

Arduino 测量黏性流体中的单摆振动

——近代物理实验 I 课题研究记录

一、课题设计

1.1 黏性流体中的单摆振动

单摆这一物理模型在理论和实验上都具有较大的意义,也是我们最熟悉的物理模型之一。在通常的单摆振动中,我们仅考虑重力的作用,忽略空气阻力的因素。实际情况中,摆球振动时受到空气/流体的阻尼作用,当摆球密度较小或流体密度较大时,阻尼作用对单摆振动的影响不可忽略。

黏性流体的阻尼作用可分为两类:粘滞阻尼及平方阻尼,其阻尼力分别正比于速度及速度的平方,如(1)式所示。

$$f_1 = -U_1\pi\eta r v \quad f_2 = -U_2\pi\rho' r^2 v^2 \quad (1)$$

式中 U_1 、 U_2 分别为粘滞阻尼系数和平方阻尼系数。摆球的运动方程为:

$$[(f - mg)\sin\theta + f'] \times l = ml^2\ddot{\theta} \quad (2)$$

式中 f 为浮力, f' 为阻尼力, θ 为振动角度, l 为摆长。代入阻尼力并做小振动近似,可得振动角 θ 满足的微分方程^[1]:

$$\ddot{\theta} + k_1\dot{\theta} + k_2\dot{\theta}^2 + \frac{g_e}{l}\theta = 0 \quad (3)$$

式中 k_1 、 k_2 与粘滞系数相关, g_e 为有效重力加速度。 θ 满足非线性微分方程,可进行近似求解。可知在不同的速度区间内,起主导作用的阻尼力不同。

经改进平均法对微分方程进行近似求解,得单摆在液体中的振动周期为:

$$T = \frac{16\pi\omega}{8\omega^2 - (A\eta + B)^2} \quad (4)$$

其中 A、B 为参数, ω 为空气中单摆的圆频率。若只考虑粘滞阻尼 ($B=0$), 则有:

$$T = \frac{16\pi\omega}{8\omega^2 - (\frac{U_1\pi r}{m}\eta)^2} \quad (5)$$

若只考虑平方阻尼 ($A=0$), 则有:

$$T = \frac{T_0}{\sqrt{1 - \rho'/\rho}} \left[1 - \frac{\alpha^2 T_0^2}{8\pi^2(1 - \rho'/\rho)} \right]^{-1} \quad (6)$$

其中 T_0 为空气中单摆的周期, ρ' 、 ρ 分别为摆球、液体密度, α 为平方阻尼常量。

1.2 Arduino

Arduino 是一款源自意大利的开源硬件平台，包含具备 I/O 功能的硬件（Arduino 版）及配套编程软件（ArduinoIDE 等）。它具有源代码开放，成本低廉，使用灵活、简单的特点。配合各类传感器，可利用 Arduino 实现各种物理量的测量。在结合相应物理实验器材后，可简单方便地完成各类物理实验，并实现实验数据的自动记录。

1.3 实验设计

本实验利用 Arduino 拓展性高，设计方便且自动化的特点进行黏性流体中单摆振动的测量。利用 Arduino 及光敏电阻制作光电门，测量单摆运动的半周期，采集数据并传输至计算机，方便数据处理。实验设计如下：

- ① 编写 Arduino 光电门程序，记录时间及光强模拟信号值，用 1602 LCD 对光强进行实时监测。
- ② 在计算机中利用 VS2019 编写 Arduino 上位机程序，实现以下功能：(a) 编写程序与 Arduino 进行串口通讯；(b) Arduino 将数据传输至计算机，并储存在 txt 文件中；(c) 用上位机程序控制 Arduino 记录数据，实现利用计算机对实验系统的控制。
- ③ 进行初步实验。搭建 Arduino 光电门及单摆实验仪并进行测试。在空气环境中测量小球振动周期随时间的变化关系，探究光电门数据采集的最高频率，同时对单摆实验装置及光电门设备进行改进。
- ④ 进行正式实验。(a) 搭建实验装置，测量空气中小球单摆周期并计算重力加速度，验证 Arduino 光电门的可靠性；(b) 测量小球在水中振动的周期，分析水的影响；(c) 配置不同浓度的甘油水溶液，测量小球在黏度不同液体中的振动情况

