



液晶的光电响应特性测量

13307110183 周孟磊

13307110181 张卓

液晶简介

► 1. 液晶的结构特点:

液晶相中, 分子的形状是使其具有一定的指向性而不容易自由转动的长棒状.

► 2. 液晶的宏观对称性:

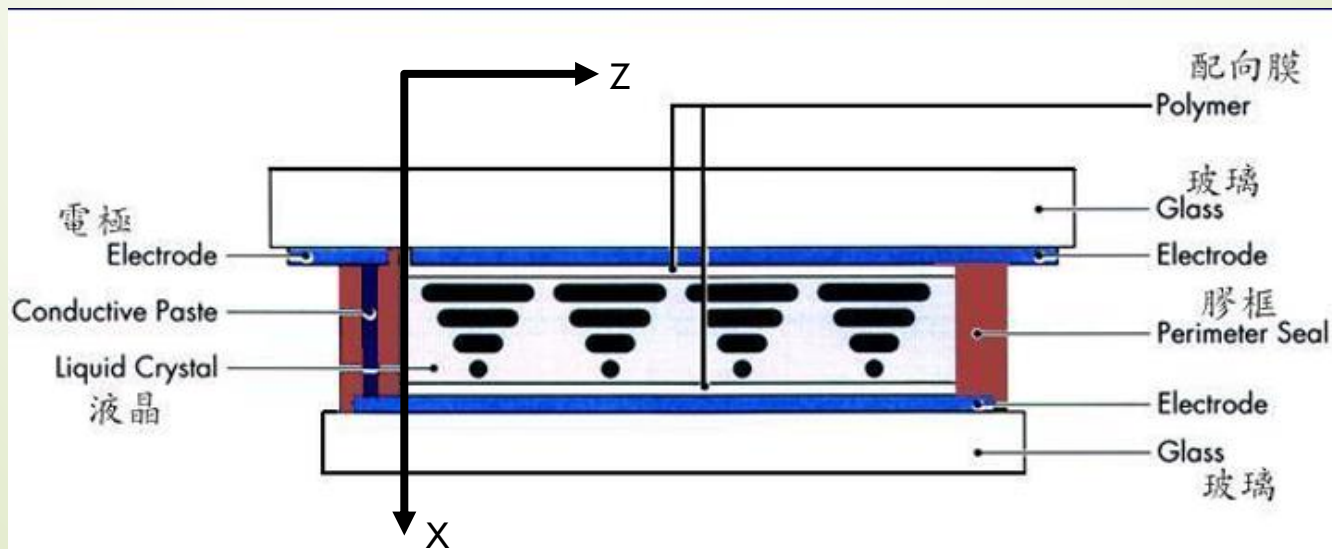
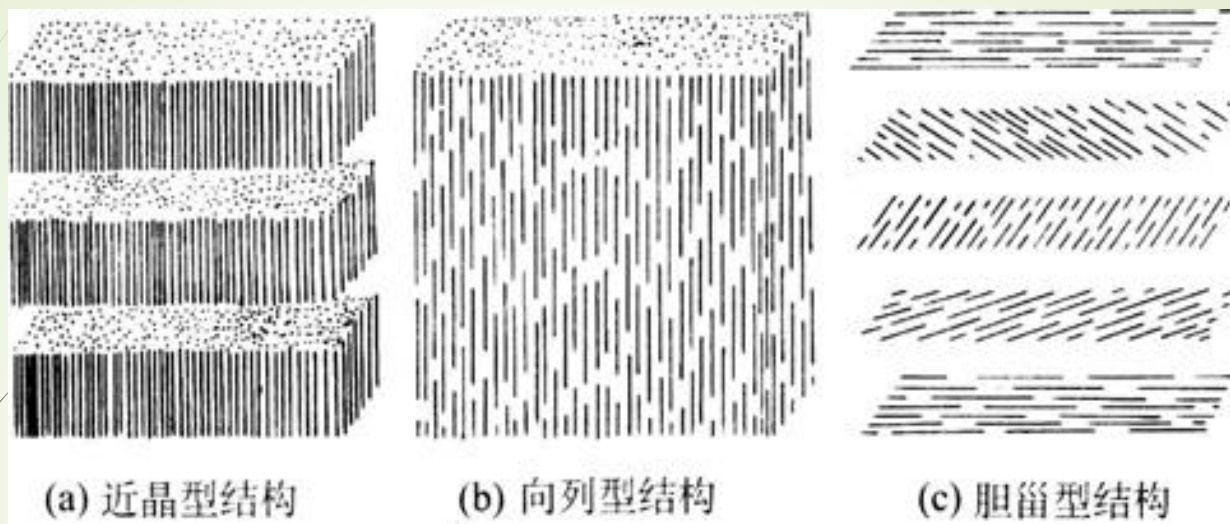
液晶分子的排列状态按其对称性可分成三大类: 向列型/胆甾型/近晶型.

