

旋转球与非旋转球运动的力学原理

孙春峰, 杨小云
(孝感学院 物理系, 湖北 孝感 432100)

摘 要: 从足球、排球的击球方式和流体动力性能出发, 建立力学模型, 讨论了旋转球与非旋转球运动的力学原理, 得到了弧线球的运动规律及其横向飘移的定量结果。
关键词: 弧线球; 飘球; 流体动力性能; 力学原理; 运动规律; 横向飘移
中图分类号: O313 **文献标识码:** A **文章编号:** 1671-2544(2003)03-0036-04

足球中的弧线球、排球中的飘球具有很强的攻击性。有关运动水平提高的讨论已屡见不鲜, 而其力学原理的分析和研究对提高运动水平、设计发球技术具有指导性的意义。本文根据这两种球的制作特点、击球方式, 建立力学模型, 定性或定量探讨了二者的运动规律。

1 旋转球

1.1 力学模型

旋转着的足球在运动过程中, 除受重力、空气阻力以及与运动方向垂直的升力——马格努斯力^[1,2]的作用外, 还受到空气作用于旋转着的球体的内摩擦力矩的作用。

设球的半径为 a , 旋转角速度为 ω , 空气粘滞系数为 η , 空气密度为 ρ , 足球向前的平动速度为 v 。足球在前进过程中受到空气阻力的影响, 它与足球平动速度的关系取决于雷诺数。作为估计, 取^[1]

$\eta = 18.1 \times 10^{-6} \text{ Pa} \cdot \text{s}$, $\rho = 1.205 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$,
 $v = 25 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, $a = 0.11 \text{ m}$
得 $Re = 3.66 \times 10^5$, 故阻力的大小与平动速度 v 的平方成正比^[3]:

$$f = c \rho A v^2 / 2 \tag{1}$$

(1) 式中 A 为足球的横截面积, c 称之阻力系数, 为一无量纲常数。令 $k = c \rho A / 2$, 则

$$f = k v^2 \tag{2}$$

由(2)式知足球所受的空气阻力与它的平动速度的平方成正比, 该阻力的影响使得足球的平动速度减小较快。

另一方面, 由于内摩擦力作用, 空气施于球体内摩擦力矩与空气粘滞系数、角速度梯度成正比^[4]。空气粘滞系数很小, 因而内摩擦力矩使球体旋转角速度减小很慢。

当球旋转着前进时, 由于空气粘性, 紧靠球表面的空气附着球表面随球一起旋转, 在球周围的附着面产生环流如图 1 所示。

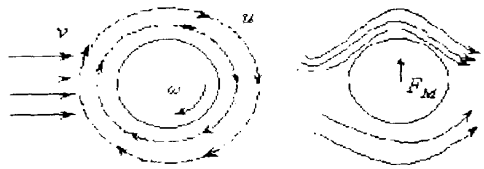


图 1 过球心的水平截面空气流线分布图

设环流的线速度为 u , 视其角速度仍为 ω , 根据相对运动原理, 可认为球体不动, 有气流以速度 v 从前方流来, 来流与环流合成运动的结果, 球两侧的空气流速度大小差异较大, 在来流与环流同方向的一侧空气流速为 $v + u$, 流线密集, 而在另一侧空气流速为 $v - u$, 流线稀疏, 流速差为 $2u$ 。根据伯努利方程, 流速较大的一侧压强较小, 流速

较小的一侧压强较大。两侧的压力差使球体受到方向指向空气流速度较大一侧且始终与运动方向垂直的马格努斯力作用,该力大小可由儒可夫斯基环流理论^[5,6]给出:

$$F_M = 8\pi\rho\omega a^3 v/3 \quad (3)$$

$$\text{令} \quad G = 8\pi\rho\omega a^3/3 \quad (4)$$

$$\text{则} \quad F_M = Gv \quad (5)$$

球体受马格努斯力的作用会偏离原来的飞行方向,轨迹弯曲程度较大,好象突然拐弯,形成弧线,形似香蕉。体育术语称为弧线球,又曰香蕉球。马格努斯力的方向与球旋转的方向有关,改变球体侧旋方向,球体轨迹可以向左或向右弯曲。当运动员从不同角度踢球时,就可以踢出不同方向的香蕉球。

