

X 光在物质中的衰减系数与原子序数的关系

张 翀

【摘要】X 光进入物质中，会与原子发生吸收、散射等各种相互作用，从而其强度在传播方向上会有一定的衰减。以 I_0 表示射线的初始强度， I 表示穿过某一种介质中厚度为 x 的一段后，剩余的光强。满足关系式：

$$I=I_0\exp(-\mu x)$$

其中的 μ 成为“衰减系数”。现在通过实验研究 μ 与物质的原子序数 Z 的关系：

$$\mu =f(Z)$$

【关键词】X 光、衰减系数、透射率、吸收边、反常点

【引言】这是 X 光系列实验的一个补充实验，位于《近代物理实验补充讲义》第十页，要求设计实验研究 μ 与 Z 之间的函数关系。莱宝 X 仪的实验指南（《TECHNICAL DOCUMENTATION》）上给出了范例实验。它是通过让 Mo 阳极发出的 X 光全波段经过各种不同元素组成的吸收板，从来估计衰减系数随原子序数 Z 的关系。然而，试验结果中却出现了反常点，同时并没有对反常点做出解释，并且把包含反常点的曲线作为最终结果，从而认为当 $Z>40$ 时， μ 对 Z 的关系，与原子较轻时具有不同的函数关系。本实验先按照原实验条件，验证包含反常点的原实验结果。随后通过分析反常的原因，证明 μ 对 Z 有可能具有简单关系的可能性。最后改变分析过程中所需的实验条件进行控制，从而对分析进行验证，否定原实验结果的普适性。

【实验一】

按照《近代物理实验补充讲义》p10 的做法，利用高能电子轰击阳极的钨靶，发射 X 射线。将 X 射线逐次照射具有相同厚度 ($x=0.05\text{cm}$) 的 C、Al、Fe、Cu、Zr、Ag 吸收板，通过测透射率 T 来研究衰减系数 μ 随原子序数 Z 的关系。

实验数据如下：

元素	Z	R/s-1	T /%	μ /cm-1
None	N/A	3729.8*	100	0
C	6	3645.9*	97.8	0.455
Al	13	2676.3*	71.8	6.638
Fe	26	73.3*	1.97	78.591
Cu	29	10.58	0.284	117.309
Zr	40	12.39	0.340	114.138
Ag	47	8.76	0.240	

其中： Z 是物质原子序数， R 是 GM 计数管对 X 光子的计数，代表了光强， T 是透射率， μ 是衰减系数。

带*的是通过在较小的管流下测得 R ，随后利用管流与计数的正比关系的折算值。

R 为直接测量的数据，其他由计算而得，公式为：

$$T=R/R_0$$

$$\mu = -(\ln T)/x$$

注意到： μ 从 C 至 Cu, 单调递增。到了 Zr 有一个不升反降的过程，之后继续上升。这有可能是 $\mu = f(Z)$ 上的正常点，然后这种可能性是极小的，因为鉴于已知的吸收、散射机制，原子序数这个因素不应当使 μ 随 Z 有下降的效果。故注意力转移到其他因素，而认为 $\mu = g(Z)*h(\beta)$ 。其中 $h(\beta)$ 是显与 Z 以外某物理量相关的函数。但在一定的条件下， $h(\beta)$ 与 Z 有关，这样，对于整体的 $g(Z)*h(\beta)$ ，即 μ ，它与 Z 的关系在一定的条件下才会变得复杂。然而，我们想要得到 μ 与唯一因素 Z 的关系 $g(Z)$ ，而排除其他的因素。相信 $g(Z)$ 有可能是一个并不复杂的关系式。

