

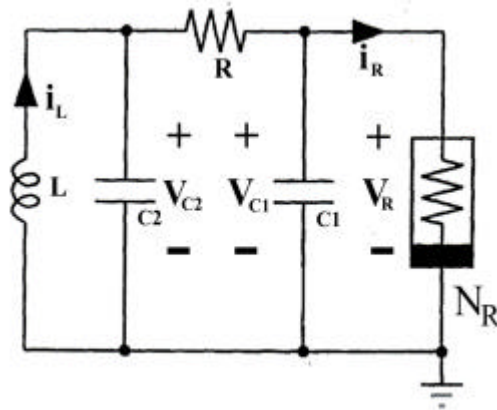
CHUA'S CIRCUIT

目的

利用 Chua's Circuit 非線性電路來觀察渾沌的現象

原理

如圖(1)所示 Chua's Circuit 由四個線性元件(二個電容，一個電感，一個線性電阻)和一個非線性電阻所組成。利用克希荷夫定律 (Kirchhoff's Law)，可將 Chua's Circuit 表示成一微分方程組：



圖(1-1) Chua's Circuit(original form)

$$C_1 \frac{dv_1}{dt} = \frac{1}{R}(v_2 - v_1) - \hat{f}(v_1)$$

$$C_2 \frac{dv_2}{dt} = \frac{1}{R}(v_1 - v_2) + i_3$$

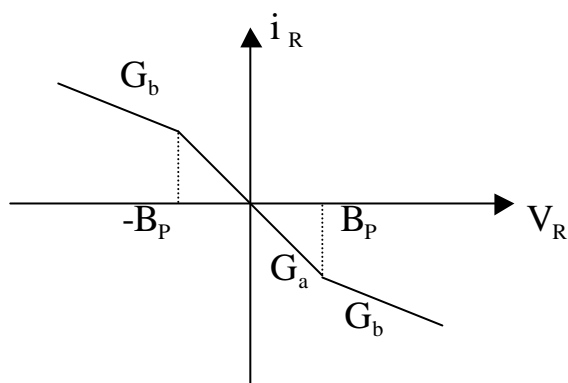
$$L \frac{di_3}{dt} = -v_2$$

其中

$$i_3 = \hat{f}(v_R) = G_b v_R + \frac{1}{2}(G_a - G_b) \left\{ |v_R + B_p| - |v_R - B_p| \right\}$$

非線性電阻的 V-I 特性曲線如圖(2)所示， G_a 、 G_b 為斜率，轉折點位

於 $V_R = -B_p$ 和 $V_R = B_p$ 。



圖(1-2) 非線性電路的 I-V 特性曲線

利用變數變換可將上述的狀態方程式轉換成下列的型式：

$$\frac{dx}{dt} = ka(y - x - f(x))$$

$$\frac{dy}{dt} = k(x - y + z)$$

$$\frac{dz}{dt} = -kby$$

$$f(x) = bx + \frac{1}{2}(a - b)\{|x + 1| - |x - 1|\}$$

$$x \equiv \frac{v_1}{B_p} \quad y \equiv \frac{v_2}{B_p} \quad z \equiv i_3 \left(\frac{R}{B_p} \right)$$

$$a \equiv \frac{C_2}{C_1} \quad b \equiv \frac{R^2 C_2}{L} \quad k \equiv \text{sgn}(RC_2)$$

$$a \equiv RG_a \quad b = RG_b \quad t \equiv \frac{t}{|RC_2|}$$

$$\text{對稱性： } (x, y, z) \longrightarrow (-x, -y, -z)$$

非線性電阻的部分可以用運算放大器(Operational Amplifier)作

成負阻抗電路,且當 V_R 大於某一電壓值時,運算放大器開始 saturate , 將兩個這樣的運算放大器並聯,就可以得到 I-V 曲線為圖(1-2)的非線性電阻。

電路中的電阻及運算放大器的 saturation voltage(R_1 , R_2 , R_3 , R_4 , R_5 , R_6 , E_{sat})可以決定 G_a , G_b , B_p 。只要改變 C_1 、 C_2 、 R 、 L 等參數便可以觀察到不同週期的週期軌道或混沌(chaos)軌道。

C_1 C_2 L 都是不容易改變的參數,因此我們選定 $C_1=0.0155\mu\text{F}$ 、 $C_2=0.3474\mu\text{F}$ 並利用 RCL Meter 量得 $L=11.0534\text{mH}$, 串聯電阻 $R_s=13.9596\Omega$ 。只要改變不同的 R 值,很容易就可以觀察到現象。

$$G_a = -\frac{R_2}{R_1 R_3} - \frac{R_5}{R_4 R_6}$$

$$G_b = -\frac{R_2}{R_1 R_3} + \frac{1}{R_4}$$

$$B_p = \frac{R_6}{R_5 R_6} E_{sat}$$

儀器

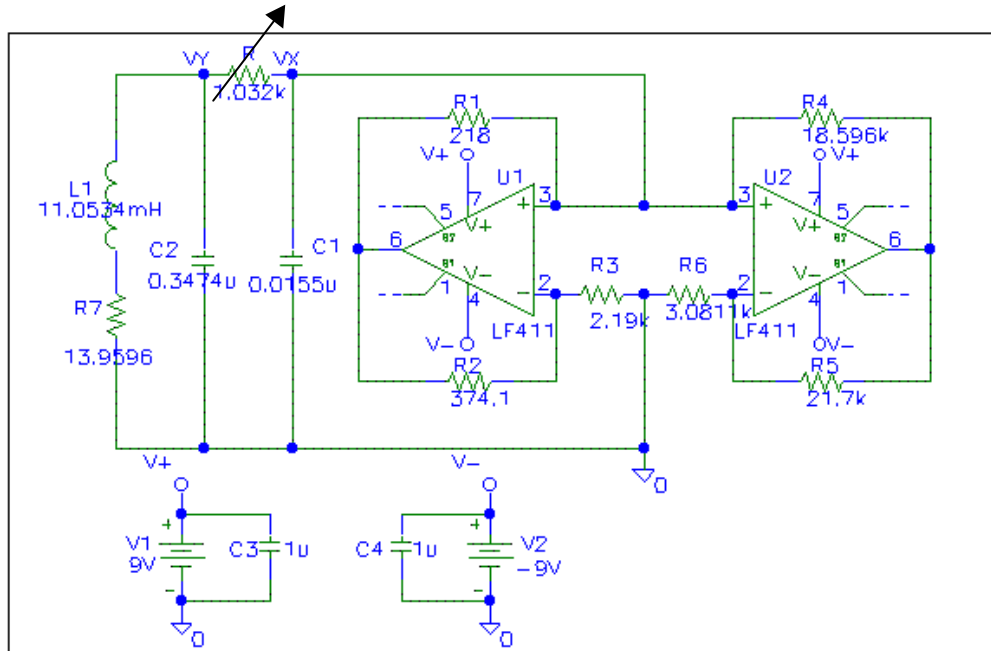
示波器

電源供應器

頻譜分析儀 SR780

步驟

1. 連接線路如圖 3。
2. 找出週期 1、2、4、spiral 及 double scroll 並紀錄其電阻值與圖形。
3. 在 c1 下外接一訊號產生器輸入弦波、方波與雜訊，觀察圖形的反應和變化。
4. 將電路連接一緩衝器與喇叭，聽聽渾沌的聲音。
5. 再連接一組相同的電路，將兩組電路中的電感靠近，觀察圖形的變化。



