

用 X 射线谱短波限法测定普朗克常数

黄仕迪

(复旦大学, 上海, 200433)

摘要

实验中采用 X 射线谱短波限法测定普朗克常数。本文分析了影响实验结果的主要因素, 给出了确定短波限的新方法, 由此得到了更好的结果。

关键词 X 射线谱; 普朗克常数; 短波限; 区域平均法

Planck constant measurement by the method of cut-off wavelength

Huang, Shidi

(Fudan University, Shanghai, 200433)

Abstract

Planck constant was measured by the method of cut-off wavelength. This article analyses the factors which have major impact of the result and proposes a new method to determine the cut-off wavelength, by which a better result was got.

Key Words

X-ray spectrum, Planck constant, Cut-off wavelength, Regional Average Method

普朗克常数 h 是 20 世纪初普朗克在研究黑体辐射问题时引入的, 是微观世界量子化的表征。鉴于 h 的重要意义, 人们一直努力寻找着精确测定 h 的方法。

这里采用 X 射线谱短波限法进行测量, 并对如何更准确地测量和确定短波限 λ_{\min} 进行了有益的尝试。文中分析了实验中遇到的问题, 讨论了影响实验结果的主要因素; 最后就如何确定 λ_{\min} 进行了论述, 提出了新的方法——区域平均法, 由此得到了更好的结果。

1. 实验原理及装置

X 射线管发射的连续谱存在短波限 λ_{\min} 。1915 年, 哈佛大学的 W. Duane 和 F. L. Hunt 发现 λ_{\min} 与 X 光管高压 U 的倒数成正比, 此即 Duane-Hunt 关系。

此关系容易根据量子理论予以解释: 经过高压加速后获得能量为 eU 的电子与原子整体发生碰撞失去所有能量, 同时发出频率为 ν 的光子,

故有
$$eU = h\nu = hc/\lambda_{\min} \quad (1),$$

由此可得
$$\lambda_{\min} = hc/eU \quad (2),$$

其中, 光速 $c = 2.998 \times 10^8 \text{ m/s}$, 电子电荷 $e = 1.602 \times 10^{-19} \text{ C}$ 。根据(2)式, 通过测量不同 U 对应的 λ_{\min} , 作 $\lambda_{\min} \sim 1/U$ 关系图即可得到普朗克常数 h 。

本实验装置为德国莱宝公司生产的 Leybold X 射线实验仪。实验中需根据布拉格公式 $\lambda = 2d \sin \theta$ 完成衍射角 θ 和波长 λ 之间的转换, 所以为了保证波长转换无误, 实验前后须检查测角器的零点是否漂移。

2. 实验方法与结果

实验中采用了两种不同方法测量管电压 U 和 λ_{\min} 的关系。

2.1 传统方法

此方法借助 NaCl 晶体测量不同 U 下 λ_{\min} 附近的衍射谱，利用实验软件提供的功能，对各条谱线 λ_{\min} 的附近区域进行直线拟合，从而得到不同 U 对应的 λ_{\min} (如图 1 所示)。

实验中使用该方法在不同仪器上进行多次测量，将测量结果按 $\lambda_{\min}=A/U-B$ 进行拟合，并由 $A=hc/e$ 求出 h ，所得实验结果见表 1。由表 1 可知：