带着这样的设想，暂时忽略 Zr、Ag 两点，对前面四点进行拟合。
假设存在指数关系

$$\mu = Z^\alpha,$$

计算 $\ln\mu$ 与 $\ln Z$ ，并将前者作为 Y，后者作为 X，
做 $Y=A+BX$ 线性拟合，其斜率 B 即指数 α 。

元素	$\ln\mu$	$\ln Z$
C	-0.787	1.792
Al	1.893	2.565
Fe	4.364	3.258
Cu	4.765	3.367

拟合结果如图：

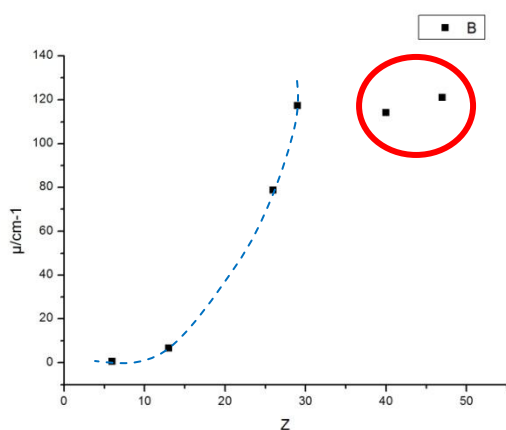


图 1a:
 $\mu - Z$ 曲线。

注意到，C-Al-Fe-Cu 的 μ 都随 Z 单调递增，而且可能在同一条曲线上。而 Zr、Ag 明显偏离，Zr 的 μ 甚至比 Cu 反而更小。

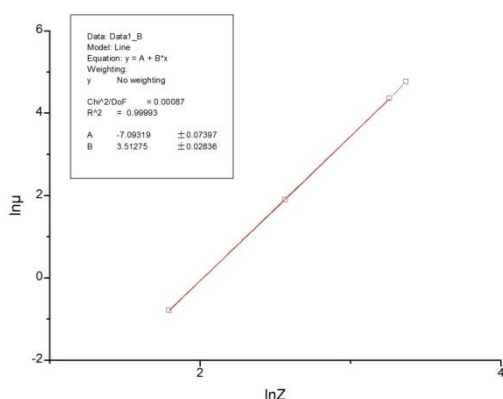


图 1， $\ln\mu - \ln Z$ 拟合。

拟合度 $R=0.99996$ ，线性较好。
 $B=3.51$ ，首次给出指数关系中的 α 。

其中，斜率 $B=3.51$ 。而拟合度 R 达到 0.99996 ($R^2=0.99993$)，如此之高的拟合度表明， μ 应与 Z 呈简单的指数关系。而 Zr 、 Ag 两元素， μ 的异常应该与 Z 以外的因素有关。 $h(\beta)$ 既是其他物理量的显函数，又必须与 Z 有一定关系，以阻碍所有数据点满足同样的 $\mu-Z$ 关系，那么，“吸收边”这个概念正好符合这样的要求。

首先，在研究衰减系数与波长的关系时知道，波长远离吸收边 λ_k 时，透射率 T 随波长 λ 变化缓慢， μ 与 λ 有近乎于三次方的指数关系。但当波长达到吸收边， T 会有极大幅度的剧增，并当波长大于吸收边的部分，保持一定的高透射率。由于实验中测得的是所有波段的总强度 R ，因此， T 与 λ 这个物理量是密切相关的。同时， T 的激增相当于 μ 的贬值。这与 Zr 处观察到的突然下降，方向是一致的。