圖(3) Chua's Circuit 的電路圖

結果分析與討論

1. 找出週期 1、2、4、spiral 以及 double scroll

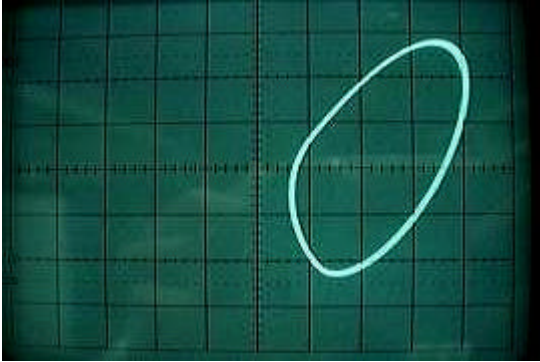
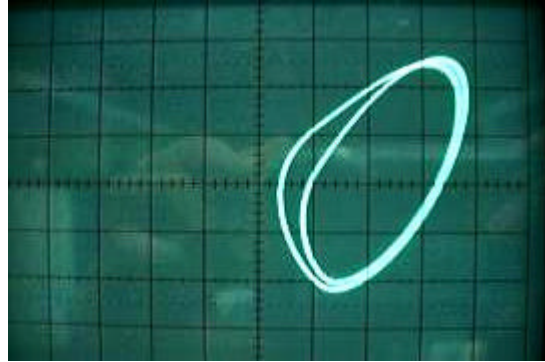
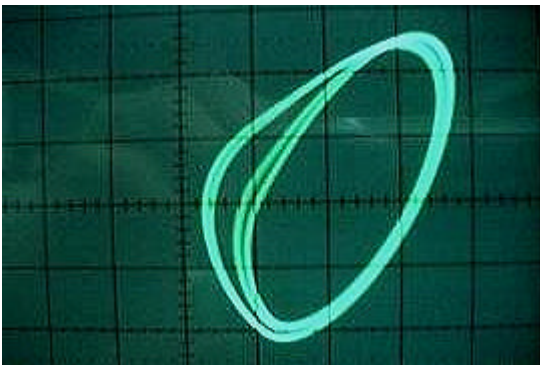


