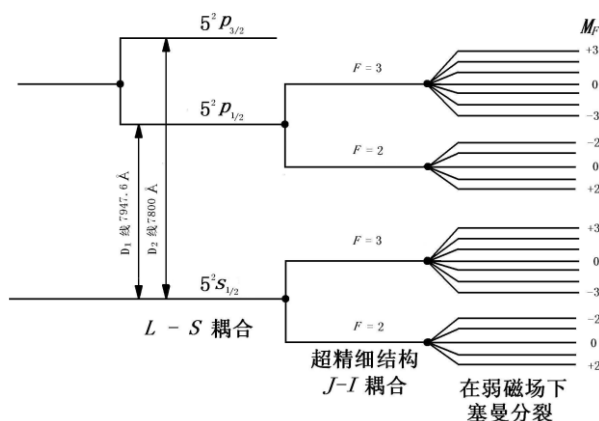


图4  $^{85}\text{Rb}$  的塞曼分裂能级图

有兴趣的同学，请自行计算：图中所示各类能级结构的能隙是多大？

## 二、增大粒子布居数之差，以产生粒子数偏极化

气态  $^{87}\text{Rb}$  原子受  $D_1\sigma^+$  左旋圆偏振光照射时，遵守光跃迁选择定则：

$$\Delta F = 0, \pm 1 \quad \Delta M_F = +1$$

在由  $5^2S_{1/2}$  能级到  $5^2P_{1/2}$  能级的激发跃迁中，由于  $\sigma^+$  光子的角动量为  $+\hbar$ ，只能产生  $\Delta M_F = +1$  的跃迁。基态  $M_F = +2$  子能级上原子若吸收光子就将跃迁到  $M_F = +3$  的状态，但  $5^2P_{1/2}$  各子能级上最高为  $M_F = +2$ ，因此，基态中  $M_F = +2$  子能级上的粒子就不能跃迁，换言之其跃迁几率为零，见图 5 (a)。而由  $5^2P_{1/2}$  到  $5^2S_{1/2}$  的向下跃迁中（发射光子）， $\Delta M_F = 0, \pm 1$ ，各子能级上的跃迁都是允许的，见图 5 (b)。经过多次的上下跃迁，基态中  $M_F = +2$  子能级上的粒子数只增不减，这样就增大了粒子布居数的差别。这种非平衡分布称为粒子数偏极化。类似地，也可以用右旋圆偏振光照射样品，最后原子都布居在基态  $F=2, M_F=-2$  的子能级上。原子受激发，在上下跃迁过程中使某个子能级上粒子过于密集称之为光抽运。光抽运的目的就是造成基态能级中的偏极化，实现了偏极化就可以在子能级之间进行磁共振实验了。

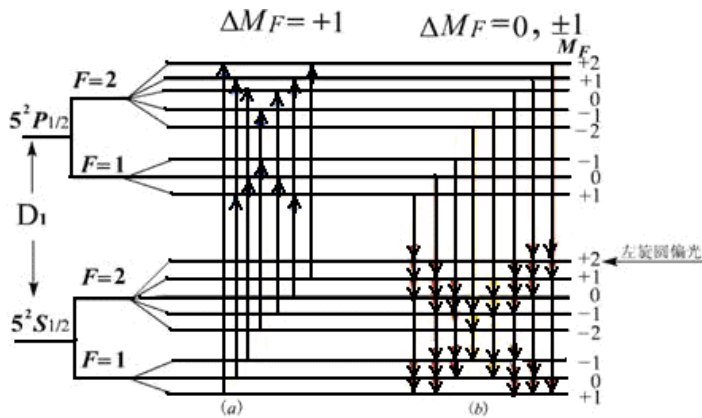


图5 (a)  $^{87}\text{Rb}$  吸收光受激跃迁,  $M_F = +2$  粒子跃迁几率为0。  
 (b)  $^{87}\text{Rb}$  激发态无辐射跃迁, 以相等的几率返回基态。