1.2 运动规律与轨迹方程

建立以踢球处为原点的直角坐标系,取 OZ 轴竖直向上, OX 轴沿原前进方向, OY 轴表示横向飘移方向如图 2 所示。

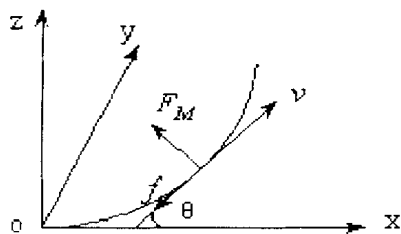


图 2 旋转足球的运动轨迹

设初始时,球的旋转方向(角速度方向)沿 OZ 轴,由前述讨论知,内摩擦力矩很小,可忽略其影响,则根据角动量守恒定律可认为球始终沿 OZ 轴旋转,由伯努利方程可判断足球所受的马格努斯力总是位于水平面内,且与球体速度方向垂直,指向球体运动轨迹的曲率中心,足球的运动微分方程为

$$\text{竖直方向:} \quad m \frac{d^2 z}{dt^2} = -mg \quad (6)$$

$$\text{水平切向:} \quad m \frac{dv}{dt} = -kv^2 \quad (7)$$

$$\text{水平法向:} \quad m \frac{v^2}{\rho} = Gv \quad (8)$$

$$\text{对(7)式积分} \quad \int \frac{dv}{v^2} = -\frac{k}{m} \int dt \quad (9)$$

$$-\frac{1}{v} = -\frac{k}{m}t + c_1 \quad (10)$$

将初始条件 $t = 0, v = v_0$ 代入(10)式得

$$c_1 = -\frac{1}{v_0} \quad (11)$$

$$\text{所以} \quad v = \frac{mv_0}{m + kv_0 t} \quad (12)$$

因为 $ds = vdt$, 则

$$s = \int_0^t \frac{mv_0}{m + kv_0 t} dt = \frac{m}{k} \ln \frac{m + kv_0 t}{m} \quad (13)$$

将 $\rho = \frac{ds}{d\theta} = \frac{ds}{dt} \frac{dt}{d\theta} = v \frac{dt}{d\theta}$ 代入(8)式得

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{G}{m} \quad (14)$$

$$\text{故有} \quad \theta = \int_0^t d\theta = \int_0^t \frac{G}{m} dt = \frac{G}{m}t \quad (15)$$

因此有

$$v_x = v \cos \theta = \frac{mv_0}{m + kv_0 t} \cos \frac{G}{m}t \quad (16)$$

$$v_y = v \sin \theta = \frac{mv_0}{m + kv_0 t} \sin \frac{G}{m}t \quad (17)$$

考虑到 $kv_0 t$ 与 m 相比较小,可忽略不计,近似有

$$v_x = v_0 \cos \frac{G}{m}t \quad (18)$$

$$v_y = v_0 \sin \frac{G}{m}t \quad (19)$$

$$\text{则} \quad x = \int v_x dt = \int_0^t v_0 \cos \frac{G}{m}t dt = \frac{mv_0}{G} \sin \frac{G}{m}t \quad (20)$$

$$y = \int v_y dt = \int_0^t v_0 \sin \frac{G}{m}t dt = \frac{mv_0}{G} \left(1 - \cos \frac{G}{m}t \right) \quad (21)$$

假定足球被踢出时在竖直方向没有速度分量,只是在水平面内前进。则对(6)式积分两次后得

$$z = -gt^2/2 \quad (22)$$

显然,横向飘移量与足球前进距离的关系是讨论的重点,且由于弧线球射门速度迅猛,球的竖直坐标 z 变化不大,故只须考虑在水平面 oxy 内的运动情况。由(18)、(19)两式消去 t 可得

$$\left(\frac{G}{mv_0}x \right)^2 + \left(1 - \frac{G}{mv_0}y \right)^2 \quad (23)$$

$$\text{亦即} \quad y^2 - \frac{2mv_0}{G}y + x^2 = 0 \quad (24)$$

(24)式即为球体运动轨迹方程。

1.3 横向飘移量

由(24)式得

$$y = \frac{mv_0}{G} - \sqrt{\left(\frac{mv_0}{G} \right)^2 - x^2} \quad (25)$$

一般 $m = 0.45 \text{ kg}$, 又因为^[1] $G = 8\pi\rho\omega a^3/3 = 0.01337\omega \text{ kg}$, 代入(25)式得横向飘移量 y 与纵向位移 x 的关系:

$$y = 33.96 \frac{v_0}{\omega} - \sqrt{\left(33.96 \frac{v_0}{\omega} \right)^2 - x^2} \quad (26)$$

