

基于Phyphox的物理实验

谢汶卿

2020年5月15日

摘要

本实验使用手机软件Phyphox的不同模块，分别做了三个小实验：1.利用手机的声学秒表功能测量小球弹起最高点的高度及剩余能量百分比。本实验找出了软件利用声学秒表功能计算小球弹起最高点高度的方法，发现软件在计算过程中忽略了空气阻力的贡献，将两次落地之间的运动近似为只受重力作用的自由落体，以此计算最高点高度 H 。基于此，本文讨论了空气阻力在实际情况下对最高点高度及能量损失的影响，发现空气阻力对最高点高度 H 的影响应为 γ/m 的二阶小量，而造成的额外能量损失在最低价下正比于 $E^{\frac{1}{2}}$ 。2.利用三维磁场传感器测量通电螺线管磁场与电流的关系。本实验首先验证了磁场传感器受磁化过程影响。而后，通过测量确定了磁场传感器应在手机的左上角。最后，本实验验证了磁场与电流的线性关系，并利用斜率计算出螺线管密度的粗略值，为 30cm^{-1} ，与之间粗测线圈匝数的结果 40cm^{-1} 在同一数量级。3.利用陀螺仪记录单摆运动，进而计算当地重力加速度 $g = 10.1\text{m/s}^2$ 。而后，通过振幅衰减计算出空气阻力及摩擦阻力带来的衰减因子 $\beta = 0.067 \pm 0.0004$ 。

1 引言

现代生活中，我们都离不开智能手机。然而，我们很少有机会了解手机复杂功能背后的具体机制。事实上，在手机中，有光线传感器，声学传感器，磁场传感器，重力传感器，陀螺仪等众多传感器。使用Phyphox软件，我们可以去探究手机的传感器背后的功能。让我们更好的体会现代科技是如何为我们服务。

2 小球碰撞

2.1 实验原理

2.1.1 弹性小球

质量为 m ，位于高度 H 的小球具有重力势能 mgH 。若让小球自由下落，在没有空气阻力，与地面发生弹性碰撞的情况下，小球机械能守恒 $E_t = mgH$ ，会反复弹起至同一高度 H 。然而现实情况下，小球下落时受空气阻力

$$f = -\gamma v = -\gamma \frac{dx}{dt} \quad (1)$$

小球在运动的过程中，空气阻力做功，机械能会逐渐损失，此外，在小球与地面碰撞时，实际上不可能完全弹性碰撞，非弹性碰撞也会带来能量的损失。因此，现实情况下，小球机械能会逐渐减小，弹起的高度会逐渐降低，直至最终静止。

2.1.2 声学秒表

在本实验中，Phyphox利用了手机的声学秒表功能。它能够在接收到小球第一次碰撞地板发出的声信号时开始计时，并依次记录每次接收到小球与地板碰撞发出声信号的时间 T_i 。并给出每两次碰撞之间的时间间隔 ΔT

在使用声学秒表功能前，要设定合适的声信号强度阈值。只有超过阈值的信号才会被记录。若阈值选得过小，则背景噪声会被当作碰撞，干扰实验数据。若阈值选的过大，则实际碰撞发出的信号可能会被忽略。