### 三、驰豫时间

在热平衡状态下, 基态各子能级上的粒子数遵从玻耳兹曼分布 ( $N_2 = N_1 e^{-\Delta E/kT}$ )。由于各子能级之间的能量差极小, 近似地可认为各个子能级上的粒子数是相等的。光抽运造成粒子数分布不均匀, 使系统处于非热平衡分布状态。

系统由非热平衡分布状态趋向于平衡分布状态的过程称为驰豫过程。促使系统趋向平衡的机制就是原子之间以及原子与其它物质之间的相互作用。在实验过程中要保持原子分布有较大的偏极化程度, 就要尽量减少返回玻耳兹曼分布的趋势。但铷原子与容器壁的碰撞以及铷原子之间的碰撞都导致铷原子恢复到热平衡分布, 失去光抽运所造成的偏极化, 不利于实验的进行。然而铷原子与磁性很弱的气体分子如氮 ( $\text{N}_2$ ) 或氦 ( $\text{Ne}$ ) 碰撞, 对铷原子状态的扰动极小, 不影响原子分布的偏极化。因此在铷样品泡中充入 10 托的氮气, 它的密度比铷蒸气原子的密度大 6 个数量级, 这样可减少铷原子与容器以及与其它铷原子的碰撞机会, 从而保持铷原子分布的高度偏极化。此外, 处于  $5^2P_{1/2}$  态的原子须与缓冲气体分子碰撞多次才能发生能量转移, 由于所发生的过程主要是无辐射跃迁, 所以返回到基态中 8 个塞曼子能级的几率均等, 因此缓冲气体分子还有利于粒子更快的被抽运到  $M_F = +2$  子能级上。

铷样品泡温度升高, 气态铷原子密度增大, 则铷原子与器壁及铷原子之间的碰撞都要增加, 使原子分布的偏极化减小。而温度过低时铷蒸气原子数不足, 也使信号幅度变小。因此有个合适的温度范围, 一般在  $40^\circ\text{C} \sim 60^\circ\text{C}$  之间。

### 四、塞曼子能级之间的磁共振

因光抽运而使  $^{87}\text{Rb}$  原子分布偏极化达到饱和以后, 铷蒸气不再吸收  $D_1\sigma^+$  光, 从而使透过铷样品泡的  $D_1\sigma^+$  光增强。这时, 在垂直于产生塞曼分裂的磁场  $\mathbf{B}$  的方向加一频率为  $\nu$  的射频磁场, 当  $\nu$  和  $\mathbf{B}$  之间满足磁共振条件

$$h\nu = g_F \mu_B B \quad (7)$$

时, 在塞曼子能级之间产生感应跃迁, 称为磁共振。跃迁遵守选择定则

$$\Delta F = 0, \Delta M_F = \pm 1$$

铷原子将从  $M_F = +2$  的子能级向下跃迁到各子能级上, 即大量原子由  $M_F = +2$  的能级跃迁到  $M_F = +1$ , 以后又跃迁到  $M_F = 0, -1, -2$  等各子能级上, 这样, 磁共振破坏了原子分布的

偏极化（见图 6），而同时，原子又继续吸收入射的  $D_1\sigma^+$  光而进行新的抽运，透过样品泡的光就变弱了。随着抽运过程的进行，粒子又从  $M_F = -2, -1, 0, +1$  各能级被抽运到  $M_F = +2$  的子能级上。随着粒子数的偏极化，透射再次变强。光抽运与感应磁共振跃迁达到一个动态平衡。光跃迁速率比磁共振跃迁速率大几个数量级，因此光抽运与磁共振的过程就可以连续地进行下去。 $^{85}\text{Rb}$  也有类似的情况，只是  $D_1\sigma^+$  光将  $^{85}\text{Rb}$  抽运到基态  $M_F = +3$  的子能级上，在磁共振时又跳回到  $M_F = +2, +1, 0, -2, -1, -3$  等子能级上。射频（场）频率  $\nu$  和外磁场（产生塞曼分裂的） $B$  两者可以固定一个，改变另一个以满足磁