(26)式表明,旋转球轨迹的弯曲程度,即横向飘移量 y 与球踢出时的初速度 v_0 、旋转角速度 ω 以及纵向位移 x 有关。

球王普拉提尼在一次踢旋转球中,以 $v_0 =$

25m/s, $\omega = 13.61s^{-1}$, 仰角 $\alpha = 20^\circ$ 踢出, 当纵向前进 $x = 25m$ 时, 实测横向飘移量 $y = 5m^{[1]}$ 。而由(26)式计算得到 $y = 5.23m$ (见表 1)。尽管(26)式是近似解析式, 但比较表明, 近似结果较好。

表 1 横向飘移量 y 与纵向位移 x 的理论值(单位: m)

x	0	5	10	15	20	25	30	35	40
y	0	0.20	0.81	1.83	3.30	5.23	7.69	10.74	14.51

由(4)式与(25)式知, 足球的横向飘移量 y 与空气密度 ρ 有关, 在空气稀薄地区, 例如墨西哥城, 马格努斯效应降低。此外, 还与空气阻力系数 c 有关, c 愈大, 空气阻力的作用使球的前进速度减小愈快, 但其横向偏移量 y 却增加, 亦即球的弧线轨迹的曲率增大。

2 非旋转球

非旋转球最典型的是排球中的飘球。发球时, 运动员击球作用力过球体质心, 使球体在空中飞行时不产生旋转。空气对球体作用方向的不断改变, 导致球体在空中左右、上下晃动。排球飘晃的动力学原理主要有以下几个方面^[7]。

2.1 气阻与击球作用线

排球不是一个完全对称的球体, 其各部分的形状与质量分布不一。由于排球存在冲气的气阻, 导致排球的几何中心和质心不重合, 实际是一个偏心球体, 质心稍偏于球的气阻一边。当球在空中飞行时, 作用于球体的阻力和浮力不对称, 造成了球体向一侧偏移, 从而改变了周围空气流线的形状, 球体一侧空气流线变密, 另一侧空气流线变稀。换言之, 球体偏移一侧的空气流速大于另一侧的空气流速, 从而产生压强差。它使排球受到一个与前进方向垂直的动升力如图 3 所示, 因此排球

在空中运动时出现飘晃。实践表明, 击球时气阻的位置离击球力作用线愈远, 则排球对作用线的转动惯量愈大, 球愈易飘晃; 若气阻的位置离击球力作用线愈近, 则飘晃愈小; 若击球作用线通过气阻或直接击在气阻上, 飘晃就更小。若发飘球时, 使排球的气阻部位朝下, 这样球的势能最低而对作用线的转动惯量最大, 将获得尽可能大的飘晃。

2.2 球体形变与球内气压

发球时, 运动员猛力击球, 使球体产生了很大的“凹陷”变形。在极短时间内, 球内容积减少, 球体内部气体压强的增加将使球体的其余部分产生“凸起”变形。由于皮革的弹性, 当球体在恢复形变过程中, 凸起的球皮反作用于内部气体, 内部气体又作用于凹陷的球皮, 使凹陷的部分在恢复原状的过程中由于惯性又变成局部的凸起, 而原来凸起的部分反而向内凹陷, 产生了反变形。这一过程的不断交替, 球内气压发生脉动变化^[8]而使排球振动。振动的球体与周围空气的挤压会改变排球周围空气流线的形状。凸起的一侧由于挤压附近的空气, 使空气流线变密。自然, 凹陷一侧的空气流线变稀, 如图 4(甲)所示。球体上方 A 点处空气流速 V_A 大于球体下方 B 点处的空气流速 V_B , 球体上下方空气形成一个压强差, 向前运动的排球受到一个与前进方向垂直的动升力 $F_{升}$ 作用。 $F_{升}$ 的作用使排球向上飘动。

球内气压的脉动使球体形成如图 4(乙)所示的反变形时, 球体下方空气流线变密, 上方流线变疏, $V_A < V_B$ 。排球受到向下的 $F_{升}$ 作用而使球体向下飘动。