二、课题研究过程

2.1 Arduino 光电门搭建及程序编写

Arduino 硬件部分采用 Arduino Uno 以及九合一板，无需大量连线，使实验操作更方便。网上购入激光笔一支，用于光电门。

编写了利用串口通讯读取 Arduino 光敏电阻测量值的程序, 并利用它测试光敏电阻及激光笔的工作情况。

测量了环境光强的模拟值及激光笔光强的模拟值。实验测得环境光强在照明情况不同的情况下, 光敏电阻输出值在 200-700 内变化; 激光笔打在光敏电阻上, 输出值在 1000 左右, 入射角及光斑在光敏电阻上的位置影响很小。

基于以上测量结果设计光电门程序, 程序设计思路如下:

(a) 单摆运动过程及光电门运行分析

对单摆进行计时; 摆球运动至最低点, 遮挡光源, 此时光敏电阻记录环境光强度; 摆球离开, 光敏电阻记录光笔强度; 再次运动到最低点, 光敏电阻再次记录到环境光强度, 此时的时间为单摆的半周期。

(b) 程序设计

Step1: 记录环境光强度, 计算平均值作为环境光强度, 并在 LED 上显示;

Step2: 触发开关, 运行计时程序;

Step3: 光敏电阻每隔一段时间采样一次, 记录光强值; 这里要考虑采样频率——采样最大频率是多少, 采样频率带来多少误差, 取怎样的采样频率合适?

Step4: 当光强值为环境光时, 记录时间 t1、t2……;

Step5: 将数据输出到电脑中, 以 txt 的形式。

随后依照上述思路进行 Arduino 光电门程序的编写, 但数据输出到计算机的部分并不顺利。Arduino IDE 的串口监视器不支持串口信息输出为 txt 文件的功能, 进行调查后发现可通过编写上位机程序解决该问题。此外, 采样频率相关问题需要进一步探究。

2.2 Arduino 上位机程序编写

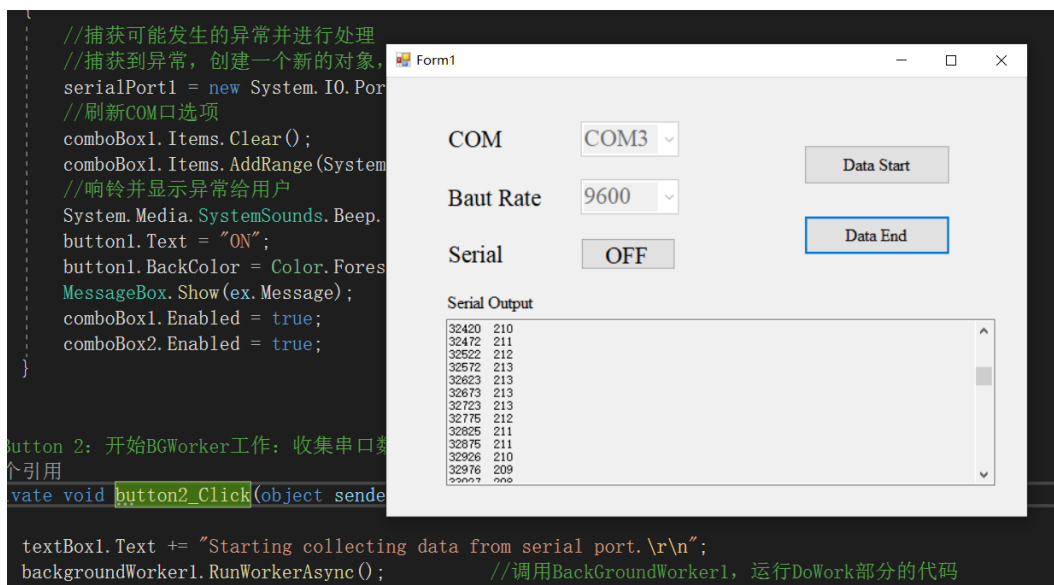


图 1 Arduino 上位机程序运行截图

使用 VS2019 编写上位机程序，并编写为窗口程序，方便串口参数的设置及实验的控制。查询串口通讯以及上位机程序相关资料后开始编写上位机程序，程序运行截图如图 1 所示。各组件功能如下：