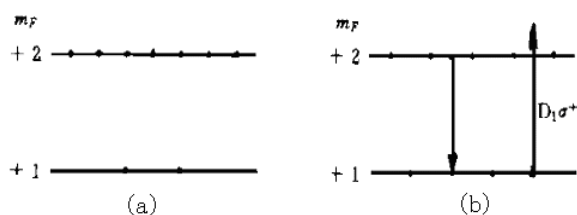


图 6 (a) 未发生磁共振时的偏极化状态  
(b) 发生共振时， $M_F = +2$  能级上粒子数减少，对  $D_1\sigma^+$  吸收增加。

共振条件 (7)。周期性地扫描射频场频率已获得共振信号的办法称为扫频法（磁场固定），周期性地扫描磁场，则称为扫场法（射频场频率固定）。本实验装置是采用扫场法。

## 五、光探测

投射到铷样品泡上的  $D_1\sigma^+$  光，一方面起光抽运作用，另一方面，透射光的强弱变化反映样品物质的光抽运过程和磁共振过程的信息，因此又可以兼作探测光，用以观察光抽运和磁共振。这样，对铷样品加一射频场（同时存在着使铷原子产生塞曼分裂的磁场），用  $D_1\sigma^+$  光照射铷样品泡，并探测透过样品泡的光强，就实现了光抽运-磁共振-光探测。在探测过程中射频 ( $10^6\text{Hz}$ ) 光子的信息转换成了频率高的光频 ( $10^{14}\text{Hz}$ ) 光子的信息，这就使信号功率提高了 8 个数量级。

## 实验装置与调整

### 1. 实验装置

实验装置如图 7 所示，光源为铷原子光谱灯，由高频振荡器（频率约为  $55 \sim 65\text{MHz}$ ），控温

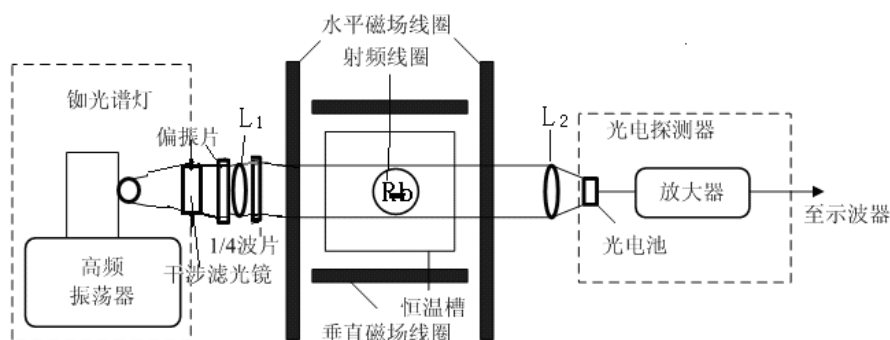


图 7 光泵磁共振实验装置

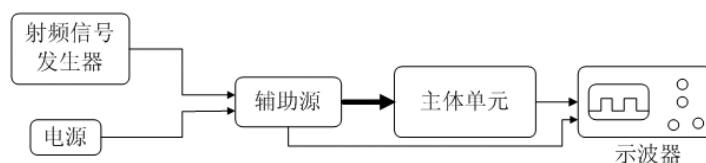
装置 ( $80^\circ \sim 90^\circ\text{C}$ ) 及铷灯泡组成。铷灯泡在高频电磁场的激励下进行无极放电而发光，产生铷光谱，包括  $D_1 = 7948\text{Å}$  及  $D_2 = 7800\text{Å}$  光谱线。 $D_2$  光谱线对光抽运过程有害，出光处装