► 3. 向列型液晶分子排列的特点:

①分子的长程指向有序性, 分子之间趋于彼此互相平行排列;

②向列相是流动的, 即众多分子的中心排列是无序的或长程无序.

三种典型的液晶结构



Chapter 1.

液晶分子在外场下的平衡态性质

理论部分: 5~7

实验部分: 8~10

对测量的分析与改进: 11~12

Friedericksz 转变电压 (I)

自由能:

$$F = S \int_0^l \left\{ \frac{1}{2} k \left[\frac{d\theta(x)}{dx} \right]^2 - \frac{1}{2} E^2 \cdot \Delta \varepsilon \cos^2 \theta(x) \right\} dx$$

利用Euler方程:

$$-\frac{k}{\Delta \varepsilon E^2} \frac{d^2 \theta}{dx^2} + \sin \theta \cos \theta = 0$$

通解:

$$\left(\frac{d\theta}{dx} \right)^2 = C - \left(\frac{\sin \theta}{l_e} \right)^2$$

$$l_e^2 = -\frac{k}{\Delta \varepsilon E^2}$$

边界条件:

$$\begin{cases} \frac{d\theta}{dx} \Big|_{x=0} = 0 \\ \theta \Big|_{x=0} = \theta_m \end{cases}$$

Friedericksz 转变电压(II)

⇒

$$\frac{d\theta}{dx} = \pm \frac{1}{l_e} \sqrt{\sin^2 \theta_m - \sin^2 \theta}$$

注: +号对应于 $x < 0$ 的区域, -号对应于 $x > 0$ 的区域.

$$\int_{-\frac{d}{2}}^x \frac{dx}{l_e} = \frac{1}{l_e} \left(\frac{d}{2} + x \right) = \int_0^{\theta(x)} \frac{d\theta'}{\sqrt{\sin^2 \theta_m - \sin^2 \theta'}}$$

由边界条件:

$$\frac{d}{2l_e} = \int_0^{\theta_m} \frac{d\theta'}{\sqrt{\sin^2 \theta_m - \sin^2 \theta'}} = \frac{\pi}{2} \left(1 + \frac{1}{4} \sin^2 \theta_m + \dots \right)$$

⇒

$$E = \sqrt{-\frac{k}{\Delta \epsilon} \cdot \frac{\pi}{d} \left(1 + \frac{1}{4} \sin^2 \theta_m + \dots \right)}$$

► 阈值电压:

$$V_{th} = \pi \sqrt{-\frac{k}{\Delta \epsilon}}$$

外加电压大于阈值时的分子倾角

$$\frac{1}{l_e} \left(\frac{d}{2} + x \right) = \int_0^{\theta(x)} \frac{d\theta'}{\sqrt{\sin^2 \theta_m - \sin^2 \theta'}}$$

➤ 近似方法:

将 $\sin^2 \theta$ 展开至 θ^4 项, 注意到 $E_{th} = \frac{\pi}{d} \sqrt{-\frac{k}{\Delta\epsilon}}$

➤ 单位面积液晶盒的自由能:

$$\frac{F}{S} = \frac{1}{2} k \frac{\pi^2}{d} \left[\left(1 - \frac{E^2}{E_{th}^2} \right) \theta_m^2 + \frac{E^2}{E_{th}^2} \frac{\theta_m^4}{4} \right]$$