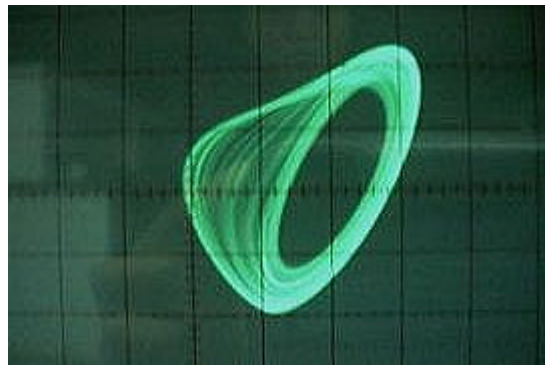
圖 (4) Period 1 , $R=1.1004k$



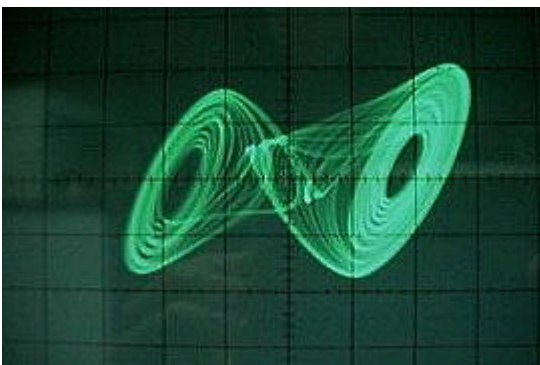
圖(5) Period 2 , $R=1.0648k$



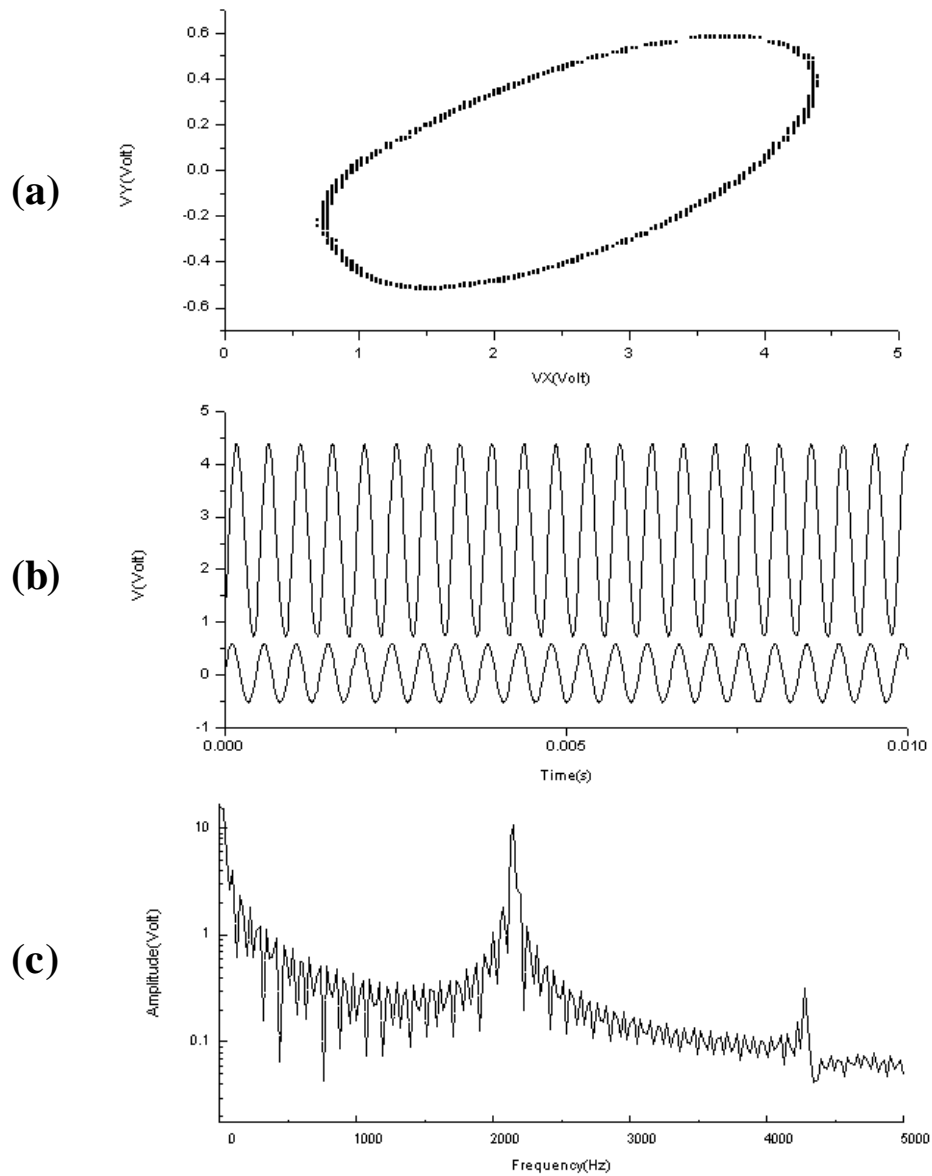
圖(6) Period 4 , $R=1.0614k$



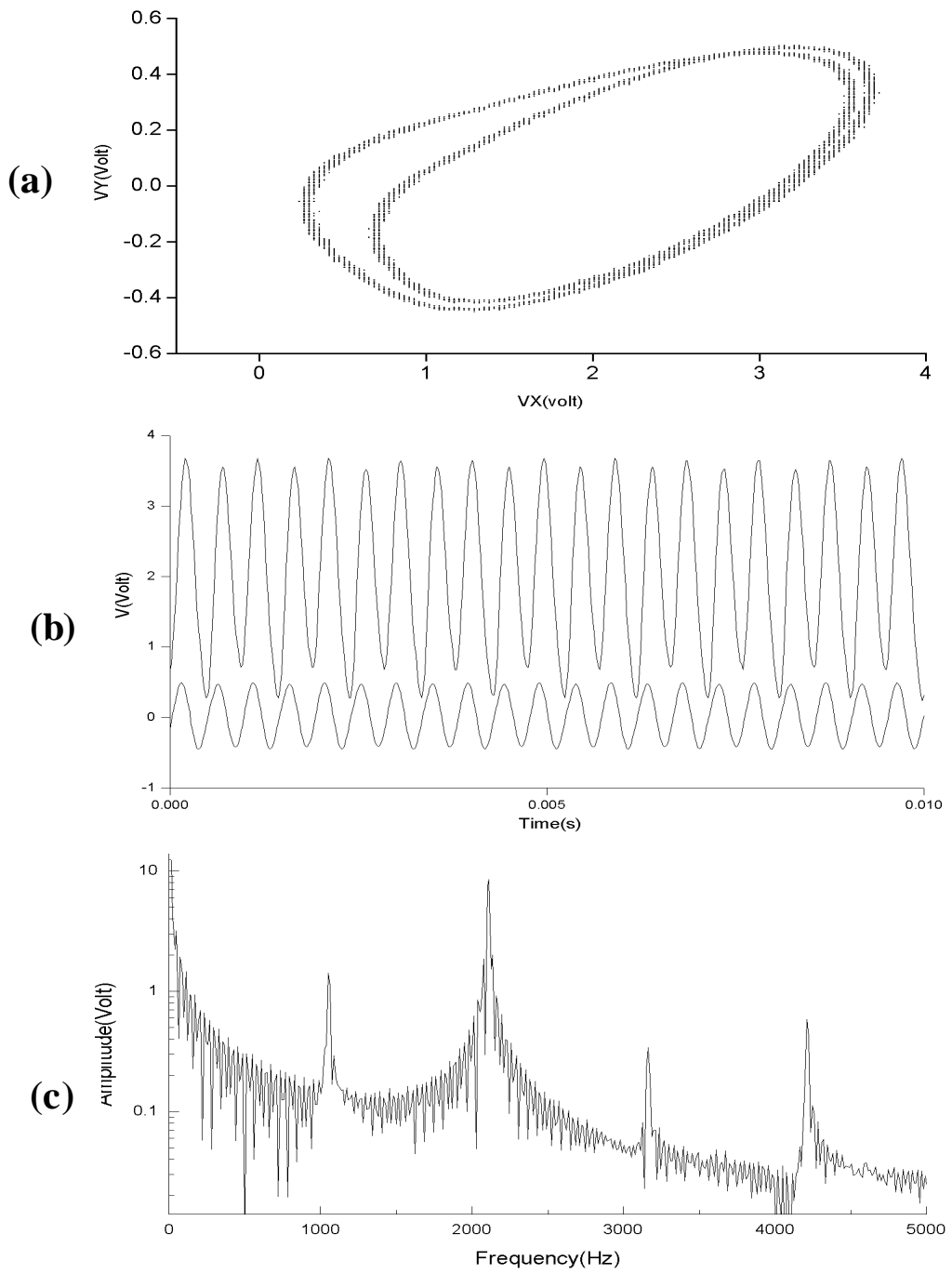
圖(7) Spiral , $R=1.0320k$



圖(8) Double scroll , $R=1.0073k$

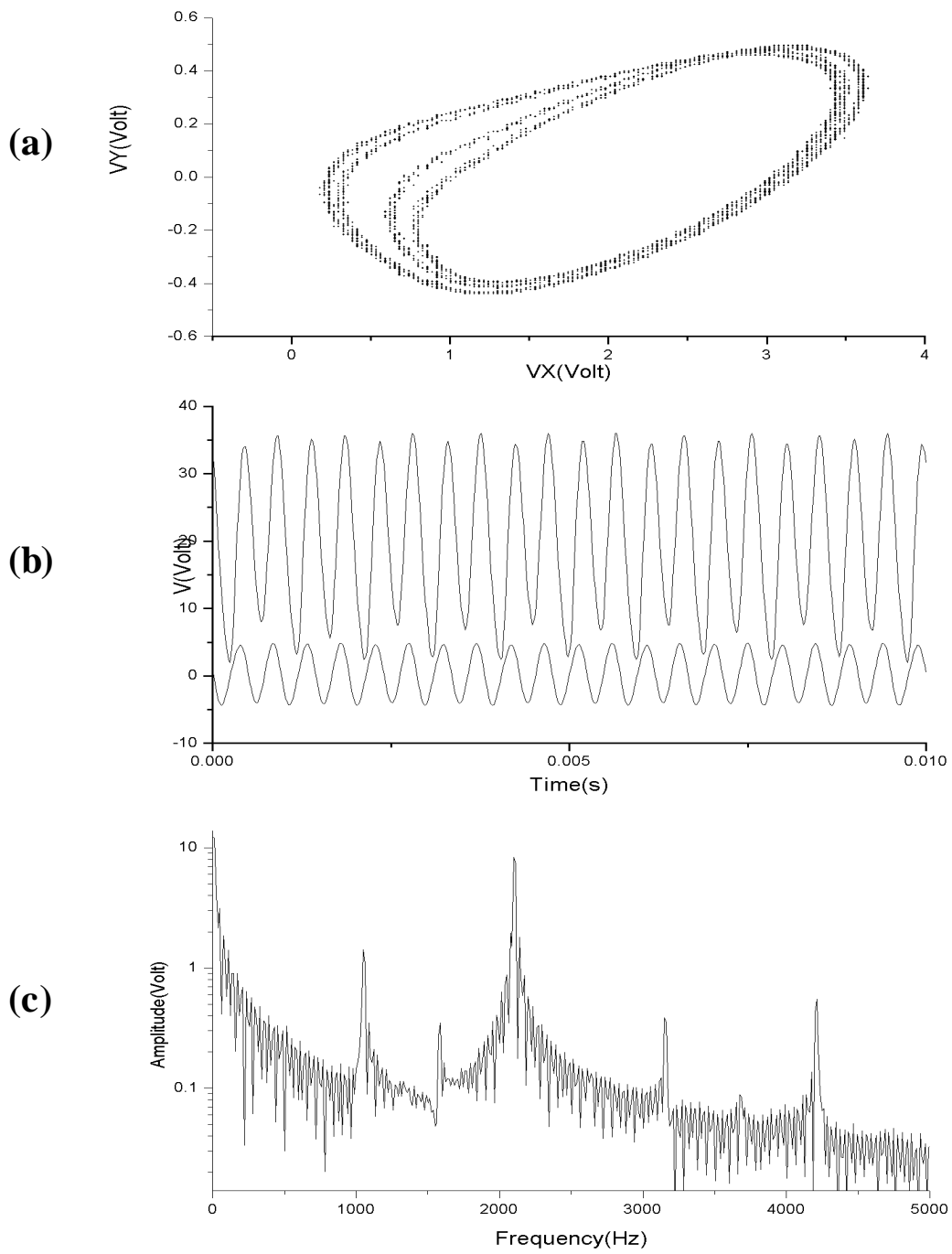


圖(9) Period 1 (a) 為 VX 對 VY 作圖(b) VX and VY 對時間作圖
(c) VX 對時間傅利葉分析

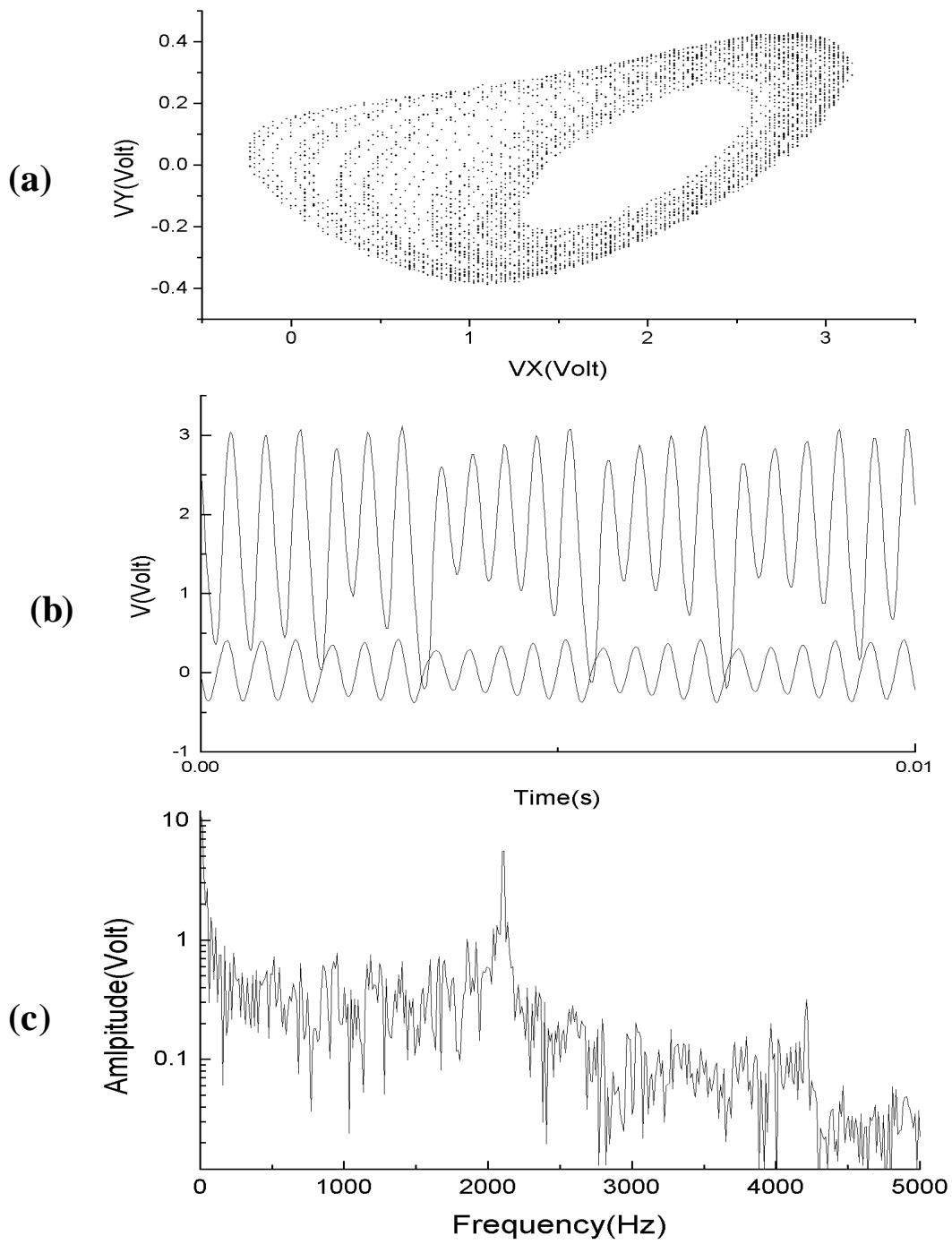


圖(10) Period 2 (a)為 VX 對 VY 作圖(b) VX and VY 對時間作圖