一干涉滤光片, 去掉  $D_2$  线。偏振片可用高碘硫酸奎宁偏振片,  $1/4$  波片可用  $40\ \mu\text{m}$  左右的云母片, 使  $D_1$  线成为圆偏振光。透镜  $L_1$  使光源发出的光变为平行光 (焦距较小为宜), 可用  $f=5\sim 8\ \text{cm}$  的凸透镜, 透镜  $L_2$  将透过样品泡的平行光会聚到光电接收器上。

主体中央为铷样品泡及磁场线圈部分。同位素比例为天然成分的铷和缓冲气体充在一直径为  $52\ \text{mm}$  的玻璃泡内, 在铷样品泡的前后两侧对称放置一对小射频线圈, 它为铷原子磁共振跃迁提供射频场。铷样品泡和射频线圈都置于圆柱形恒温槽内, 称之为吸收池。槽内温度控制在最佳范围内温度。吸收池安放在两对亥姆霍兹线圈的中心。一对竖直线圈产生的磁场用以抵消地磁场的竖直分量, 另一对水平线圈有两套绕组, 一组在外, 为产生水平直流磁场的线圈, 在它的电路上额外串联了一个  $1\ \Omega$  的标准电阻, 用以精测水平线圈的励磁电流。另一组在内, 为扫场线圈, 扫场是在直流磁场上叠加的一个调制磁场 (方波或三角波), 我们也是通过监测串联在回路中的采样电阻来监测调制磁场的特性 (如图 10 所示)。使铷原子的超精细结构能级发生塞曼分裂的是水平方向的总磁场。

光电探测器由光电接收元件及放大电路组成, 光电接收元件可根据不同需要选择光电管或光电池。光电管响应速度快, 约为  $10^{-9}\ \text{s}$ ; 光电池较慢, 为  $10^{-4}\ \text{s}$ 。但光电池受光面积大, 内阻抵。本实验选用光电池作光电接收元件。

图 8 为实验装置电源部分线框图。电源提供水平场和垂直场电流, 射频信号发生器产生射频场, 两者都经过辅助电源由 24 芯电缆与主体单元联接起来。由示波器观察共振信号和由辅助电源提供的扫场信号。



## 2. 仪器调整

实验受磁场影响很大, 因此主体装置附近要避开其他铁磁性物质、强电磁场及大功率电源线等。仪器电源部分前面板如图 9 所示。图 9 (a) 为指南针放置示意图。图 9 (b) 为电源示意图, 有电源“开关”, 水平场、垂直场的励磁电流大小调节。图 9 (c) 为辅助电源示意图,

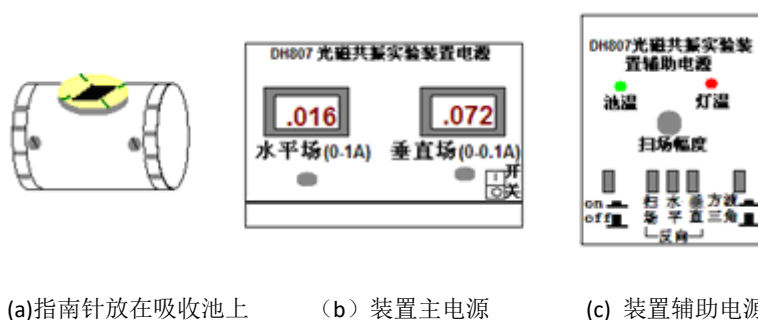


图 9 仪器电源前面板示意图

“池温”、“灯温”亮, 表示达到加热温度; “扫场幅度”调节扫场大小; “on、off”为加热开关; “扫场、水平、垂直”为各个磁场方向转换开关; “方波、三角波”为扫场方式选择开关。具体调整步骤如下:

(1) 打开电源开关, 再开辅助电源开关 (on) 加热样品泡和 Rb 灯, 温度达到时, 池温灯亮, 实际表明当温度在  $40\sim 45^\circ\text{C}$  之间时,  $^{85}\text{Rb}$  信号有最大值; 当温度在  $50\sim 55^\circ\text{C}$  时,  $^{87}\text{Rb}$  信号有最大值。当 Rb 灯泡温度达  $90^\circ\text{C}$  左右时开始控温, 灯温灯亮。此时 Rb 灯振荡器电源开启, 灯泡应发出玫瑰紫色光。灯若不发光或发光不稳定, 需找出原因, 排除故障, 切忌乱动。预

热约需 30 分钟时间。

(2) 将光源、透镜、样品泡、光电接收器等的位置调到准直，图 7。调节  $L_1$  位置使射到样品泡上的光为平行光，再调节  $L_2$  位置使射到光电接收器上的总光量最大。

(3) 在光路上适当位置加滤光片、偏振片及  $1/4$  波片，并使  $1/4$  波片的光轴与偏振方向夹角为  $\pi/4$  或  $3\pi/4$ ，以得到圆偏振光。不同偏振性质的  $D_1$  光在与铷原子作用时有不同的结果。 $\sigma^+$ 左旋圆偏振光把原子抽运到  $M_F = +2$  的子能级， $\sigma^-$ 右旋圆偏振光把原子抽运到  $M_F = -2$  的子能级。 $\pi$ 光没有抽运作用。当入射光是线偏振光时，可视为强度相等的 $\sigma^+$ 与 $\sigma^-$ 的合成，因而两种作用相反的抽运作用相互抵消，这时 Rb 原子对光有强烈的吸收作用，但没有抽运效应。当入射光是椭圆偏振光时，可视为强度不等的 $\sigma^+$ 和 $\sigma^-$ 的合成，两种相反的抽运作用不会全部抵消。这时对入射光有吸收，也有抽运效应。只有入射光是圆偏振光时，抽运效应才最强，对光也有很强的吸收。因而必须把光源发出的光变为相对于磁场方向的圆偏振光  $D_1\sigma^+$ 。一方面要用偏振片和  $1/4$  波片的组合来使  $D_1$  光变成相对于仪器光轴为圆偏振光，另一方面，要使实验磁场（地磁场水平分量）的方向也正好在仪器光轴上，两者缺一不可。实验室有光磁共振实验装置的使用说明书，要仔细阅读。

## 实验方法

### 1. 磁场测量

若两个线圈是**串联接线**(实验中的垂直场)，在测得亥姆霍兹线圈中的电流  $I(A)$ 、半径  $r(m)$ 、电阻  $R(\Omega)$  和匝数  $N$  后，用电磁学方法可以算出  $B_0$  的大小：

$$B_0 = \frac{32\pi N}{5^{3/2} r} I * 10^{-7} (T) \quad (8.1)$$

若两个线圈是**并联接线**(实验中的水平场和扫场)，若测量的是电源的供电电流，则磁场计算公式是：

$$B_0 = \frac{16\pi N}{5^{3/2} r} I * 10^{-7} (T) \quad (8.2)$$

(有兴趣的同学可以自己确认实验仪上的几组线圈的接线方式)。

### 2. 光抽运信号的观察

扫场方式选择为“方波”，调大扫场幅度。将指南针置于吸收池上面，图 9 (a)，改变扫场方向，设置扫场的方向与地磁场水平方向相反，然后将指南针拿开。预置垂直场电流为 0.08A 左右，用来抵消地磁场分量（垂直方向的亥姆霍兹线圈产生的垂直磁场与地磁场的垂直分量反向，且数值相等）。然后旋转偏振片的角度、调节扫场幅度及垂直场大小和方向，使抽运信号（如图 10 (a) 所示）幅度最大，再仔细调节光路聚焦，使光抽运信号最大。注意水平场电流调到零。记下垂直场的电流  $I$ ，并在以后保持此值。图 10 (a) 的抽运信号解释如下：