$\delta F = 0 \Rightarrow$

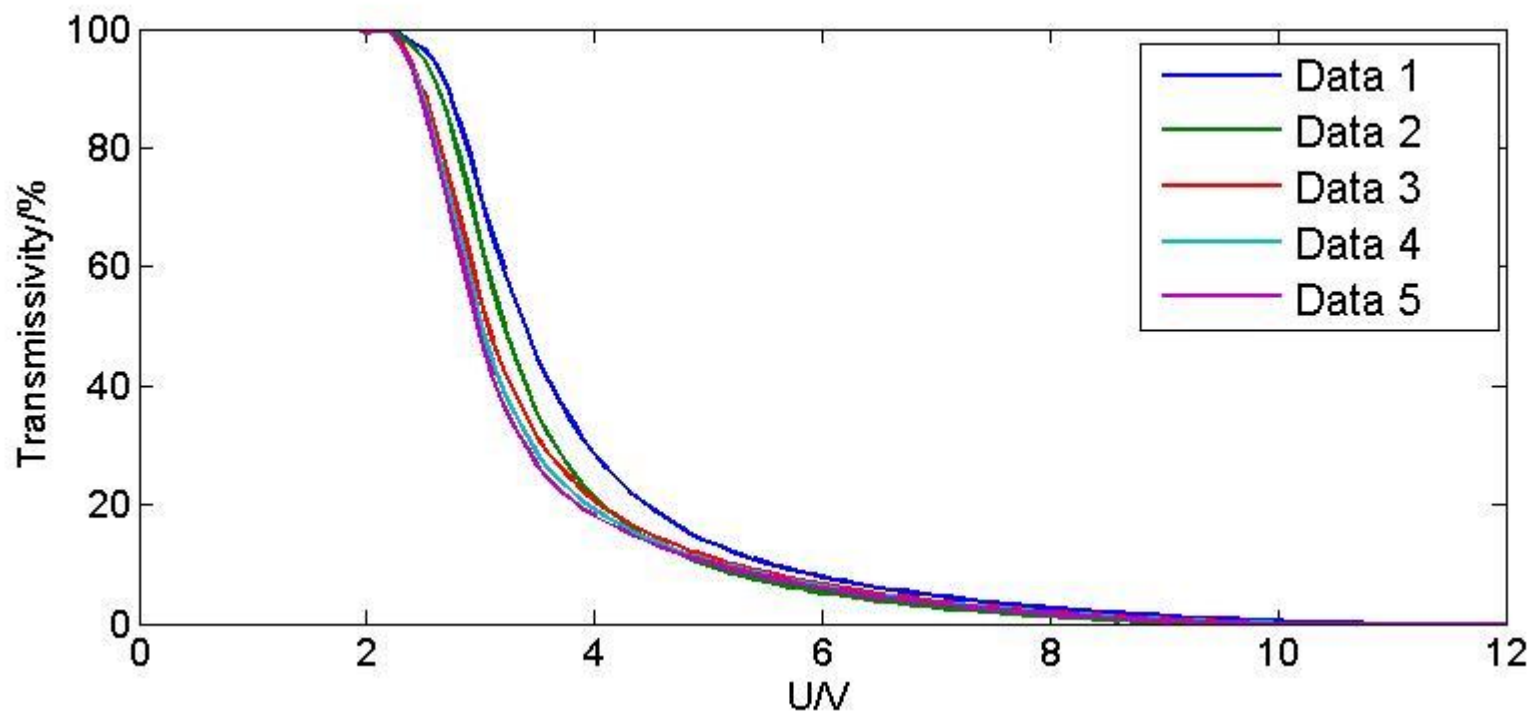
$$\left(1 - \frac{E^2}{E_{th}^2} \right) \theta_m^2 + \frac{E^2}{E_{th}^2} \frac{\theta_m^4}{4} = 0$$

$$\therefore \frac{\theta_m^2}{4} = \frac{E^2 - E_{th}^2}{E^2} = \frac{V^2 - V_{th}^2}{V^2}$$

$$\theta_m = 2 \sqrt{1 - \frac{V_{th}^2}{V^2}}$$

Friedericksz 转变电压的测量

编号	1	2	3	4	5	均值
F转变电压(V)	2.2	2.2	1.8	1.8	1.8	1.96



验证分子倾角公式 $\theta_m = 2\sqrt{1 - \frac{V_{th}^2}{V^2}}$ (I)