此外，由于声音在介质中的传播有一定速度，在实验过程中应尽量确保手机位置与小球落点位置不变。

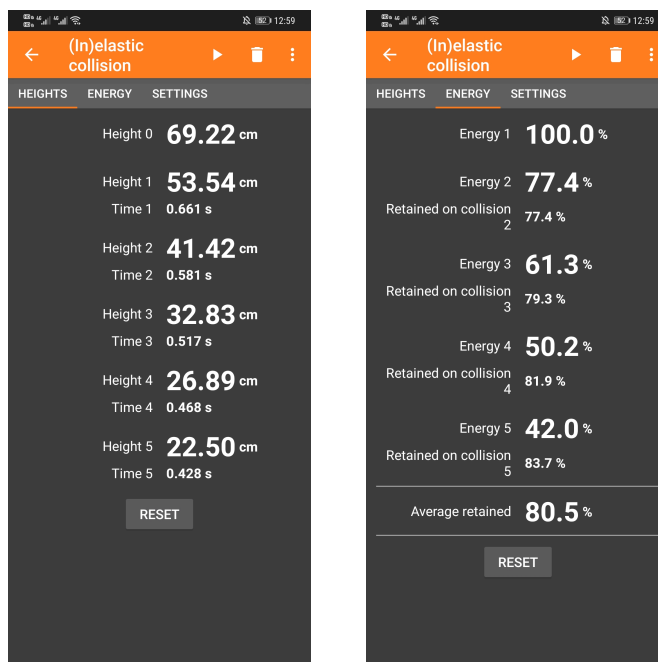
2.2 实验装置及过程

2.2.1 实验装置

1.手机Phyphox软件的（非）弹性碰撞（(in)elastic collison）模块，利用手机的声学秒表功能。

2.乒乓球

3.量尺



(a) 小球每次弹起的最高点高度 H (b) 小球每次弹起的剩余能量百分比

图 1: 非弹性碰撞实验数据

2.3 实验过程

1. 测量小球落下的桌子到地面的高度 H 。
2. 使用手机Phyphox软件的（非）弹性碰撞模块，让乒乓球自由落体，Phyphox会自动测量两次落地发出声音之间的间隔，并依此显示每次乒乓球弹起的高度，以及剩余能量百分比（相比初始重力势能）。记录数据。重复这一过程。
3. 分析数据，分析Phyphox只利用声学秒表测量高度的原理，并分析其误差。

2.4 实验结果及分析

1. 实际上通过声学秒表测量得到的初始高度 $Height_0$ 比实际中偏小。如图1(a)所示，它测量得到的初始高度仅为69.22cm，而用量尺测量的结果为78cm（精确度有限，仅能精确到个位）。
2. 猜测软件工作原理为：软件忽略了空气阻力，使用内置的重力加速

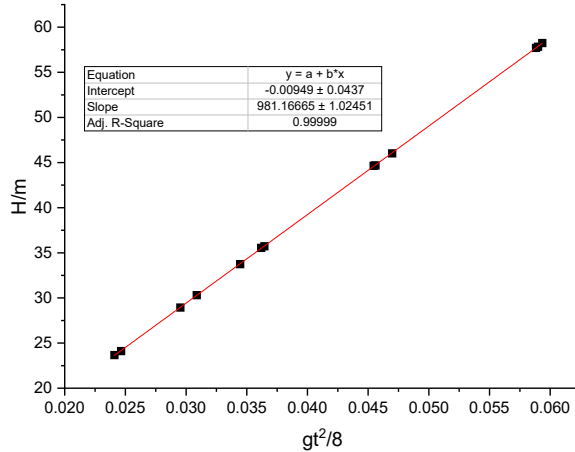


图 2: $H - g\Delta T^2$ 线性拟合, 图中t代表两次碰撞之间的间隔 ΔT

度 g , 由两次落地之间的间隔 ΔT , 通过简单的自由落体公式计算最高点高度 H , 而剩余能量百分比自然可以通过最高点的重力势能计算。

$$H = \frac{g \left(\frac{\Delta T}{2}\right)^2}{2} = g\Delta T^2/8 \quad (2)$$

$$\frac{E_i}{E_1} = \frac{H_i}{H_1} \quad (3)$$

上式利用了如下结论: 忽略空气阻力的情况下, 前一次碰撞后由地面上升最高点的过程与从最高点降落到地面的过程对称。

为了验证这一猜想, 我们对软件显示的 H 与 $\Delta T^2/8$ 线性拟合, 结果如图2:

如图2所示, 直线具有非常好的线性, R^2 为0.99999。并且, 它的斜率为 $981m/cm^2$, 在经过单位换算后, 可得到内置的重力加速度 $g = 9.81m/s^2$, 与单摆模块内提示显示的内置重力加速度一致。

因此, 我们验证了软件是如何通过测量碰撞时间间隔给出小球最高点高度的猜想。然而, 我们要注意, 这一结果是忽略了空气阻力的结果, 实际上是有误差的:

为方便计算, 我们将小球的上升过程逆转下降过程, 使其初速度为0, 初始高度为最高点 H

则通过受力分析，我们可以得到：

$$\frac{dv}{dt} = a = g + \frac{\gamma}{m}v \quad (4)$$

这可以解出速度 v 随时间的变化关系：

$$v = \frac{mg}{\gamma} \left(e^{\frac{\gamma}{m}t} - 1 \right) \quad (5)$$

同理，在原本的下降过程中，我们同样可以写出运动方程：

$$\frac{dv}{dt} = a = g - \frac{\gamma}{m}v \quad (6)$$

以此解出的速度随时间的关系是：

$$v = \frac{mg}{\gamma} \left(1 - e^{-\frac{\gamma}{m}t} \right) \quad (7)$$

我们可以看出，在 $\frac{\gamma}{m}$ 较小时，使用一阶近似 $e^x \approx 1 + x$ ，上升过程和下降过程的速度都退化为不考虑空气阻力的形式：

$$v = gt \quad (8)$$

因此，空气阻力对计算 H 带来的影响是 $\frac{\gamma}{m}$ 的二阶小量。

理论上，我们可以通过解方程算出 H 与 ΔT 的精确关系，但计算较繁琐，且意义不大。

此外，通过计算，我们发现软件是如何给出小球的释放高度 H_0 ：软件假设第一次与第二次碰撞损失的能量百分比相同，即：

$$\frac{H_1}{H_0} = \frac{H_2}{H_1} \quad (9)$$

3.然而，对于乒乓球这种密度较小的物体，空气阻力对于机械能耗散贡献很大，不可忽略。而且多次实验结果显示（如图1），能量越高时，经过一次碰撞后损失的能量百分比越大。若不考虑空气阻力，很难解释这一点。

因此，我们考虑空气阻力对能量损耗的最低价修正项：我们忽略空气阻力对速度的影响，而单计算在原有速度下空气阻力做的负功：

结果如下

$$\begin{aligned} \Delta E_f &= -\frac{4\gamma\sqrt{g}}{3} H^{\frac{3}{2}} \\ \frac{\Delta E_f}{E} &= -\frac{4\gamma\sqrt{H}}{3m\sqrt{g}} = -\frac{4\gamma\sqrt{E}}{3gm^{\frac{3}{2}}} \end{aligned} \quad (10)$$

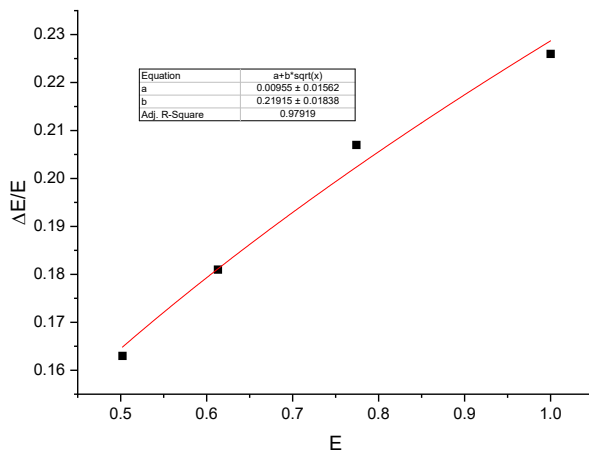


图 3: 能量损失公式拟合

我们可以看出，由于空气阻力损失的能量的百分比与总能量的 $\frac{1}{2}$ 此方成正比：

$$\frac{\Delta E_f}{E} = -\beta E^{\frac{1}{2}} \quad (11)$$

若我们假设非弹性碰撞时每次损失的能量百分比相同，即：

$$\frac{\Delta E_c}{E} = -\alpha \quad (12)$$

我们就可以得到每次总损失能量的公式：

$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{(\Delta E_c + \Delta E_f)}{E} = -\alpha - \beta\sqrt{E} \quad (13)$$

我们将实验数据带入此公式拟合：

我们发现，拟合结果 $\alpha = 0.01$ 很小，而 $\beta = 0.2$ 较大。这表明，能量损失主要由空气阻力贡献。然而这与空气阻力贡献是微扰项的前提不符。这或许是因为数据点较少，且数据本身是近似结果导致。