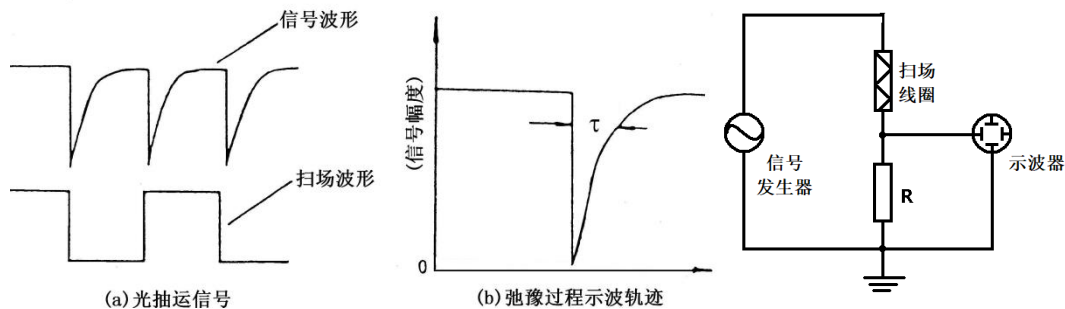


图 10 光抽运信号及扫场电路示意图 (请各位同学思考示波器上看到的方波扫场波形不理想的原因!)

铷样品泡开始加上方波扫场的一瞬间，基态中各塞曼子能级上的粒子数接近热平衡，即各子能级上的粒子数大致相等。因此这一瞬间有总粒子数  $7/8$  的粒子在吸收  $D_1\sigma^+$ 光，对光的吸收最强，透过铷样品泡的光最弱。随着粒子逐渐被抽运到  $M_F = +2$  子能级上，能吸收  $D_1\sigma^+$ 光的粒子数减少，透过铷样品泡的光逐渐增强。当抽运到  $M_F = +2$  子能级上的粒子数达到饱和时，透过铷样品泡的光达到最大且不再变化。当磁场扫过零（指水平方向的总磁场为零）

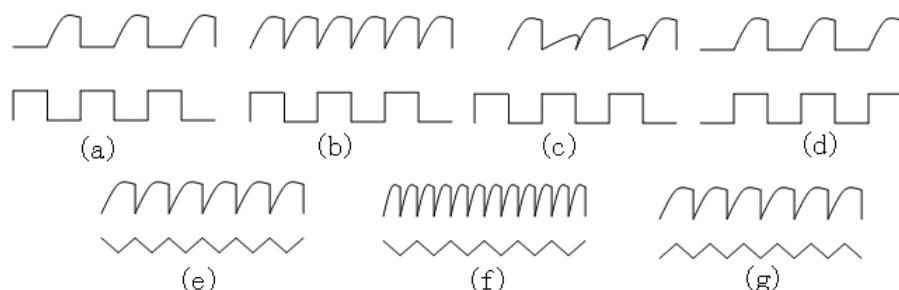


图 11 示波器上的图形

然后反向时，各塞曼子能级跟随着发生简并随即再分裂。能级简并时铷原子分布由于碰撞等导致自旋方向混杂而失去了偏极化，所以重新分裂后各塞曼子能级上的粒子数又近似相等，对  $D_1\sigma^+$ 光的吸收又达到最大值。这样就观察到了光抽运信号。

使用不同的扫场，加入或不加入竖直线圈磁场及水平线圈磁场，以及改变它们的励磁电流大小和方向都将影响光抽运信号，见图 11。

在记录光抽运信号时要将信号幅度调至最大。实验中要求仔细观察光抽运信号，详细记录其产生的条件，分析各抽运信号的产生原因。

**特别提醒：**设计好控制变量的方案，如固定扫场和垂直场，缓慢调节水平场大小，分析光抽运信号出现各种特征的原因。

### 3. 磁共振信号的观察

光抽运信号反映两个能带间的光学跃迁，磁共振信号反映塞曼子能级之间的射频跃迁。磁共振破坏了粒子分布的偏极化，从而引起新的光学抽运。这两种信号都是由透过样品泡的光强变化来探测的。所以，从探测到的光强变化鉴别所发生的是单纯光抽运过程，还是磁共振过程引起的，要根据他们产生的条件设法区分。