由于球体的振动, 因而凹、凸方向周期交替, 空气对球的作用力 $F_{升}$ 也不断改变方向, 因而造

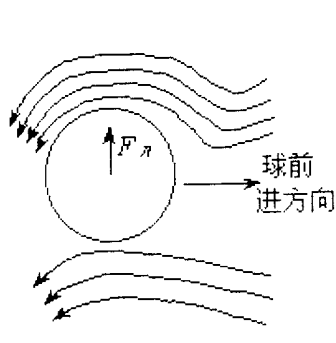


图 3 马格努斯效应

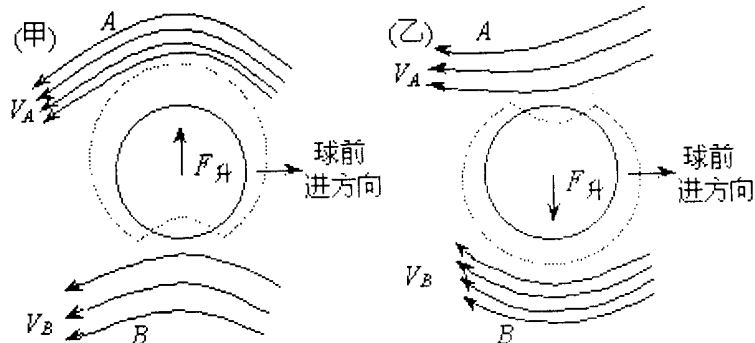


图 4 形变排球的流线分布

成排球上下飘动着前进。由于排球气咀部位比其它部分较硬,击球形变较差,故一般发球时将排球气咀位置朝前。另外,若球体内充气多,气压大,反弹力大,球离手的初速度相对就快,容易产生飘晃。反之,如果球体内气压不足,则飞行的初速度相对就小,球不易产生飘晃。

2.3 球体表面的光滑程度

虽然排球是由十八块对称结构的球皮缝合而成,但球体表面的光滑程度是不均匀的。球在飞行中,当气流与缝合缝方向垂直时,流动阻力大;而当气流与缝合缝方向平行时,流动阻力小。造成气流在球表面上的分布极不对称,使球不能按正常轨迹飞行而出现飘晃。孙宝亭^[9]讨论了不同球缝和各种发球方式对飘晃大小和方向的影响,通过建立数学模型给出了定量的数据,并通过风洞实验进行了验证,所得结果与实践经验一致。虽然球缝不对称不是排球产生飘晃的主要原因,却能明显地改变随机横侧力的大小和方向,便于研究利用球缝发飘球技术。此外,球的外皮表面光滑,飞行中与空气摩擦小,飞行速度快,则容易产生飘晃;若表皮粗糙,与空气摩擦大,阻力就大,影响球的飞行速度,不易产生飘晃。

飘球是空气流过排球时气动力作用的结果,是固有的流动特性造成的。研究结果表明^[10-12],只要发出的球不旋转或转动很慢且发球速度适当,球不受击打或球体不变形也会产生飘移。

[参 考 文 献]

- [1] 葛隆祺,叶卫军.足球旋转球的运动规律[J].物理通报,1992(2):7—8.
- [2] 葛隆祺.弧线球运动规律的探讨[J].大学物理,1991(7):26—28.
- [3] 朱照宣,周起钊,殷金生.理论力学:上册[M].北京:北京大学出版社,1982:258.
- [4] 林抒,龚镇雄.普通物理实验[M].北京:高等教育出版社,1981:185—186.
- [5] 赵凯华,罗蔚茵.力学[M].北京:高等教育出版社,1996:240—242.
- [6] 刘大为.球体飞行轨迹异常的探讨[J].大学物理,1987(1):43—45.
- [7] 杨静珍,程战铭.发飘球因素及其方法[J].体育与科学,1988(1):38—40.
- [8] 余家荣.体育运动中的力学原理[J].现代物理知识,1993,5(4):32—34.
- [9] 孙宝亭.排球球缝随机气动力辨识建模[J].空气动力学学报,1996,14(1):110—116.
- [10] Sun B T. Simulation study of effects of volleyball seams on trajectory characteristics of float-serve[A]. The Proceeding of BICSCQ, 1992: 528—532.
- [11] 孙宝亭.排球不同球缝随机气动力建模应用[J].力学与实践,1993,15(2):19—23.
- [12] 孙宝亭.排球球缝对站发飘球轨迹及发球区影响的仿真研究[J].计算机仿真,1993(4):15—22.

The Principles of Mechanics for Spin Service and Non-spin Service

SUN Chun—feng, YANG Xiao—yun

(Department of Physics, Xiaogan University, Xiaogan, Hubei 432000, China)

Abstract: Following the ways of playing football and playing volleyball as well as hydrodynamic performance, the paper constructs mechanical models and discusses the principles of mechanics for spin service and non-spin service. The movement law of banana shot has been discovered and the quantitative result of its lateral fluttering has also been obtained in this research.

Key Words: banana shot; floating service; performances of hydrodynamics; principles of mechanics; law of movement; lateral fluttering

(责任编辑:邹礼平)