2.5 实验结论

1. Phyphox忽略了空气阻力，通过 $H = \frac{g(\frac{\Delta T}{2})^2}{2} = g\Delta T^2/8$ 一式，由两次碰撞之间的时间间隔给出小球最高点高度 H ，进而给出剩余能量百分比。

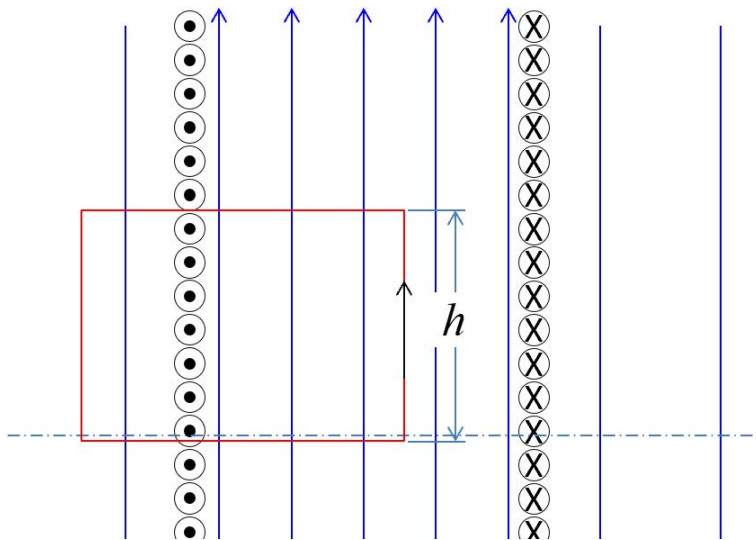


图 4: 通电螺线管的安培环路定理

2.经理论计算，空气阻力对小球最高点高度的计算的贡献是 $\frac{\alpha}{m}$ 的二阶小量。

3.考虑空气阻力最低项对能量损失的贡献可得出能量损失公式： $\frac{\Delta E}{E} = \frac{(\Delta E_c + \Delta E_f)}{E} = -\alpha - \beta\sqrt{E}$ ，它能解释能量越高时每次损失能量百分比越大，然而它与实验数据符合的不好，这可能是实验数据已经经过Phyphox近似导致。

3 磁传感器

3.1 实验原理

3.1.1 通电螺线管磁场

螺线管由导线密绕而成，在通电时，螺线管内部会产生较均匀的磁场。

为计算方便，我们采用理想模型：无限长密绕螺线管：

根据安培环路定理：磁场沿闭合回路积分等于回路内电流的通量。如图4，在无限长通电螺线管中，有：

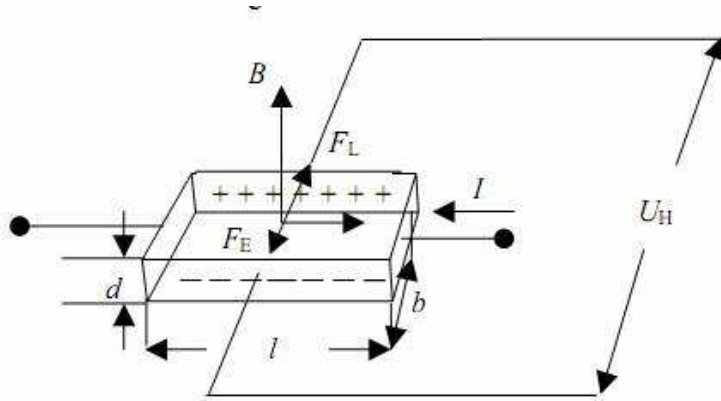


图 5: 霍尔效应

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \begin{cases} hB \\ \mu_0 n h i \end{cases} \quad (14)$$

因此,

$$B = \begin{cases} \mu_0 n i & \text{管内} \\ 0 & \text{管外} \end{cases} \quad (15)$$

3.1.2 磁场传感器

手机中有三维磁场传感器和霍尔传感器，它们都能探测磁场，然而原理不同。

三维磁场传感器的原理是各项异性磁致电阻材料，在磁场变化时各方向的电阻会相应发生变化，故它能测量各方向上的磁场。此外，手机需要旋转或晃动几下才能准确磁场，这可能是因为各项异性磁致电阻材料的磁化需要沿磁化曲线变化，需要较缓慢的过程。

霍尔传感器的原理则是霍尔效应：垂直于电子运动平面的磁场会给电子法向的加速度，使电子运动方向改变，进而使导体两端产生电势差。可以看出，霍尔效应只能测量特定方向的磁场，而不能测量三维磁场。