$$\Delta n = n_e - n_o = (n_{\parallel} - n_{\perp}) \sin^2 \theta(x)$$

$$\theta(x) \approx \theta_m \cos\left(\frac{\pi}{d}x\right)$$

$$\Delta = \int_{-\frac{d}{2}}^{\frac{d}{2}} \Delta n dx = (n_{\parallel} - n_{\perp}) \theta_m^2 \int_{-\frac{d}{2}}^{\frac{d}{2}} \cos^2\left(\frac{\pi}{d}x\right) dx = (n_{\parallel} - n_{\perp}) \theta_m^2 \frac{d}{2}$$

⇒

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda_0} \Delta = \frac{\pi d}{\lambda_0} (n_{\parallel} - n_{\perp}) \theta_m^2$$

$$T_{\text{absolute}} = \cos^2(\alpha - \beta) - \sin(2\alpha) \sin(2\beta) \cos^2\left(\frac{\delta}{2}\right)$$

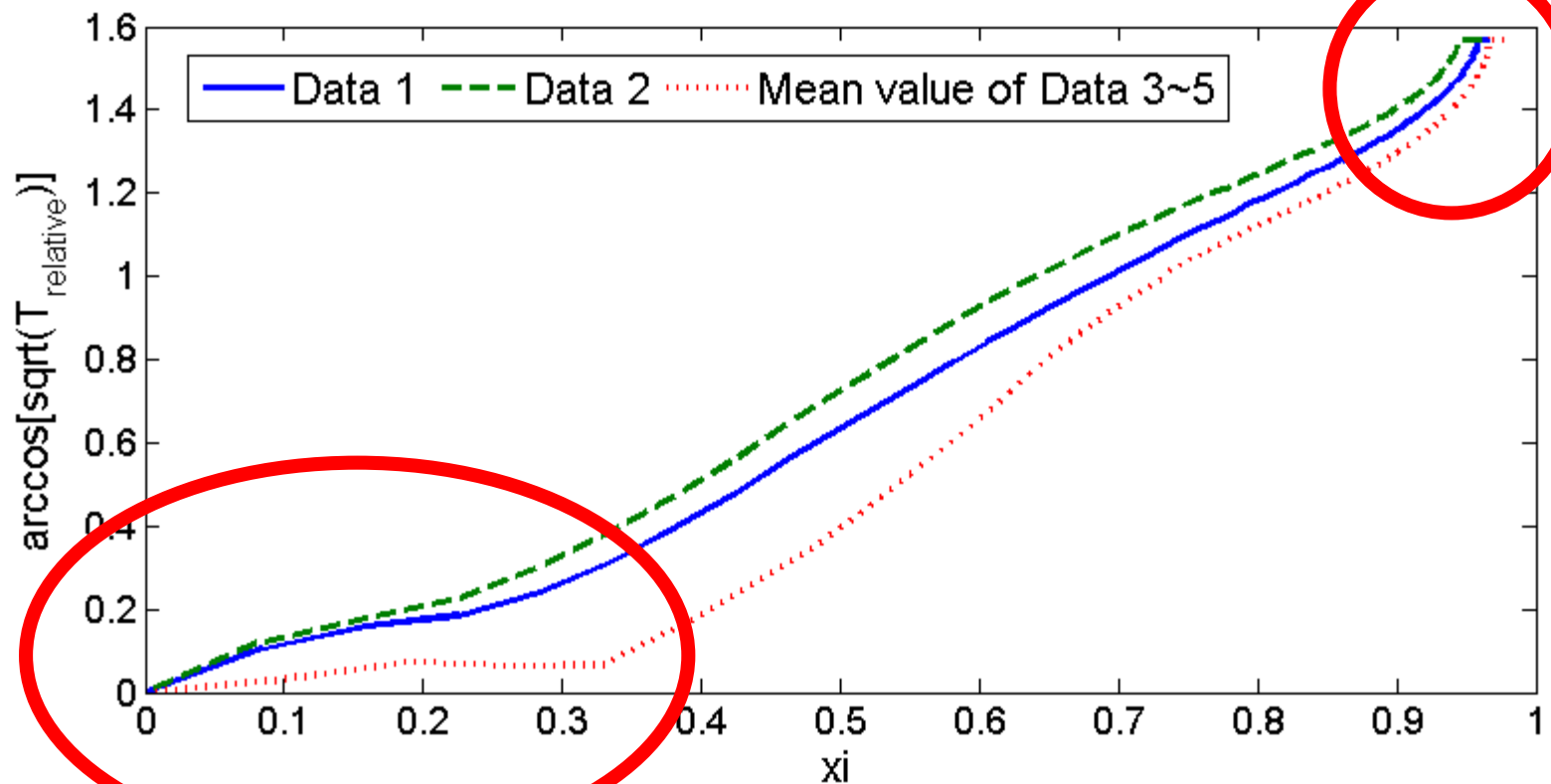
当两片偏振片垂直时:

$$T_{\text{relative}} = \cos^2\left(\frac{\delta}{2}\right)$$

验证分子倾角公式 $\theta_m = 2\sqrt{1 - \frac{V_{th}^2}{V^2}}$ (II)

$$T_{\text{relative}} = \cos^2\left(\frac{\delta}{2}\right) = \cos^2\left(\frac{\pi d}{2\lambda_0}(n_{\parallel} - n_{\perp})\theta_m^2\right)$$

将 $\arccos\sqrt{T_{\text{relative}}}$ 对 $\xi = 1 - \frac{V_{th}^2}{V^2}$ 作图:



验证分子倾角公式 $\theta_m = 2\sqrt{1 - \frac{V_{th}^2}{V^2}}$ (III)

Comments:

1. $\arccos\sqrt{T_{\text{relative}}}$ 对 $\xi = 1 - \frac{V_{th}^2}{V^2}$ 的线性度并不高:

编号	相关系数 R^2
1	0.9831
2	0.9912
3~5	0.9596

由于 T_{relative} 的解析式对 V_{th} 非常敏感, 很有可能是 V_{th} 测量的不准确导致 $\arccos\sqrt{T_{\text{relative}}}$ 对 $\xi = 1 - \frac{V_{th}^2}{V^2}$ 的线性度并不高.

2. 当 $V > 3V_{th}$ 时, 即 $\xi > 0.89$ 时, $\theta(x) \approx \theta_m \cos\left(\frac{\pi}{d}x\right)$ 的近似关系不再成立:

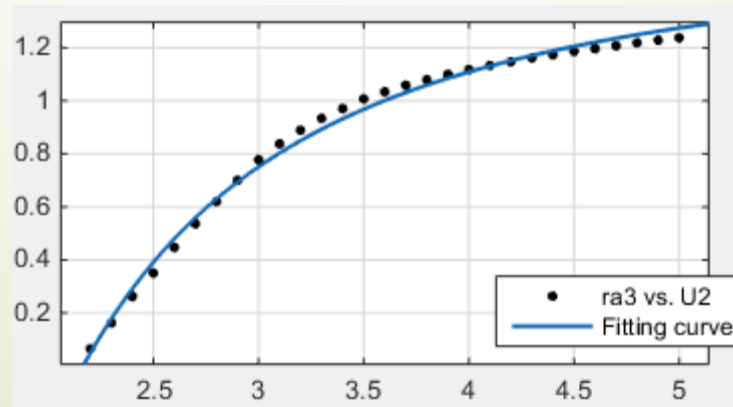
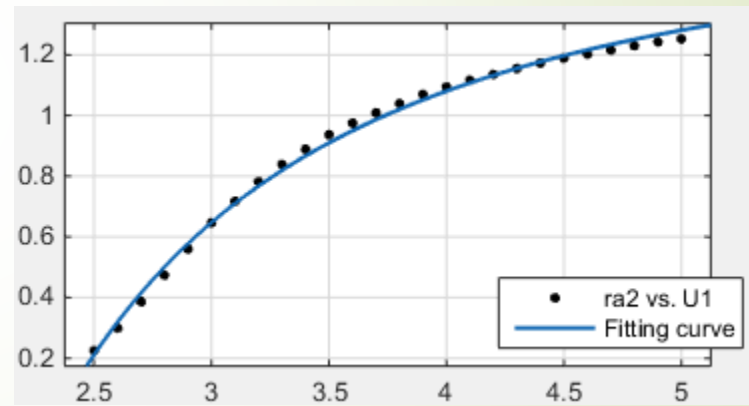
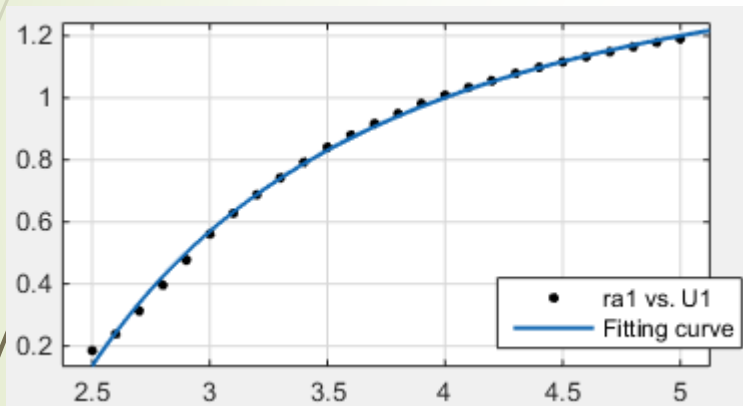
$$\delta = \eta \frac{\pi d}{\lambda_0} (n_{\parallel} - n_{\perp}) \theta_m^2, 1 \leq \eta < 2$$