(1) λ_{\min} 实验值偏小于理论值， h 值也偏小于公认值；

(2) 不同仪器的测量结果有一定差别，其中在仪器 D

测得的两次结果误差均较大，在 5% 左右¹。在后面的分析中将看到，这与仪器的测量条件有关。

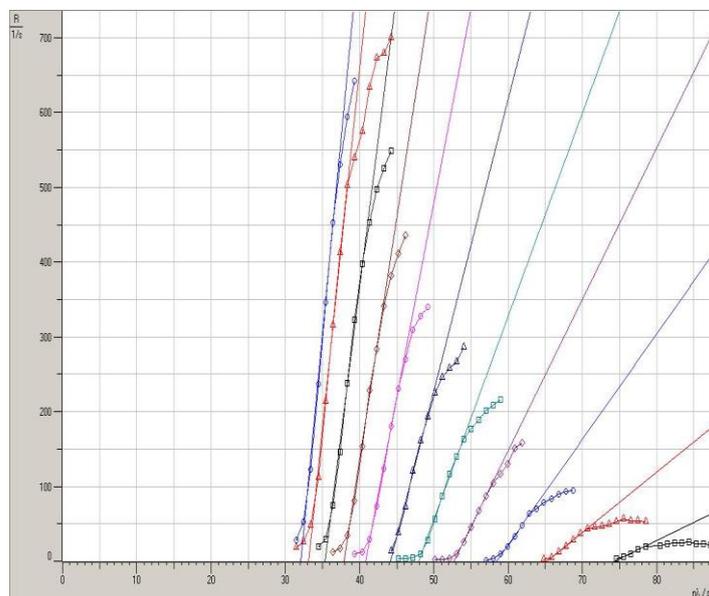


图 1 不同管电压下的连续谱和相应的短波限示意图。

表 1 不同实验仪器的实验结果

U/kV	$\lambda_{\min} / \text{pm}$				理论值
	仪器 A	仪器 C	仪器 D1	仪器 D2	
35.0	32.1	33.2	—	—	35.4
34.0	33.1	34.2	—	34.1	36.5
32.0	35.3	36.4	35.8	36.1	38.7
30.0	37.9	38.9	38.6	38.8	41.3
26.0	44.1	45.3	44.6	44.7	47.7
24.0	48.0	49.2	48.2	48.5	51.7
22.0	52.7	53.8	52.7	52.8	56.4
20.0	58.4	—	58.3	58.1	62
18.0	65.2	—	64.6	64.9	68.9
16.0	74.3	—	73.0	72.7	77.5
A/(pm × kV)	1238 ± 5	1224 ± 3	1182 ± 5	1172 ± 4	—
B/pm	3.4 ± 0.2	1.8 ± 0.1	0.9 ± 0.2	0.4 ± 0.2	—
h/(10⁻³⁴J × s)	6.62 ± 0.03	6.54 ± 0.02	6.32 ± 0.03	6.26 ± 0.02	6.626
相对误差	0.2%	1.3%	4.6%	5.5%	—

1. 在仪器 D 上先后进行了两次测量。仪器编号示意图见文后附图。

2.2 尝试方法

经验表明，X 射线连续谱的强度最大值出现在 $\lambda_0 \approx 1.5\lambda_{\min}$ 处。一方面为了验证此关系，另一方面为了尝试测量 λ_{\min} 的新方法，实验中依次测量了不同管电压下的连续谱。考虑到特征峰对 λ_0 的影响，测量只在 $U \geq 30\text{kV}$ 范围内进行，所得结果如图 2 所示。

从图 2 可以看到：(1) 由于测量时间不够长，统计涨落明显，谱线质量不佳；(2) 谱线在 λ_0 附近区域的强度变化平缓， λ_0 并不容易确定；(3) 该方法给出的 λ_{\min} 在 $U=35\text{kV}$ 、 34kV 、 33kV 时竟然是一样的，且各 λ_{\min} 均明显偏小于理论值，这说明 $\lambda_0 \approx 1.5\lambda_{\min}$ 的近似程度比较粗糙。终上可知，在现有实验条件下用此法测量 λ_{\min} 尚不可行。

此外，由图 2 相对完整的连续谱可以清楚地看到，在大于 λ_{\min} 一侧的谱线强度 R 的确与该区域的波长 λ 成线性关系，这为通过直线拟合确定 λ_{\min} 的方法提供了实验依据，也证明了该方法是一种经验处理。