COM: 自动识别计算机可使用的 COM 接口，供用户选择。

Baut Rate: 选择串口通讯的波特率

Serial 按钮: 开启/关闭串口通讯

Data Start/End 按钮: 开始/停止记录数据，记录数据时将数据写入 txt 文件并命名。

Serial Output: 显示串口通讯返回文本。

利用上位机程序，实现了实验数据的自动记录，方便了实验过程，使数据后期处理更简便。

2.3 空气中及水中单摆振动的初步测量

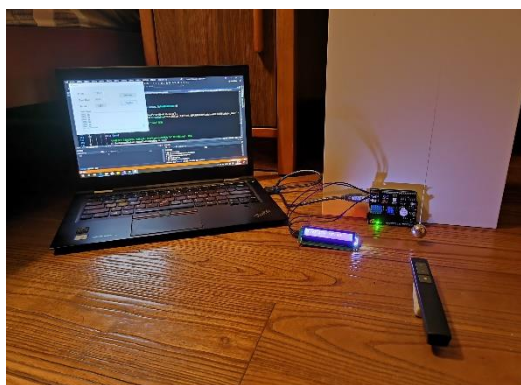


图 2 空气中单摆振动实验装置

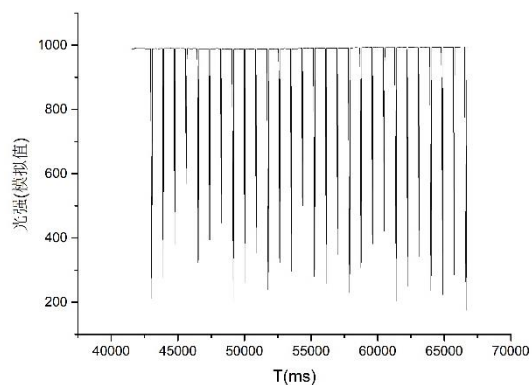


图 3 空气中单摆光电门采集数据

完成程序编写后，首先进行空气中单摆振动周期的测量，实验装置如图 2。实验中使用摆球本身作为光电门的遮光物。将光笔、摆球最低点、光敏电阻三者摆放于同一高度的一条直线上，用手拉起摆球并放下摆球，同时开始数据采集。测量结果如图 3 所示。上方横线表示光电门接收到激光笔信号；摆球经过最低点时遮挡激光笔，光敏电阻测量到环境光，光强降低。相邻的谷底相差时间即为摆球振动的半周期。

谷间隔为 $T_{1/2} = 860ms$ ，摆长为 $l = 73.5 \pm 0.5cm$ 。计算得重力加速度 $g = 9.80 \pm 0.07m/s^2$ 。测量结果与重力加速度理论值符合较好。

同时注意到谷底光强值不一。光电门数据采集有时间间隔，非严格的连续测量，故光电门采集数据时摆球不一定处于最低点，导致光敏电阻部分地接收到激光笔地光，使谷底光强不同；

用相同装置进行水中单摆振动的测量，将摆球置于透明水槽中并进行测量，

测量结果如图 4。

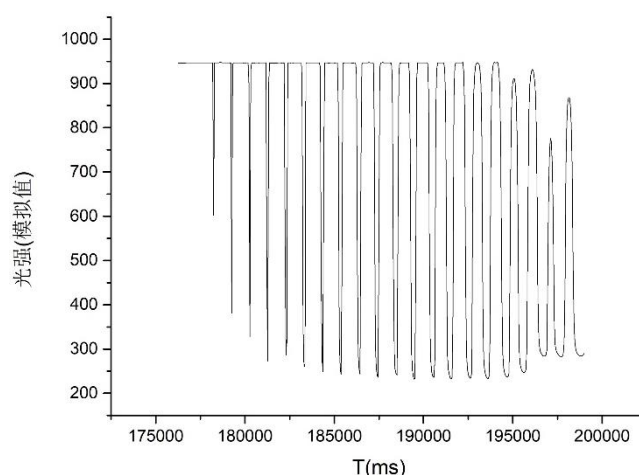


图 4 水中单摆振动光强模拟值—时间关系（初测）

可以发现，振动前期谷较窄，后期谷较宽，小球运动速度在减慢。振动前期仍出现谷底光强偏大的问题，后期谷底光强几乎一致——后期小球振动慢，一个谷包含了多次采样的数据，可以测到球位于最低点时的光强。振动末期，摆球振动幅度过小，激光总被摆球遮挡。尽管仍能观察到振动现象，但光强最高值无法达到激光笔光强。

2.4 实验装置改进

由空气中及水中单摆振动的初步测量结果可知，Arduino 光电门系统基本满足实验要求，但由于摆球作为遮光物的线度过大，影响了实验测量的精度。另一方面，摆球位于水中时，水的折射影响激光光路，影响光路的调整。因此对遮光物进行改进，购入黑色胶布缠绕于摆绳上作为遮光物（如图 5），避免了遮光物的线度过大以及激光需在水中折射的问题。