这是实验曲线在 $\xi \approx 0.9$ 以后上翘的直接原因.

对于Comment. 1的回应

对 $V \leq 5V$ 的数据按 $\arccos\sqrt{T_{\text{relative}}} = C \cdot \xi(V_{th})$ 拟合:

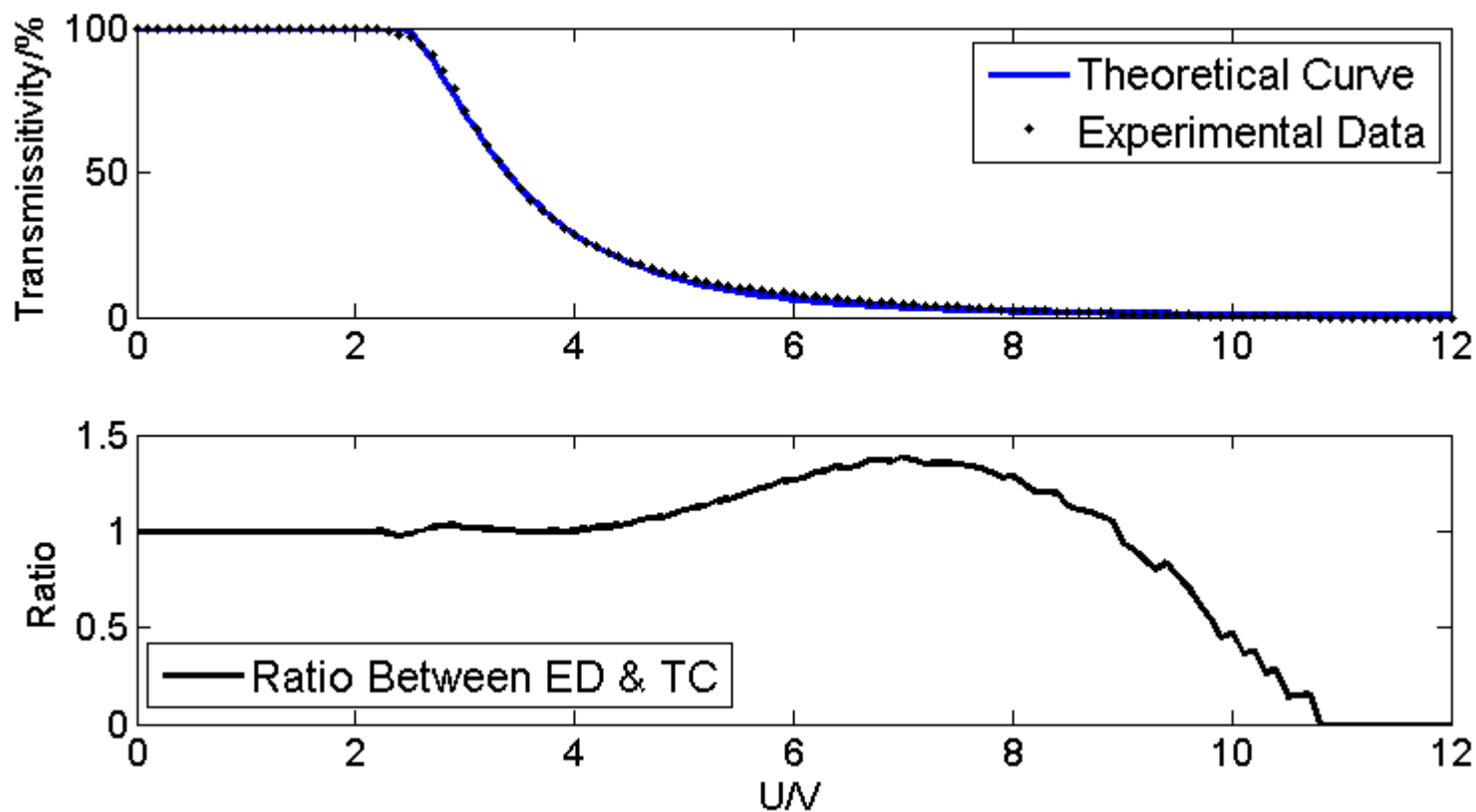
编号	1	2	3~5
V_{th}	2.388 V	2.333 V	2.165 V
R^2	0.9978	0.9964	0.9939