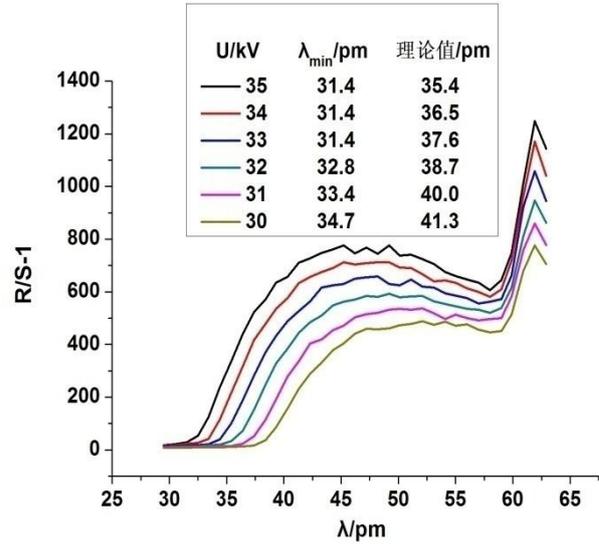


图 2 尝试方法的实验结果

3. 分析和讨论

3.1 影响实验结果的主要因素

影响实验结果的因素是多方面的，按影响由大到小总结如下。

- (1) 光缝宽度** 光缝包括 X 射线出射光阑和传感器的入射狭缝。光缝宽度较大时，X 射线的发散角 α 也较大，此时相应波长的单色性下降， λ_{\min} 附近区域不规则变化明显，影响直线拟合确定 λ_{\min} 的效果。根据统计规律，计数率 R 的相对不确定为 $1/\sqrt{R}$ ，由此知光缝宽度不能太小；否则 R 值太低，相对不确定度增大，统计涨落明显，同样不利于选取 λ_{\min} 的拟合区域。
- (2) 光缝与靶台的距离** 其对实验结果影响的原因与光缝宽度相同。当距离太大，会使计数率太低；距离太小，会降低角分辨本领。根据参考资料(2)的推荐参数，一般可取 $5\text{cm} \sim 6\text{cm}$ 左右。
- (3) 管电压 U** 仪器仪表的高压示数与真实值有差别，所用的 U 值不准。但是由于管电压量级达 10^4kV ，实验室中要检验如此高的电压并不容易。实验中尝试过利用 Mo 靶的激发电压为 20kV 这一有效信息进行检验，但激发电压作为的临界值，实际上很难据此做出判断。
- (4) NaCl 晶体** 本实验借助 NaCl 晶体分辨不同的波长。长期使用后的 NaCl 晶体多有破损，且表面沾附着各种杂质，这将影响分辨效果。
- (5) 其他** 测量时间可以适当增加，减少统计涨落对谱线的影响。

3.2 确定 λ_{\min} 的新方法

实验中采用直线拟合的方法确定 λ_{\min} (称之为**直线拟合法**)，即在波长大于 λ_{\min} 的一侧存在关系 $\lambda = A \times R + \lambda_{\min}$ ， $R=0$ 时给出的截距对应 λ_{\min} 。此方法与短波限的含义相符，前面也指出了这是一种经验处理。然而，从图 1、图 2 可看到，小于 λ_{\min} 理论值的区域 $R \neq 0$ ，该区域范围可达 $3 \sim 5 \text{pm}$ 不等，这使得直线拟合法给出的 λ_{\min} 必小于理论值。同时，实验原理公式 $\lambda_{\min} = hc/eU$ 不含截距项 B ，若按此要求拟合直线过原点，得到的 h 值误差更大，故不可按此进行数据处理。