另一方面，遮光物的线度减小导致其遮光时间大大减小，或导致部分数据未采集到，需要对光电门采样频率进行调整。

2.5 光电门采样频率的探究

为探究如何设置光电门采样频率的问题，在 Arduino 程序中利用 delay 函

数，对每次测量设置了不同的延时。测量空气中单摆的振动，延迟时间分别设置为 20ms、10ms、5ms，数据采集结果如图 6。

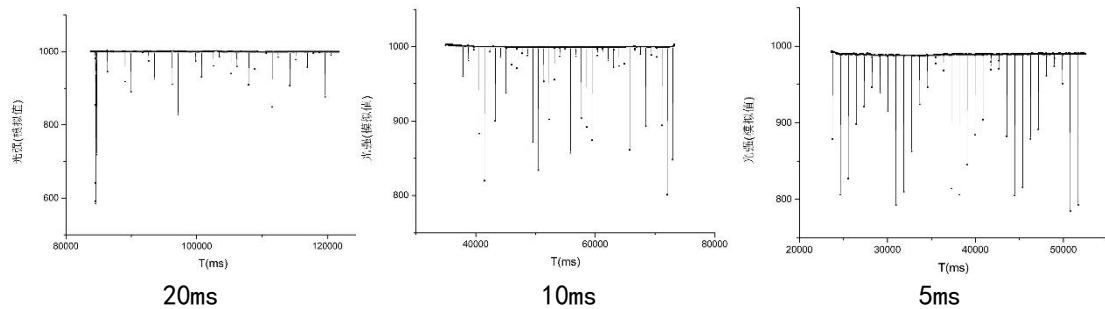


图 6 延时 20ms、10ms、5ms 下的空气单摆光强模拟值—时间关系

可以发现，延时 20ms 时出现了数据采集缺失的问题；延时 10ms 和 5ms 的测量效果好于 20ms，但二者相差不大。具体分析数据，发现设置为 5ms 时数据的间隔与 10ms 时相同，均为 13ms 左右。说明程序中单次循环及串口数据传输至计算机至少需要 13ms，即光电门数据采集最短时间间隔为 13ms。后续实验将程序延时设置为 5ms，实际数据采集间隔为 13ms。

此外，由于遮光物较窄，仍会出现数据采集时未完全遮光，导致谷底光强值大于环境光强的情况。考虑到实际进行水中实验时，单摆运动速度小于空气中的单摆，遮光时间更长，该采样频率足已完成数据采集。

2.6 水中及甘油水溶液中单摆振动测量过程

利用改进后的实验装置，配置浓度不同的甘油水溶液，对单摆在水中的振动以及甘油水溶液中的振动进行测量，实验过程如下。

首先，准备 Arduino 板并将其连接至计算机，在上位机程序中设置串口传输参数。将单摆摆球置于水槽中，并加入水/甘油水溶液，保证摆球在摆动过程中始终完全浸没于液体中。

接着，放置 Arduino 板与激光笔于合适的位置，使光敏电阻、遮光胶布与激光笔处于同一直线上。开启激光笔，确认遮光物在摆处于最低点时能遮挡激光，而摆球摆动时光斑落在光敏电阻上。

随后，在计算机上控制 Arduino 开始数据采集，用手将摆球拉开并释放，测量单摆振动半周期。改变液体种类后，重复上述步骤进行测量。每种液体进行五次测量。

测量完成后，进行数据处理。测量结果详见下文。

三、结果及分析

3.1 空气中单摆测量

在摆长 $l = 73.5 \pm 0.5\text{cm}$ 的条件下测量空气中单摆的振动情况，测量数据如图 3。测得单摆半周期为 $T_{1/2} = 860\text{ms}$ ，计算得重力加速度 $g = 9.80 \pm 0.07\text{m/s}^2$ 。本地（广州）重力加速度为 $g_0 = 9.78\text{m/s}^2$ ，测量值偏大，相对误差 0.2%。重力加速度真实值在测量值不确定度区间内。

3.2 水中单摆测量结果

测量水中单摆振动的情况，测量数据见图 7。观察到单摆在水中的振幅一开始随着时间迅速减小，但在振动角度很小时，振幅的减小速率很慢，若阻尼为粘滞阻尼，振幅应指数性减小，二者不同，考虑平方阻尼起主导作用。