实验结论

► 液晶体系的Friedericksz 转变电压在2.1V~2.4V之间;

► 分子倾角公式 $\theta_m = 2\sqrt{1 - \frac{V_{th}^2}{V^2}}$ 得到验证.

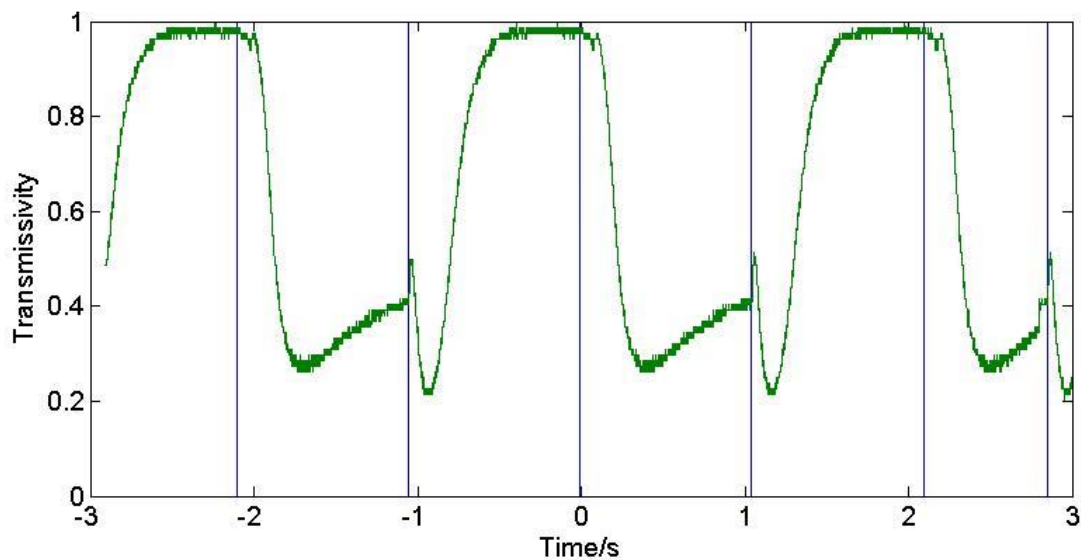
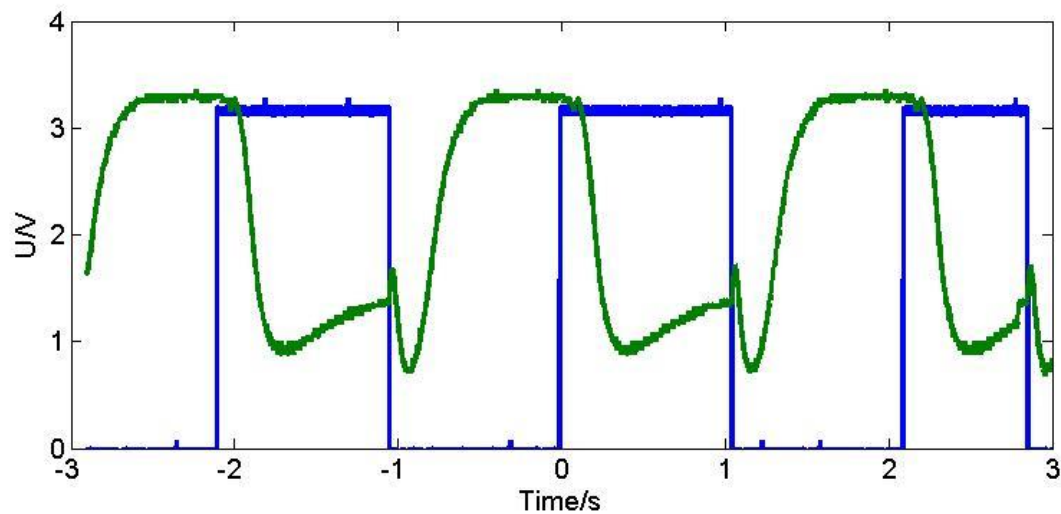