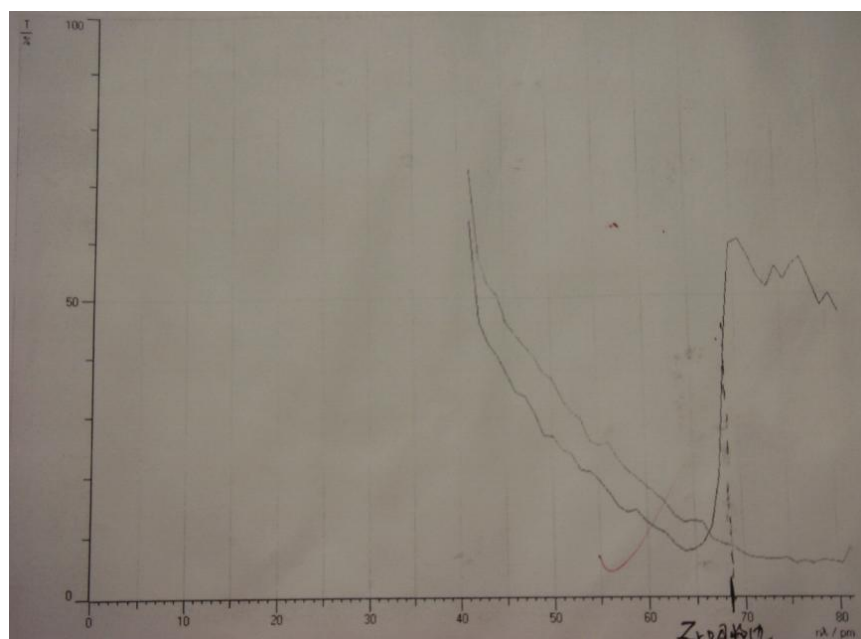


图 2: Cu 、 Zr 两元素情况下，透射率 T 随波长 λ 的关系。可以看出，对于远离吸收边的波长，其透射率是很稳定平缓的。而一旦到达吸收边，会有剧增，并在随后的波长范围内维持一定的剧增效果。这会时吸收边后波长的 X 光被更大的透过。

其次，由莫塞来定律，吸收边 λ_k 满足：

$$\lambda_k = R^{-1}(Z - \sigma_k)^{-2}$$

原子序数越大的元素，其吸收边 λ_k 越小。 Cu 的吸收边为 138.1pm ，尽管大于 138.18pm 的波长透射率也会剧增，但是那处的波长光强已经足够小，以至于即使有一定的放大，也不会对总的光强做出可观的贡献。而 Zr 的吸收边为 68.9pm ，此时，不仅大于 68.9pm 的韧致辐射波长仍有相当的强度，甚至连本身已经强度很大的特征光谱的其中一根 K_α 线，都已经大于吸收边而被放大。因此，这样的贡献是相当大的，足以导致透射率偏大， μ 下降。

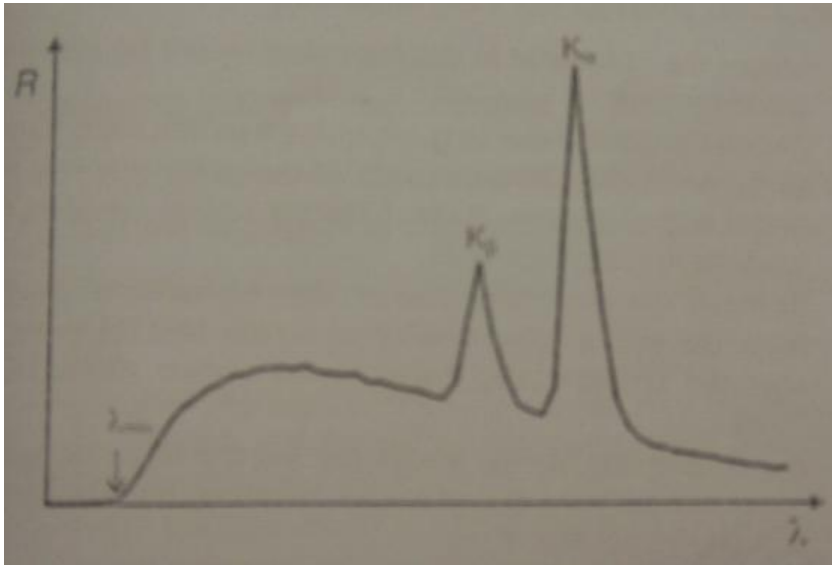


图 3: 钨靶受到高能电子轰击发射的 X 射线谱。有截止波长 λ_{\min} , 有强度很大的特征辐射 K_{α} K_{β} , 剩余的是连续的韧致辐射, 强度不大但是波长范围很宽。注意到, 当 λ 达到一定值后, R 已经很小, 并逐渐趋于零。