因此在手机中，霍尔传感器一般用于翻盖自动解锁、合盖自动锁屏。而三维磁场传感器可用于指南针、地图导航方向

3.2 实验装置及过程

3.2.1 实验装置

1.手机Phyphox软件的磁力计（Magnetometer）模块，利用手机的磁场传感器。

2.可调整电流的通电螺线管电路（电源、开关、滑动变阻器、螺线管、电流表）

3.磁性物质

3.2.2 实验过程

1.打开Phyphox的磁力计模块，测量背景磁场。

2.寻找磁场传感器粗略位置：使用磁性物质靠近手机屏幕各位置，读出各位置磁力计读数。

3.测量通电螺线管附近磁场与电流的关系，验证安培环路定理，粗略计算螺线管的线圈密度。

3.3 实验结果及分析

1.在周围没有磁性物质时，磁感应强度 B 绝对值示数在 $30 - 80\mu T$ 之间，取决于手机所在的位置。查阅资料发现，地磁大小为 $50 - 60\mu T$ ，二者数量级一致。若靠近磁性物质，如耳机（未通电），电工螺丝刀等，磁场示数会增大，由 $200 - 1200\mu T$ 不等。

2.经观察，磁场传感器存在磁化曲线：若在周围放置一个较强的磁铁，磁感应强度 B 示数升高，在磁铁远离后，示数降低，但不会回到初始值。这与查阅资料中三维磁场传感器的原理一致：各项异性磁致电阻材料磁化，导致其电阻变化。

3.经实验测量发现，如图6所示，为避免手机在桌面上移动的干扰，这里只测量了垂直的磁感应强度 B_z ，并且，示数已减去背景磁场的贡献，为磁性物质净磁场。

由图可知，磁场传感器位置应该于手机顶部的左上角（即图6中的左下角的红色区域）：通电螺线管顶端靠近此处时磁感应强度示数最大。

但除此之外，在磁性物体靠近图中的深蓝色区域时，磁感应强度反向。由于此磁场负值区域并非是微扰磁场传感器圆柱对称的（在图中红色区域的右方没有相似的负值区域），我们可以排除这是由于闭合磁场在绕回时

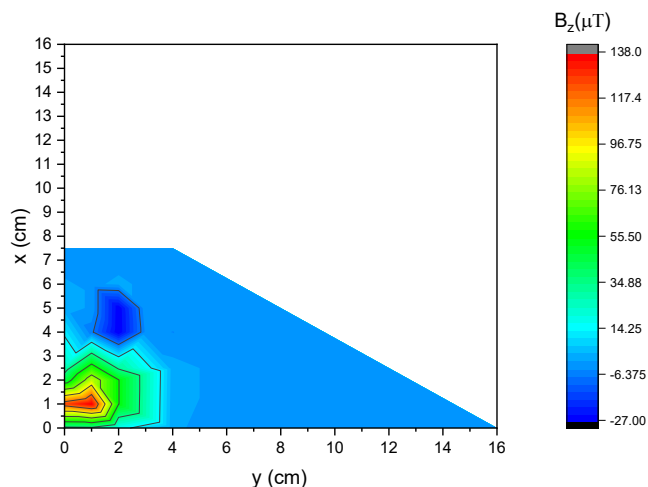


图 6: 磁场传感器位置，图中是一个横置的手机，空白部分是由于粗测时发现磁感应强度与背景磁场无明显区别，故未测量

反向的可能。因此，我们猜测，蓝色区域的位置可能有顺磁性元件，被磁化后影响了三维磁场传感器。由于手机除三维磁场传感器外，还有霍尔传感器，起初我们猜测此区域是否与霍尔传感器有关，但分析霍尔传感器的原理后，似乎没有支持这一猜测的证据。

4.通过通电螺线管电流 I 与磁感应强度 B 拟合结果可验证两者之间的线性关系。实际上，由毕奥-萨伐尔定律可知，这一结论不仅限于通电螺线管，任何电路下，在控制变量，仅改变电路电流 I 的情况下，磁感应强度 B 都与 I 成正比。

然而，我们可以利用拟合的斜率计算螺线管线圈的线密度。由式(15)可得，斜率 $k = \mu_0 n$ 。经计算， $n = 3008m^{-1} = 30cm^{-1}$ 。