Chapter 2.

液晶分子在外场下的转向弛豫



外场电压2.8V时的透射率图像



对瞬时分子反转的动力学解释(I)

液晶的自由能密度:

$$f = \frac{1}{2}k \left[\frac{\partial \theta(x, t)}{\partial x} \right]^2 + \frac{1}{2}E^2 \cdot \Delta \varepsilon \sin^2 \theta(x, t)$$

动力学方程:

$$-\frac{\partial f}{\partial \theta} = p_\theta = \mu \ddot{\theta}$$

将解分离变量并对 t 在零点邻域作Taylor展开:

$$\theta(x, t) = X(x)T(t) = X(x)(A_0 + A_1 t + A_2 t^2 + A_3 t^3 + \dots)$$

\Rightarrow

$$-kT(t) \frac{d^2 X(x)}{dx^2} - \frac{1}{2}E^2 \cdot \Delta \varepsilon \sin[2X(x)T(t)] = \mu X(t) \ddot{T}$$

考虑到 $X(x)$ 的类cos函数的对称性, 可以认为:

$$\frac{d^2 X}{dx^2} \sim -X.$$

对瞬时分子反转的动力学解释(II)

在取定点时, 上述方程化为关于时间 t 的常微分方程:

$$C \cdot T(t) - D \sin[2XT(t)] = \ddot{T}$$

其中 $C = \frac{k}{\mu} > 0$ & $D = \frac{1}{2\mu X} E^2 \cdot \Delta\varepsilon$.

► 无外场时: $D = E = 0$ & $A_0 > 0$

$$\begin{aligned} & A_1 < 0 \\ \Rightarrow & A_2 = \frac{C}{2} A_0 > 0 \\ & A_3 = \frac{C}{6} A_1 < 0 \end{aligned}$$

偏转角减小→增大→减小, 透射率增大→减小→增大

► 外加电场时: $A_0 = 0, D < 0$

$$\begin{aligned} & A_1 > 0 \\ \Rightarrow & A_2 = A_4 = 0 \\ & A_3 = \frac{A_1}{6} (C - 2DX) > 0 \end{aligned}$$

偏转角将持续增大, 透射率持续减小. (A_5 的正负与 C, D 的比值有关)

► Hint: 上述结论仅无阻尼时外场变动后的较短时间内有效.

实验结论

► 液晶的上升时间 τ_u 与下降时间 τ_d :

$$\tau_u = 0.4483 \text{ s}$$

$$\tau_d = 0.6046 \text{ s}$$

THANKS!

19

Reference:

1. 世纪中科液晶电光效应综合试验仪说明书;
2. 黄子强. 《液晶显示原理》, 国防工业出版社, 2013.