取 λ 轴上任意两点 λ_1 λ_2 , 它与自身轴的垂线, 加上曲线, 围成的面积就是波长在 $[\lambda_1, \lambda_2]$ 范围的总辐射强度。可以看到, 由于 λ 达到某一较大值时, R 已经为 0, 因此, 只要 λ_1 的取值较大, 则光强已经很小, 而 λ_2 处的光强更小, 甚至趋于 0, 因此 $[\lambda_1, \lambda_2]$ 围成的面积, 即使加上被吸收边放大的效果, 相对于 $[\lambda_{\min}, \lambda_1]$ 围成的面积, 也可以忽略。但是, 如果 λ_1 不是那么大, 只比 K_{α} 的波长 (对钨靶是 71.1pm) 大得不多, 甚至 $[\lambda_1, \lambda_2]$ 范围还包括高强度的特征辐射 K_{α} 或 K_{β} , 那么, 考虑到图 2 所示的 T 的剧增效应, 这部分波长透射的 R 会变得很大。对全波长的 R 的贡献会很大, 导致 $\ln T$ 反而增加, μ 反常地有所下降。

【实验二】

考虑换特征辐射波长更短的阳极材料。即使像 Ag 这样重的金属, 吸收边短到 48.6pm, 也比 K_{α} 大很多。吸收边在谱线上属于较红的光, 相当于 Fe 在钨靶做阳极的 X 光谱的角色。这样, Zr、Ag 或许可以一起进行拟合, 直接得到 μ 与 Z 的关系, 没有反常点。

这是与原实验原理基本一致的一组对照实验。然后, 限于实验室暂无其他阳极靶材, 以发射 X 射线, 暂时无法完成。但可以预计, 结果应无反常点。

【实验三】

由于限于条件, 无法测量全波段的强度, 故改变测量方向, 转测固定波长下 (远离吸收边), 不同材料的 μ 。可能在一定的波长下, μ 与 Z 仍满足简单的指数关系。

在全波段情形下得到 μ 与 Z 的指数关系, 是各波长下 μ 与 Z 仍呈这样的指数关系的必要而非充分条件。

所以, 有可能在各波长下, μ 与 Z 有不同的关系, 而对所有的 λ 积分后, 却变成简单的指数关系。

然而, 注意到图二, 并在测量衰减系数与波长的关系时知道, 在远离吸收边的情

况下，对不同的材料，衰减系数有相同的近似波长三次方的关系。这样强的条件，保证：对于 C、Al、Fe、Cu 这样的元素，对全波长积分后，波长部分应该得到一样的结果，这说明，对于固定的波长，其 μ 随 Z 的关系应该与积分后一致。简单地用式子表示就是：

$$\int I(\lambda) \times e^{-\mu(Z, \lambda) \times d} d\lambda = \int I(\lambda) d\lambda \times e^{-g(Z) \times d}$$

而

$$\mu(Z, \lambda) = C_1 h(Z) \times k(\lambda)$$

其中，h(Z) 就是固定 λ 测得的 μ 与 Z 的关系，于是，

$$\text{左边} = e^{-C_1 \int I(\lambda) \times e^{-k(\lambda)} d\lambda} \times e^{-h(Z) \times d} = C_2 e^{-h(Z) \times d}$$

$$\text{右边} = C_3 \times e^{-g(Z) \times d}$$

因此，

$$g(Z) = C \times h(Z)$$

全波长情况下的总的 μ 与 Z 的关系 g(Z)，与固定波长时的 h(Z)，除了一与 Z 无关的常数外，具有一样的关系。

最初，想测得各元素的透射光谱。因为这样可以获得最全面的数据，可以选择需要的固定波长进行分析，但是分析到 Fe 时发现，其他元素的 R 计数都在几百，Fe 的 R 却几乎在全波长范围维持在 0。同时，由于测透射谱设置时，数据较多，因此 $\Delta \beta = 0.1^\circ$ ， $\Delta t = 10s$ ，GM 计数管的读书浮动很大，导致不仅 Fe 的读书过于粗糙，缺乏可信度，而且 T 随 λ 的曲线也有过多的非正常扰动，因此将 Δt 改至 300s。这样，T 谱线更加平滑，Fe 的计数读数精确度 4 位有效数字。但极为耗时，固在时间有限的实验条件下，只选择某两处特定的波长进行测量。