观察磁共振信号时用三角波扫场（扫场法）。每当磁场  $B_0$  值与射频频率  $\nu_0$  满足共振条件  $h\nu = g_F \mu_B B$  时，铷原子分布的偏极化被破坏，产生新的抽运。因此，对于确定的频率，改变磁场值可以获得  $^{87}\text{Rb}$  或  $^{85}\text{Rb}$  的磁共振。对于确定的磁场值（例如三角波中的某一场值），改变频率同样可以获得  $^{87}\text{Rb}$  或  $^{85}\text{Rb}$  的磁共振信号。磁共振信号的图像参见图 12。

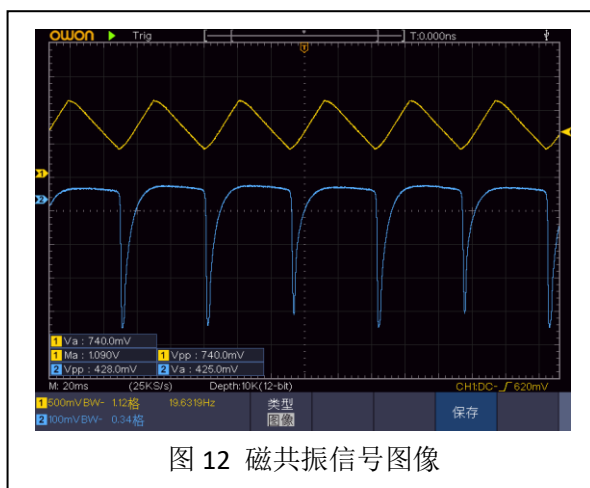


图 12 磁共振信号图像

### 4. 测量 $g_F$ 因子

当地磁场的垂直分量被抵消后，加上外磁场  $B$ ，调节射频场的频率  $\nu$ ，用三角波扫场，在偏极化的条件下，当射频场的频率满足  $h\nu = g_F \mu_B B$  时发生磁共振，测出  $\nu$ 、 $B$  后由上式可算

得  $g_F$  值,  $\nu$  值可以由频率计测出,  $B$  的测量应考虑扫场的直流分量及地磁场水平分量的影响, 当把它们考虑在内时, 引起塞曼分裂的总磁场应为:

$$B_+ = B_0 + (B_{\text{扫}} + B_{\text{地}}) \quad (9)$$

测量时保持扫场的幅度和方向不变, 改变水平场方向, 则:

$$B_- = -B_0 + (B_{\text{扫}} + B_{\text{地}}) \quad (10)$$

于是有:

$$\begin{aligned} h\nu_1 &= g_F \mu_B [B_0 + (B_{\text{扫}} + B_{\text{地}})] \\ -h\nu_2 &= g_F \mu_B [-B_0 + (B_{\text{扫}} + B_{\text{地}})] \end{aligned}$$

将两式相减可得:

$$g_F = \frac{h}{\mu_B B_0} \frac{\nu_1 + \nu_2}{2} \quad (11)$$

$B_0$  由 (8) 式计算确定, 具体测量方法是:

扫场选择三角波, 峰峰值幅度在 0.8 V 以下, 射频信号幅度也要小, 在 1/4 圈的位置。把水平场电流调到 0.25 A、0.35 A 和 0.45 A, 并使磁场方向与地磁场水平分量和扫场方向相同, 调节频率, 使共振峰对准三角波波峰, 读出频率  $\nu_1$ ; 再拨动水平场方向开关, 使与地磁场水平分量和扫场方向相反, 仍用上述方法读出频率  $\nu_2$ 。这样根据 (11) 式计算, 就排除了地磁场水平分量及扫场的影响 (测量 Rb 原子两种同位素的  $g_F$  因子)。