(c) VX 對時間傅利葉分析

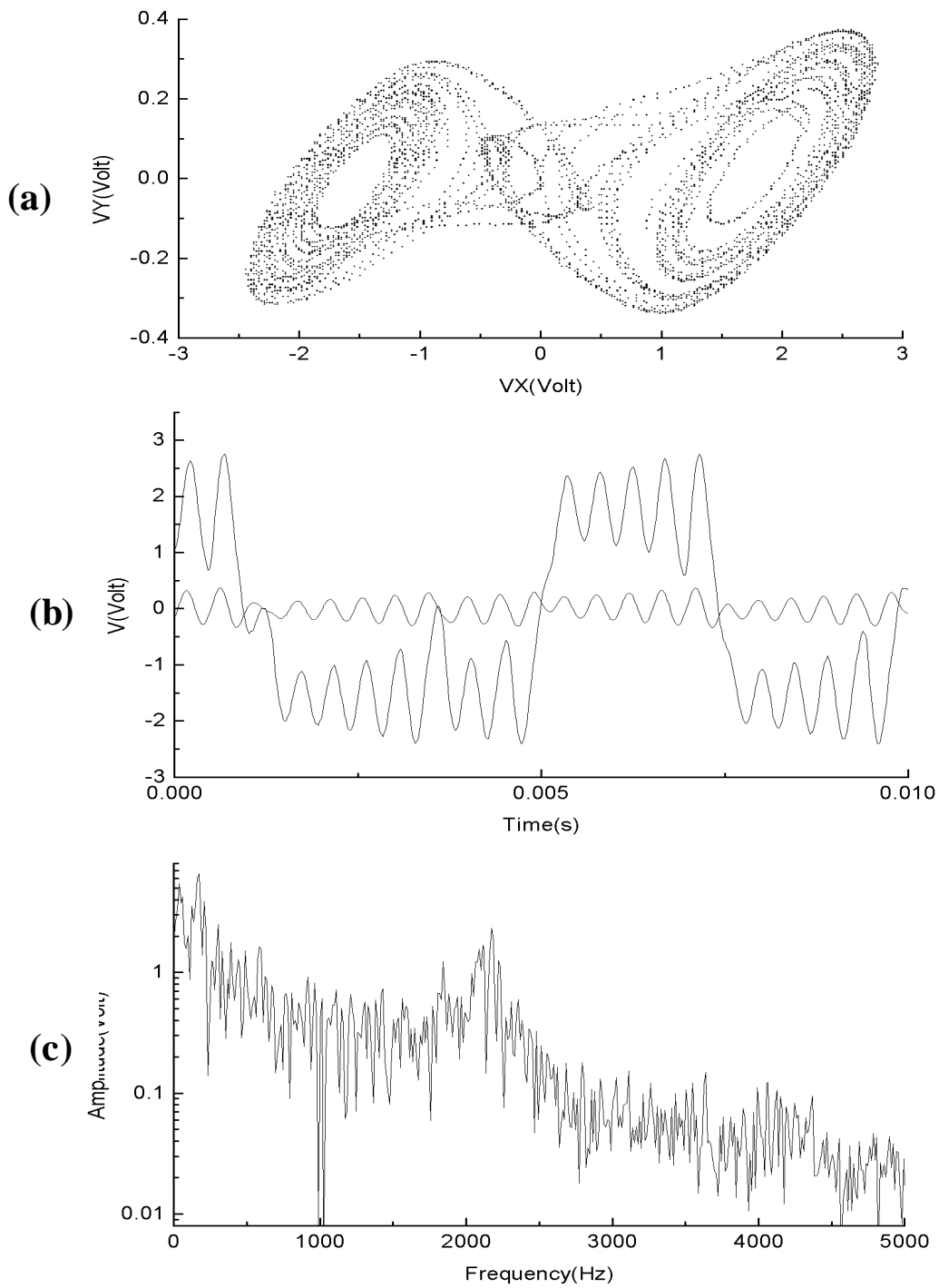


圖(11) Period 4 (a) 為 VX 對 VY 作圖(b) VX and VY 對時間作圖
(c) VX 對時間傅利葉分析



圖(12) Spiral (a)為 VX 對 VY 作圖(b) VX and VY 對時間作圖

(c) VX 對時間傅利葉分析

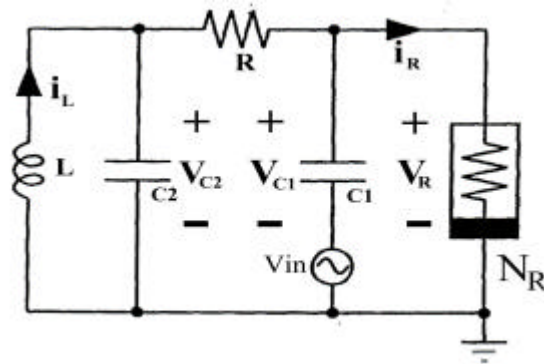


圖(13) Double scroll (a) 為 VX 對 VY 作圖 (b) VX and VY 對時間作
 (c) VX 對時間傅利葉分析

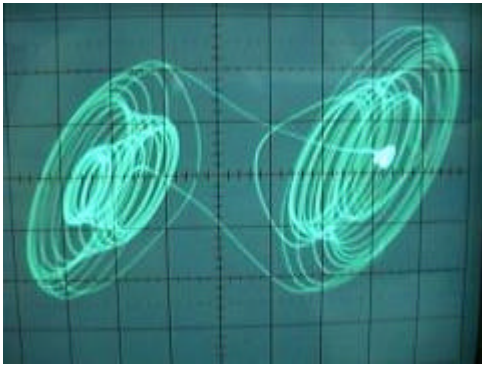
2 驅動 Chua's Circuit

(a) 弦波和方波：

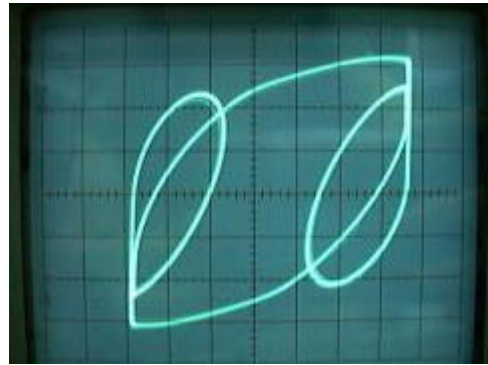
我們以弦波和方波驅迫 Period 1，將其中較特別的圖形攝影這下來。然而箇中千變萬化的圖形必須親自動手才能體會。如圖(15)~(17)。