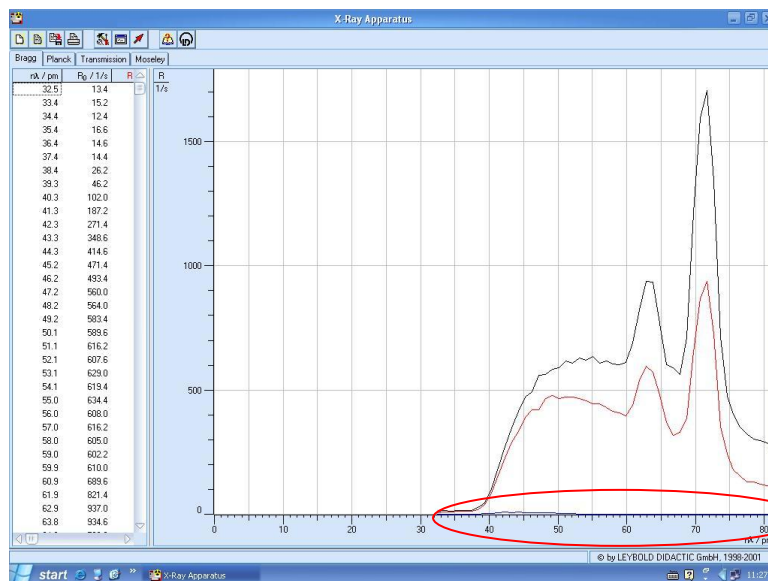


图 4: X 对不同元素的透射谱。注意到，测量铁的时候，已经几乎成为一条逼近强度 0 的线。在谱上已经很难观察到。（最下面一根蓝色的线）

其次，想通过衍射的方法，进行 X 光的单色选择，然后利用吸收板附件套，进行

不同材料的透射系数的测量，简单方便。

然而，限于仪器只有一个靶台，因此，利用衍射选波长，就无法安装吸收板附件套。反之亦然，因此，决定采用吸收片。但是要考虑到不同吸收片的厚度不同。同时不同批次的吸收片产品可能会有差异，其真实的厚度需要用螺旋测微仪重新测量。由于没有 C 的吸收片，故多测一组 Mo 的吸收片。

最后，设置高压 $U=30\text{kV}$, $I=1.00\text{mA}$, COUPLE 模式将靶台转角调至 5.1° （对于 NaCl 晶体，对应 $\lambda = 50.1\text{pm}$ ）。

N	元素	Rn /s ⁻¹	T /%	Z	x/cm	μ /cm ⁻¹
0	Null	648.017	100	0	0	0
1	Al	504.113	77.8	13	0.05	5.020575
2	Fe	3.280	0.5	26	0.053	99.96825
3	Cu	231.167	35.7	29	0.0068	151.4735
4	Zr	105.850	16.3	40	0.0053	342.2651
5	Mo	10.847	1.7	42	0.0108	377.2724
6	Ag	236.130	36.4	47	0.005	202.1203