**思考题:** 这一段里, 如此限定各个参数的原因各是什么?

### 5. 测量共振线宽 (这部分内容不要求, 请有兴趣的同学讨论实验方法是否合理?)

在观察到共振谱线后, 改变射频频率, 使共振信号平移  $\Delta x$ , 如果它对应的频率改变量为  $\Delta \nu$ , 则线宽为:

$$\delta = \frac{\Delta \nu}{\Delta x} d \quad (12)$$

其中  $d$  为半高宽。

**提示:** 我们在示波器上观察到的信号随时间变化的特性, 都是来自信号本身吗? 传感器和后续的信号处理电路的特性, 会带来影响吗?

### 6. 测量地磁场的水平分量

先使扫场、水平场与地磁场水平分量方向相同, 调节射频场频率, 待共振后, 读得  $\nu_1$  (注意最大值对准扫场三角波的波峰处)。之后, 同时拨动扫场及水平场方向开关, 使其与地磁场水平分量方向相反, 调节射频场频率, 待共振后读得  $\nu_2$ , 这样地磁场水平分量所对应的频率为  $\nu = (\nu_1 - \nu_2) / 2$  (排除了扫场和水平场的影响) 从式 (7) 得到地磁场水平分量为:

$$B_{\parallel} = \frac{h}{\mu_B g_F} \frac{\nu_1 - \nu_2}{2} \quad (13)$$

$g_F$  的值应根据观察的信号是  $^{85}\text{Rb}$  或  $^{87}\text{Rb}$  而定。由  $B_{\parallel}$  和  $B_{\perp}$  可算出地磁场的大小:

$$B = \sqrt{B_{\parallel}^2 + B_{\perp}^2}, \text{ 其方向由 } \tan \alpha = B_{\perp} / B_{\parallel} \text{ 求出地磁倾角 } \alpha.$$

**思考题:** 4、6 两部分测量, 测量不确定度的主要来源是什么?

### 实验内容

- 1、了解实验装置每个单元的作用，调节光路和旋转偏振片的角度使光抽运信号最大。
- 2、扫场采用方波，分别用双踪示波器的  $Y_1$  和  $Y_2$  通道显示方波信号和抽运信号图形，画出图形并作出解释。
- 3、改变水平场，垂直场，扫场的大小和方向，观察其对光抽运波形的影响，作出解释。
- 4、扫场改为三角波，观察光抽运信号，作出解释。
- 5、加上射频场，改变频率调出共振信号，画出图形，并说明实验条件。
- 6、测量  $^{85}\text{Rb}$  和  $^{87}\text{Rb}$  的  $g_F$  因子并将求得的值与理论值相比较。
- 7、测量共振线宽 (不要求)。
- 8、测量地磁场的水平分量。

### 注意事项：

- 1、在实验时应注意区分  $^{87}\text{Rb}$  和  $^{85}\text{Rb}$  共振谱线，当水平磁场不变时，频率高的为  $^{87}\text{Rb}$  的谱线；当射频频率不变时，水平磁场小的是  $^{87}\text{Rb}$  谱线。
- 2、在精确测量时，为了避免吸收池加热丝所产生的剩余磁场影响测量的准确性，可暂时断开吸收池加热电流。
- 3、在实验过程中，本装置主体单元一定要避开其他带有铁磁性物体、强电磁场及大功率电源线。

### 附录：

#### 亥姆赫兹线圈的参数

仪器型号	物理量	水平场线圈	扫场线圈	垂直场线圈
DH807	线圈匝数	250	250	100
	有效半径/m	0.2459	0.2360	0.1530
DH807A	线圈匝数	250	250	100
	有效半径/m	0.2379	0.2420	0.1530

### 思考题和课外阅读：

本实验相关的思考题，都已写在讲义相关位置。有兴趣的同学可以去进一步查阅本实验与原子钟技术之间的关系。