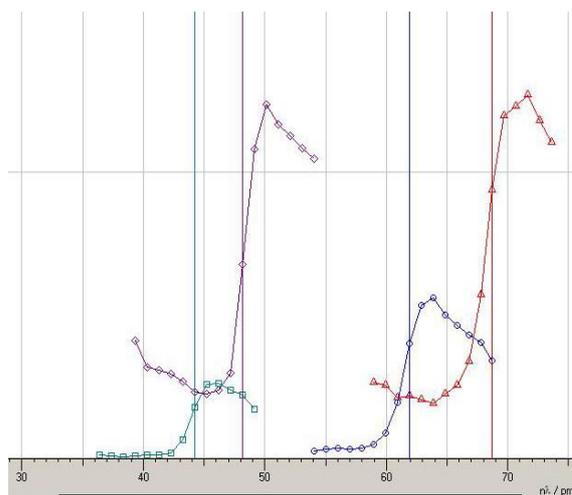


图 4 确定吸收边 λ_k 方法示意图

小于 λ_{\min} 理论值的区域 $R \neq 0$ 的原因，由图 2 知其不可能是小角度的 X 射线干扰所致。如果管电压 U 偏大导致 λ_{\min} 偏小，对于稳定的仪器， λ_{\min} 的实验值和理论值应当有一个稳定的比例趋势；而实验数据给出的这个比例并不支持该原因。事实上，由于仪器的光缝有一定宽度，加上计数的统计涨落，仪器的分辨率有限，不可避免地导致谱线的展宽，从而出现了小于 λ_{\min} 理论值的区域仍存在一定计数的情况。由于谱线展宽，直线拟合法给出的截距值与 λ_{\min} 的含义不再相符，此法不再适用，必须寻找新的方法。

由于谱线展宽影响实验结果的情况在精度不高的实验中比较普遍。如验证 Moseley 定律实验，吸收边 λ_k 也存在类似的展宽，由此可借鉴确定 λ_k 的方法来确定 λ_{\min} 。确定 λ_k 的方法为：选择透射谱线中最低点和最高点之间的区域作为标识区域，软件给出该区域的 λ 平均值作为 λ_k 值(参见图 4)。此法给出的 λ_k 实验值和理论值基本一致。仿造此法确定 λ_{\min} ：将直线拟合区域的 λ 平均值作为 λ_{\min} 值(称之为**区域平均法**)，所得结果如表 2 所示。

表 2 不同方法给出的实验结果(仪器 C)

U/kV		$\lambda_{\min} / \text{pm}$		
		直线拟合法	区域平均法	理论值
35.0		33.2	35.4	35.4
34.0		34.2	36.4	36.5
32.0		36.4	38.4	38.7
30.0		38.9	41.3	41.3
28.0		41.9	44.2	44.3
26.0		45.3	47.2	47.7
24.0		49.2	51.6	51.7
22.0		53.8	56.5	56.4
拟合结果	A/(pm × kV)	1224 ± 3	1237 ± 2	—
	B/pm	1.8 ± 0.1	0	—
$h/(10^{-34} \text{J} \times \text{s})$		6.54 ± 0.02	6.62 ± 0.01	6.626
相对误差		1.3%	0.2%	—

从表 2 可以看到,新方法给出的 λ_{\min} 与理论值基本一致,故拟合时可以要求拟合直线过原点,不再出现截距项;由此得到的 h 值比直线拟合法的結果误差要小许多。事实上,由于谱线的展宽,直线拟合法不可能给出正确的 λ_{\min} 值,必须考虑相应的修正;而区域平均法正是一种比较合理的修正方法,从而很好的减小了系统误差。新方法的关键在于如何选取平均区域,其中的主观性将影响实验结果;且在 U 较小时,平均区域的选取存在一定难度。

4. 结论

用 X 射线谱短波限法测量 h 的关键在于如何准确地测量和确定 λ_{\min} 。由前面分析知,要提高实验精度,减少系统误差,就必须对光缝宽度等实验条件进行严格调整,使用新的晶体,同时保证管电压 U 和衍射角 θ 测量的准确性。

在现有的实验条件下,由于仪器分辨率有限,谱线不可避免地展宽,在确定 λ_{\min} 时必须进行修正。此时,直线拟合法并不适用;而区域平均法则通过合理的修正,得到了误差更小的结果。新方法借鉴于验证 Moseley 定律实验中确定吸收边的方法。由于实验次数有限,此方法的合理性和有效性仍须更普遍的检验。

5. 致谢

感谢王煜老师耐心的讲解和悉心的指导;感谢姚红英老师积极的肯定和有效的意见;感谢白翠琴老师热心的帮助和中肯的建议;感谢俞熹老师风趣而富有启发性的提问;感谢汪人甫老师有力的技术支持;感谢老师们的辛勤付出。感谢赵澎阳同学,在与他的合作中讨论愉快,收获丰富;他是一位出色的合作者。

参考资料

- (1) 复旦大学物理教学实验中心编. 近代物理实验补充讲义, 未出版.
- (2) 路峻岭主编. 物理演示实验教程. 清华大学出版社, 2005 年.
- (3) 郭奕玲. 大学物理, **12**, 33(1993).

附注:

仪器编号示意图。

	B	A
	D	C
门		