由于 Mo 的吸收边为 61.9pm，Ag 的为 48.6pm，因此对于 $\lambda = 50.1\text{pm}$ ，预计 Ag 会有反常。

有表中看出，确实除 Ag 外 μ 都单调。对 N=1~5 进行拟合，

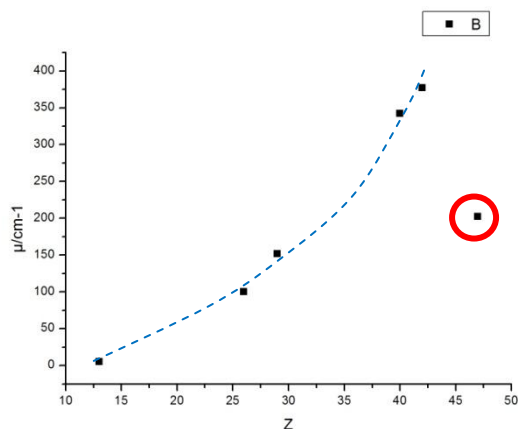


图 5a:
 μ -Z 曲线

注意到，Ag 这个点不升反降，成为唯一的特殊点。而 Zr、Mo 已经正常。

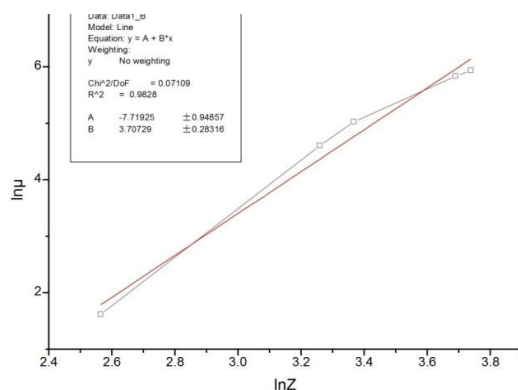


图 5b:
 $\ln\mu$ - $\ln Z$ 拟合。

拟合度: $R=0.99136$

$B=3.701$ ，第二次给出指数关系中的 α 。

设置高压 $U=35\text{kV}$, $I=0.60\text{mA}$, COUPLE 模式将靶台转角调至 4.1° (对于 NaCl 晶体, 对应 $\lambda =40.3\text{pm}$)。

N	元素	Rn /s ⁻¹	T/%	Z	x/cm	μ /cm ⁻¹
0	Null	354.373	100	0	0	0
1	Al	303.633	85.7	13	0.05	3.086347
2	Fe	24.520	6.9	26	0.053	50.4462
3	Cu	209.637	59.2	29	0.0068	77.09539
4	Zr	144.050	40.6	40	0.0053	170.0759
5	Mo	30.387	8.6	42	0.0108	227.1674
6	Ag	58.007	16.4	47	0.005	361.5778