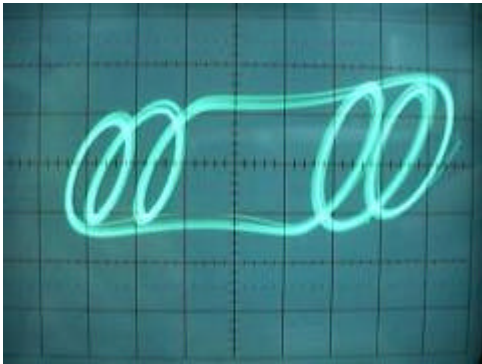
圖(14) Driving the Chua's Circuit.



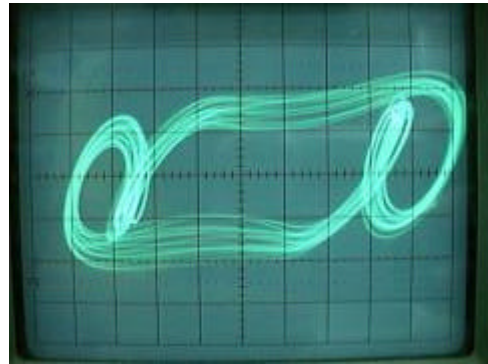
(a)



(b)



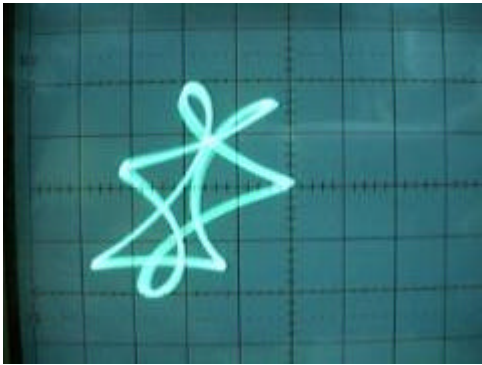
(c)



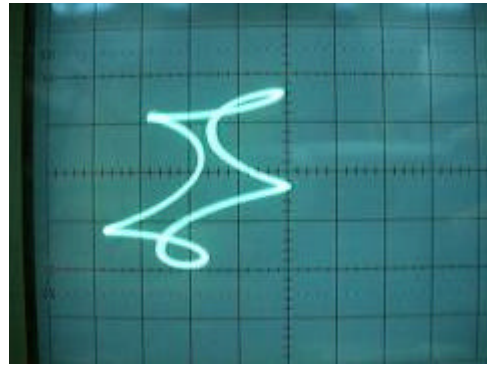
(d)

圖(15)

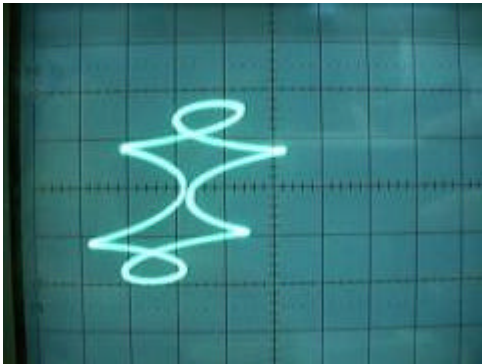
- (a) Period 1+driving force : sine wave ($A=10V$ $F=125Hz$)
- (b) Period 1+driving force : sine wave ($A=10V$ $F=720Hz$)
- (c) Period 1+driving force : sine wave ($A= 5V$ $F=380Hz$)
- (d) Period 1+driving force : sine wave ($A= 5V$ $F=590Hz$)