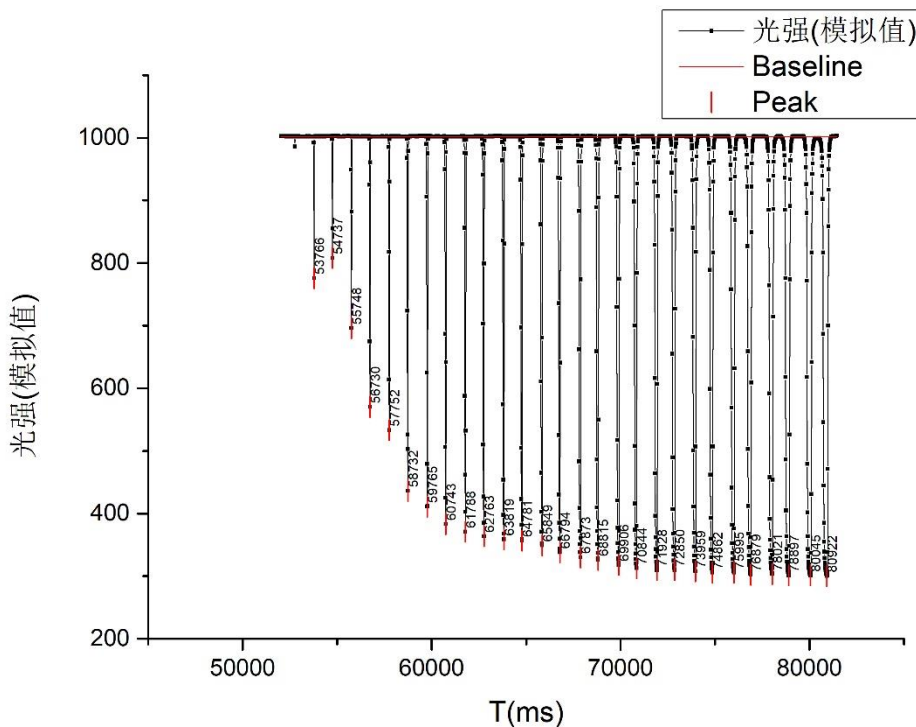


图 7 水中单摆振动光强模拟值—时间关系

分析数据并取平均得振动周期为： $T = 2028\text{ms}$ 。

利用式 (6) 进行振动周期的理论计算。小球质量： $m = 31.4 \pm 0.2\text{g}$ ，小球直径： $d = 20.0 \pm 0.5\text{mm}$ 。计算得小球密度为：

$$\rho' = 7.496 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$$

取水的密度为： $\rho = 0.994 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ ，空气中单摆周期为： $T_0 = 1800\text{ms}$ 。将参数代入 (6) 式，计算得单摆在水中振动的理论值为： $T = 1992 \pm 2\text{ms}$ 。

3.3 甘油水溶液中单摆测量结果

使用甘油水溶液作为黏性液体进行实验。由于实验条件限制，暂时无法精准配制各个体积分数的溶液。采用水量固定（1800ml），逐次添加 100ml 甘油的方法进行实验，实验数据如表 1 所示。其中，甘油水溶液的粘度、密度使用计算数据^[2]。

甘油体积(ml)	体积分数	粘度(cP)	密度(kg/m ³)	周期 (ms)
100	0.053	1.15	1013.2	2018
200	0.100	1.35	1027.1	2016
300	0.143	1.56	1039.8	2012
400	0.182	1.80	1051.2	2016
500	0.217	2.06	1061.6	2023

可以看到，黏性液体中单摆振动周期测量值在 $T = 2018ms$ 上下波动，未随着粘度的升高出现一致的变化趋势。

理论上，随着甘油体积分数的提高，两种阻尼效应皆应增强，从而使振动周期提高。利用平方阻尼的模型进行计算，从纯水到加入 500ml 甘油，液体密度从 994 kg/m^3 上升至 1062 kg/m^3 ，计算得周期从 1992ms 上升至 2002ms，变化约 10ms 量级。而实验数据在 2018ms 上下，无增加现象。考虑到采样的间隔时间亦为 10ms 量级，周期测量的不确定度较大。探究阻尼的影响需要更高的测量精度。目前的实验条件下，很难对两种阻尼的影响进行探究。

四、参考文献

- [1] 何松林. 单摆在液体中的振动[J]. 实验室研究与探索, 2011, 030(006):21-23.
 [2] http://www.met.reading.ac.uk/~sws04cdw/viscosity_calc.html