此时, 固定的波长比 Ag 的吸收边还小, 因此对于所有元素, 应该都没有反常情形出现。

从表中看出, 对所有的元素都单调, 对 N=1~6 拟合,

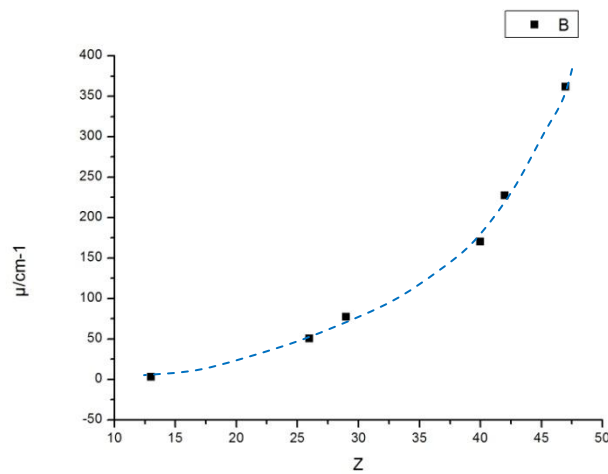


图 6a:
 μ -Z 曲线

注意到, 原本明显偏离的 Ag 点, 已经回归正常。此时所有的点均表现出正常的行为。

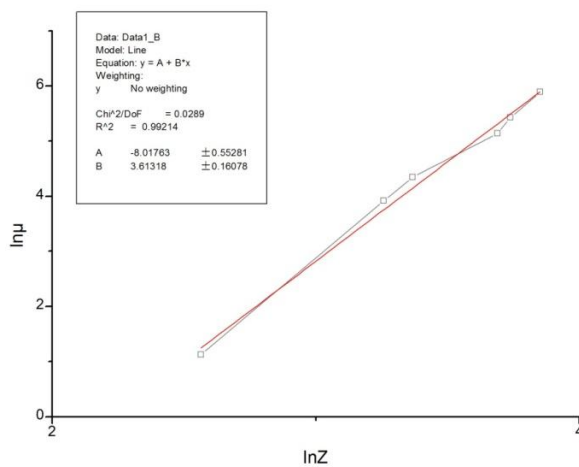


图 6b: $\ln\mu$ - $\ln Z$ 拟合。

拟合度: $R=0.99606$

$B=3.613$, 第三次给出指数关系中的 α 。

【结果】

由此，要研究 $\mu = f(Z)$ ，首先将 μ 写成 $\mu = g(Z) * h(\beta)$ ， β 为其他物理量。但是我们想要知道对所有元素， μ 仅对 Z 的关系。在 β 不重要时， $g(Z)$ 即可以代表 $f(Z)$ 。而这就是我们想要知道的，而不是 μ 与 Z 的、混杂了其他因素的、复杂的关系。三次测量的指数分别约为3.5、3.6、3.7，故近似认为，远离吸收边时：

$$\mu = f(Z) = C * Z^{3.6}$$

这是一组简单的关系， μ 随 Z 单调变化，不会仅因为 Z 而发生任何的突变。

【小结】如图7. 这是实验仪器说明书上进行的示例实验，测得 μ 与 Z 的分段函数关系后，并没有继续进行研究。事实上， μ 与 Z 的关系在 $Z=40$ 处并不会只因 Z 而发生这样的变化，因此认为这幅图没有客观反映 μ 与 Z 的真实关系。它只是在此X光光谱下的由于吸收边的影响而产生的并不普适的 $\mu \sim Z$ 关系。

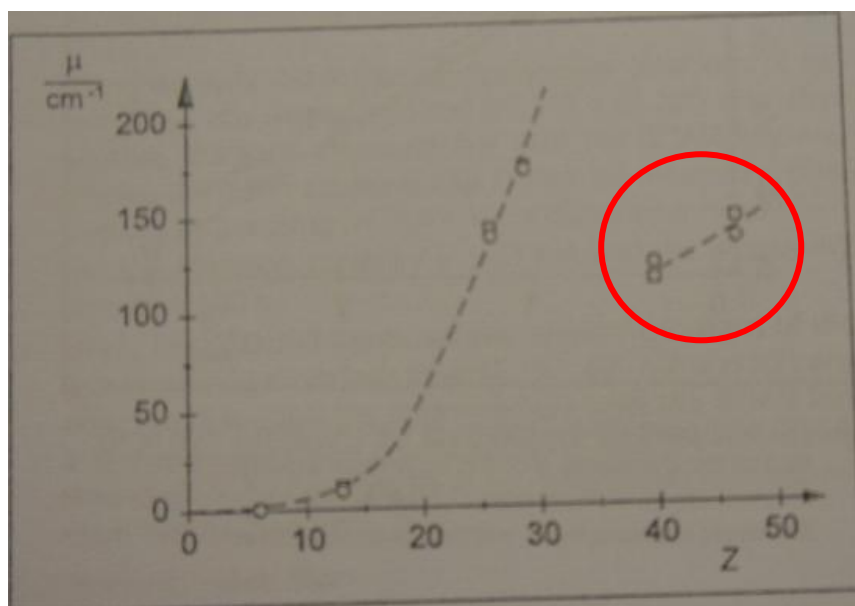


图7: X光系列实验《TECHNICAL DOCUMENTATION》p6. 3. 2. 1 fig. 4

【致谢】

感谢姚红英老师专门提供全新的Zr、Cu吸收片，基本消除了因为吸收片氧化而造成的对测衰减系数的不良影响。

【参考文献】

- 1, 《代物理实验补充讲义》，复旦大学物理教学实验中心
- 2, 《TECHNICAL DOCUMENTATION》，Appendix 2-04 to Contract No. CDEFC-S023024/W, LEYBOLD DIDACTIC GMBH