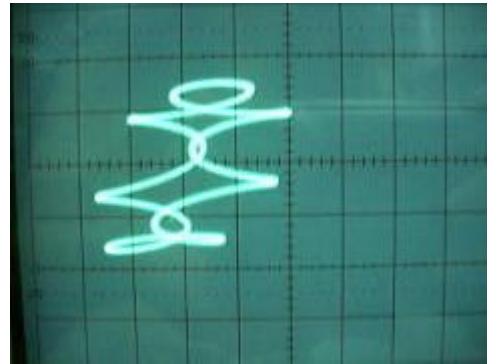
(a)



(b)



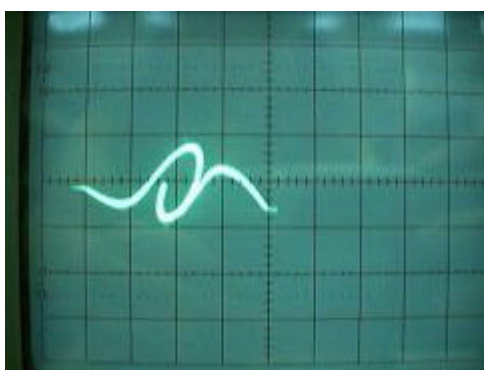
(c)



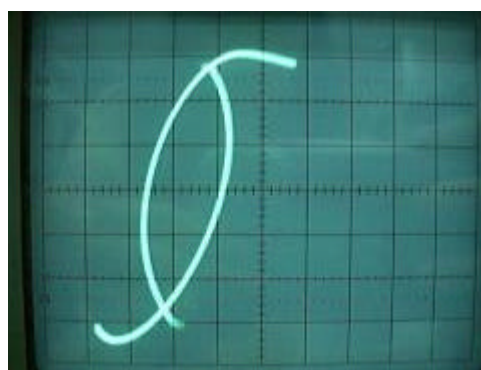
(d)

圖(16)

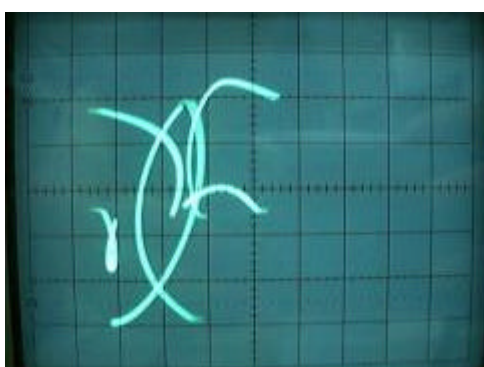
- (a) Period 1+driving force : sine wave ($A=1V$ $F=5.3kHz$)
- (b) Period 1+driving force : sine wave ($A=1V$ $F=8.4kHz$)
- (c) Period 1+driving force : sine wave ($A=1V$ $F=10.5kHz$)
- (d) Period 1+driving force : sine wave ($A=1V$ $F=12.6kHz$)



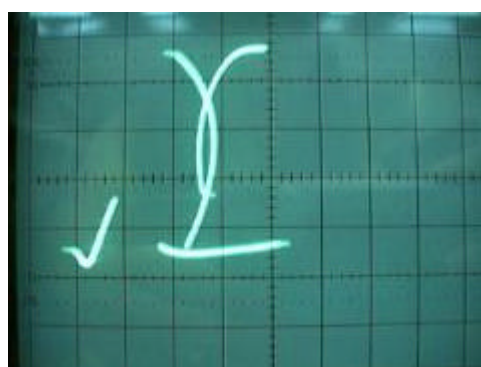
(a)



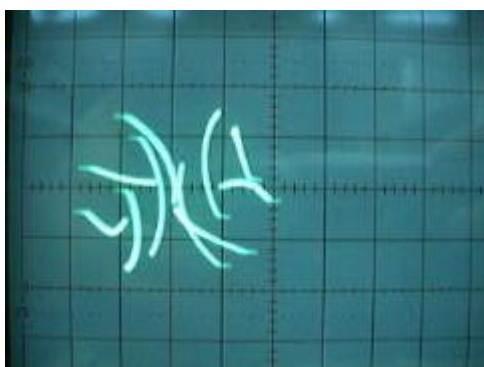
(b)



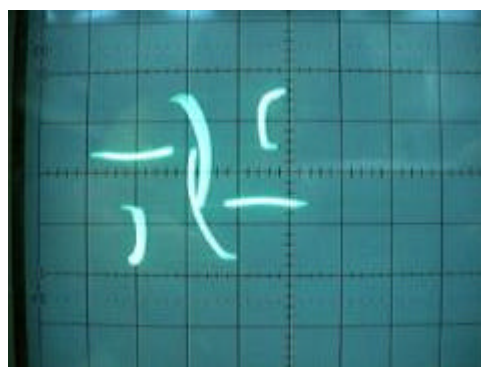
(c)



(d)



(e)



(f)

圖(17)

- (a) Period 1+driving force : square wave ($A=1V$ $F=1.234kHz$)
- (b) Period 1+driving force : square wave ($A=1V$ $F=2.400kHz$)
- (c) Period 1+driving force : square wave ($A=1V$ $F=3.120kHz$)
- (d) Period 1+driving force : square wave ($A=1V$ $F=4.310kHz$)
- (e) Period 1+driving force : square wave ($A=1V$ $F=5.320kHz$)
- (f) Period 1+driving force : square wave ($A=1V$ $F=6.220kHz$)

(b) noise :

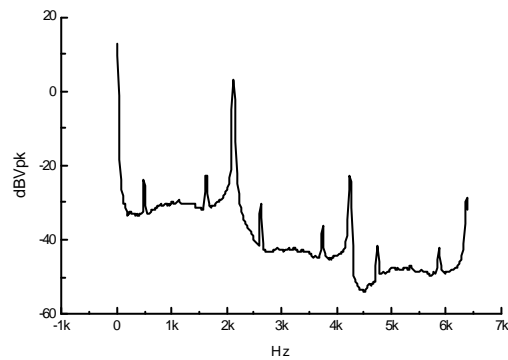
我們以頻譜分析儀 SR780 內建之 source 功能,輸入一 noise 訊號 ,
藉改變振幅大小來觀察輸出的變化。

下表為在不同初始條件下圖形開始左右震盪所需的 noise 振幅

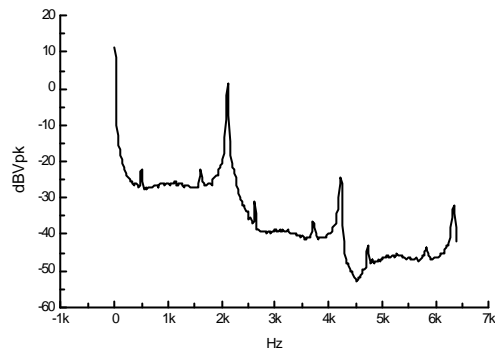
初始條件	Noise 之振幅(mV)
Period1	600
Period2	400
Period4	350
Spiral	200

表 1

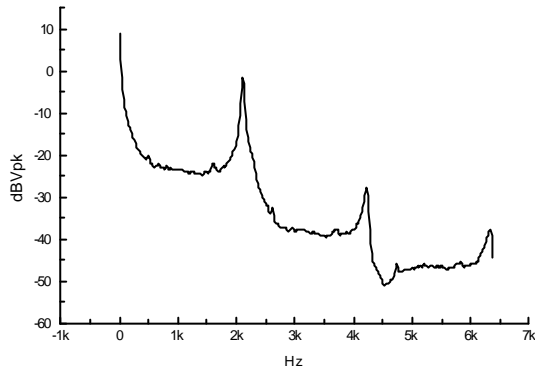
以下為我們實驗中所看到圖形的 FFT 分析。



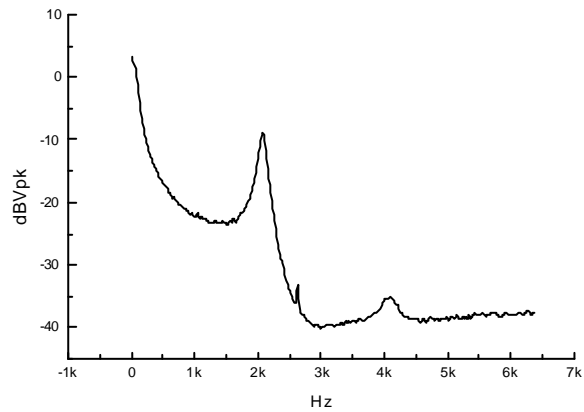
圖(18) Period1+振幅為 250mV 之 noise , 所得 X 軸之頻譜分析



圖(19) spiral + 振幅為 250mV 之 noise , 所得 X 軸之頻譜分析



圖(20)double scroll + 振幅為 250mV 之 noise , 所得 X 軸之頻譜分析

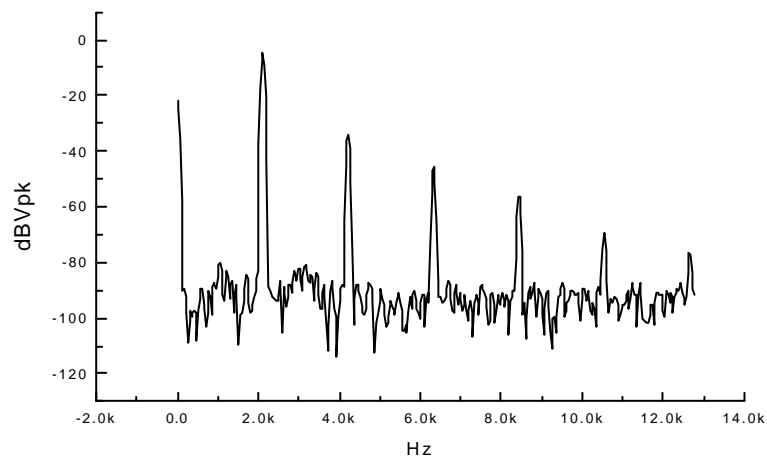


圖(21)double scroll + 振幅為 1500mV 之 noise , 所得 X 軸之頻譜分析

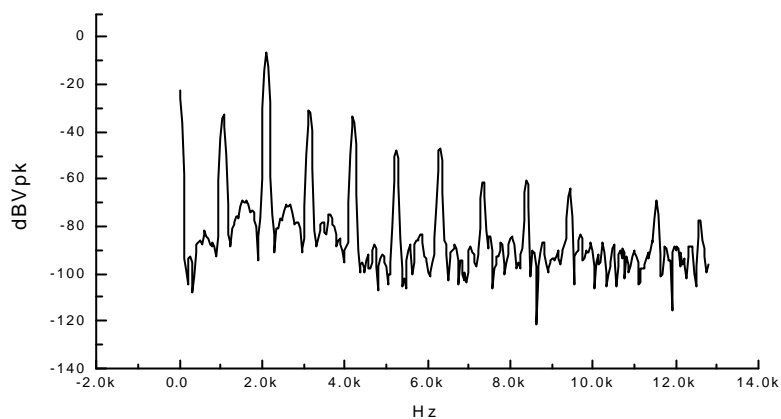
3.Chua's Circuit 的聲音與頻譜分析

(1) Chua's Circuit 的聲音及頻譜分析

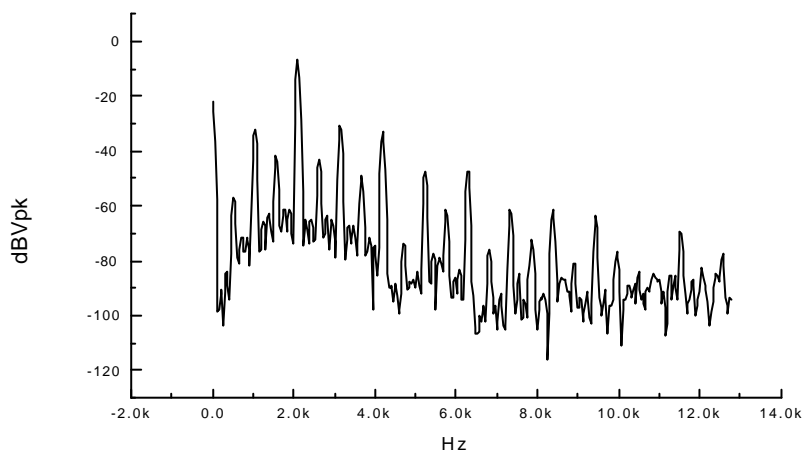
由 period-1 、 period-2 、 period-4 、 spiral 變化到 double-scroll 的聲音從單音(約 2kHz)開始，慢慢的出現低頻的聲音，然後越來越混亂。整個過程類似飛機起飛的聲音。我們利用聲霸卡(取樣頻率約 44kHz)以及 Cool Editor 96(錄音軟體)將聲音錄下來，並利用頻譜分析儀 SR780 取 X 軸訊號 200 次平均，做快速傅利葉轉換 (FFT)，由分析的結果可知，主要頻率皆在 2KHz 左右，如下圖所示：



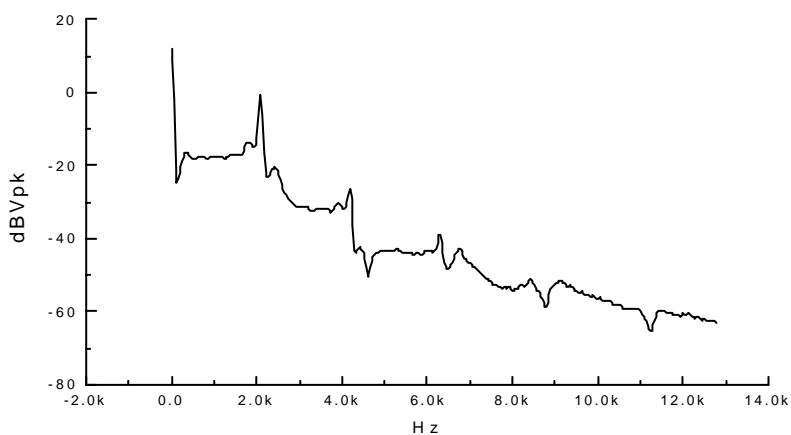
圖(22) Period-1 的聲音做 FFT 分析



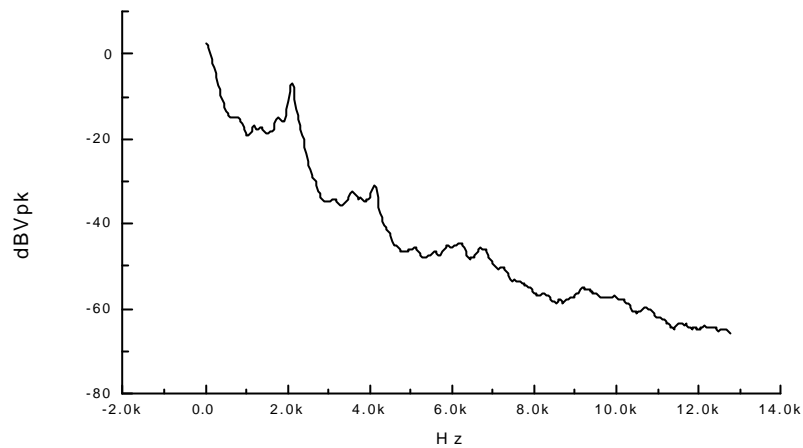
圖(23) Period-2 的聲音做 FFT 分析



圖(24) period-4 的聲音做 FFT 分析



圖(25) Spiral 的聲音做 FFT 分析



圖(26) Double-scroll 的聲音做 FFT 分析

(2) 驅動 Chua's Circuit 所產生的聲音

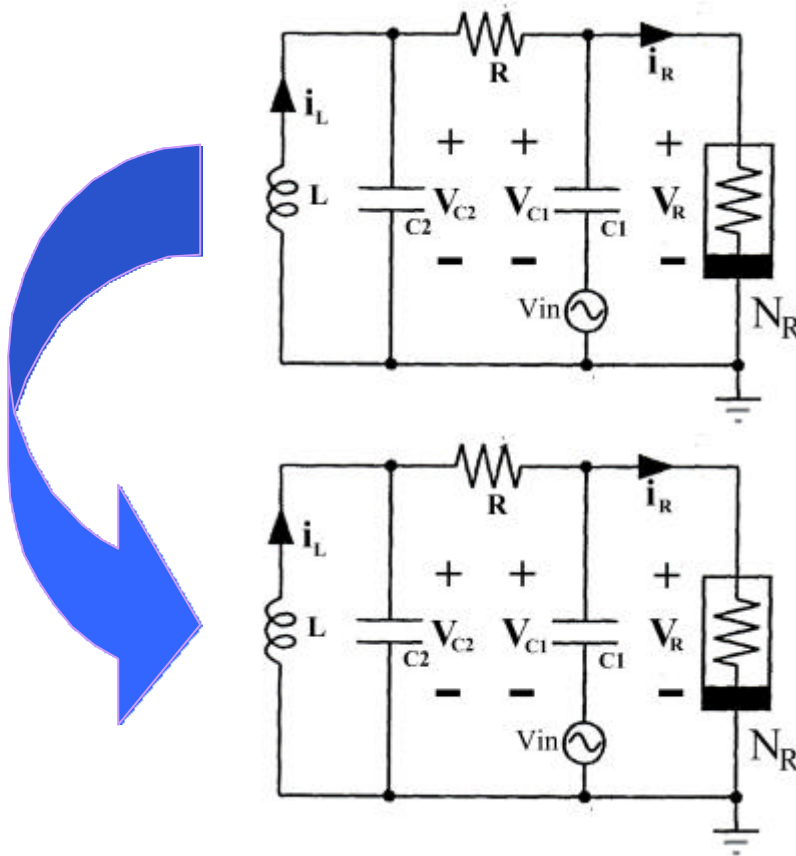
當我們以 sine wave 當作訊號源，改變其頻率或振幅來驅動 Chua's Circuit 可以很容易的模擬出類似木管樂器的聲音，如果以電子合成的方式來模擬可能須要很繁複的步驟才能達成。

此外，若以不同頻率來回掃描(例如由 10Hz 掃到 20Hz 再由 20Hz 掃到 10Hz 的 pulse)去驅動 Chua's Circuit，我們可以聽到一些特殊的節奏(tempo)。

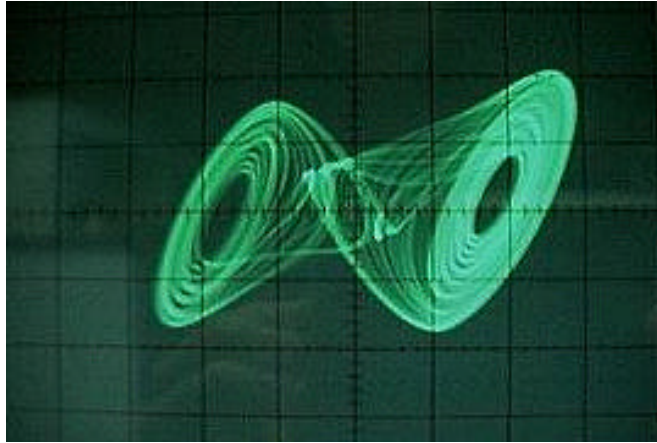
4. Inductively coupled Chua's Circuit

我們做了兩個參數非常接近的 Chua's Circuit 並洗成電路板，將它們架於軌道上，其中一個固定，另一個慢慢的向固定的那個靠近，利用電感使它們耦合在一起，如圖(27)所示，觀察它們有無同步。我們嘗試用 LabVIEW 將取出來的 data 做 correlation 分析，發現並沒有同步的情形。但可以確定的是兩個 Chua's Circuit 會彼此影響。

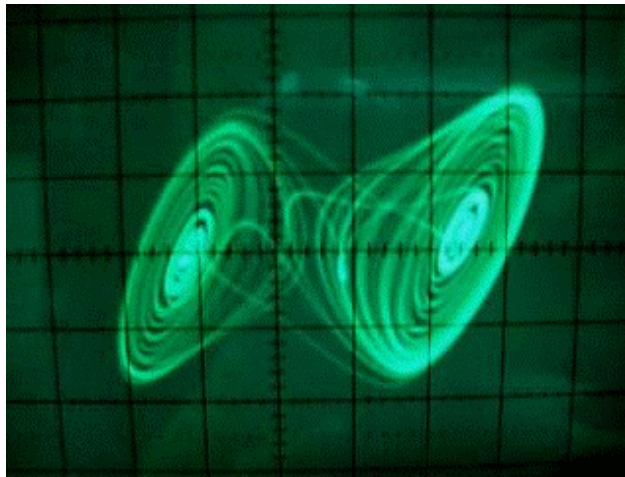
圖(28)將展示 Double scroll 在耦合前與耦合後的情形。



圖(27) 耦合 Chua's Circuit



耦合前



耦合後

圖(28) Double scroll 的耦合情形。

從圖(28)可以發現，將兩個 Chua's Circuit 利用電感耦合在一起後，原本空洞的吸子 (attractor) 變得緻密起來。這是我們發現比較特別的現象。