实际上螺线管导线包裹了两层或以上，最外层密度约为 $20cm^{-1}$ 。若螺线管仅包裹了两层，则密度为 $40cm^{-1}$ ，两种估测方法数量级一致，相对误差为25%。误差可来源于通电螺线管实际上不是无限长。

3.4 实验结论

1.磁场传感器存在磁化曲线，其原理应是各向异性磁致电阻材料磁化导致的电阻变化。

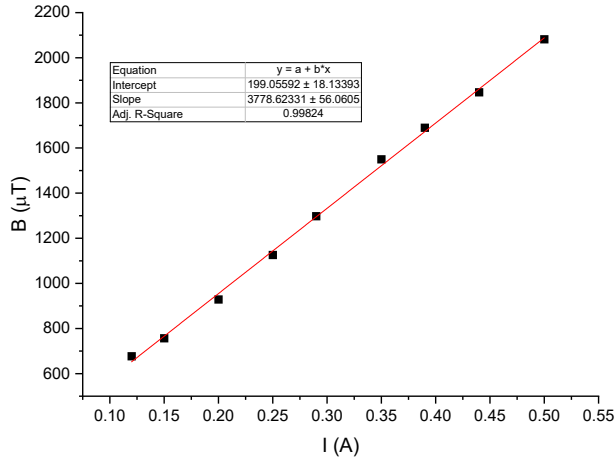


图 7: 通电螺线管电流 I 与磁场 B 的关系

2. 磁场传感器应在手机的左上角。

3. 验证了通电螺线管电流 I 与磁感应强度 B 的线性关系。并通过斜率粗略计算得到螺线管线圈的线密度 $n = 30\text{cm}^{-1}$ ，这与通过直接数外圈螺线管的方法粗测得到的结果 40cm^{-1} 数量级一致。

4 单摆测当地重力加速度 g

4.1 实验原理

单摆的运动方程为：

$$ml\ddot{\theta} = -mg \sin \theta \quad (16)$$

在小角近似下 $\sin \theta \approx \theta$

于是运动方程变为 $ml\ddot{\theta} = -mg\theta$ 。它的解为：

$$\theta = \theta_0 \cos(\omega t + \varphi) \quad (17)$$

其中 $\omega^2 = \frac{g}{l}$ 。

在考虑空气阻力 $f = -\gamma v = -\gamma l \dot{\theta}$ 的情况下，

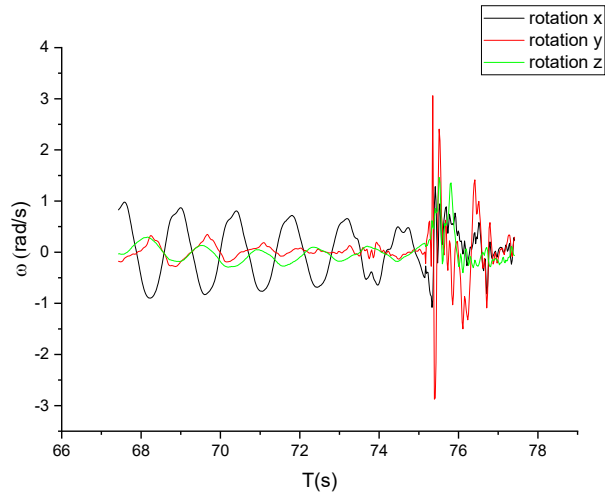


图 8: 单摆x,y,z轴的角速度随时间t的变化

$$\theta(t) = \theta_0 e^{-\beta t} \cos(\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} t + \varphi) \quad (18)$$

其中 $\beta = \gamma/2m$, $\omega_0^2 = g/l$ 。

4.2 实验装置及过程

4.2.1 实验装置

- 1.手机Phyphox的单摆（Pendulum）模块，利用了手机的陀螺仪。
- 2.摆绳和挂钩，用来制作单摆。
- 3.量尺。

4.2.2 实验过程

- 1.用手机，摆生和挂钩制作单摆，测量摆绳长度 l 。
- 2.使用手机Phyphox的单摆模块记录摆运动过程。
- 3.分析数据，计算摆的周期 T ，并计算当地重力加速度 g 。

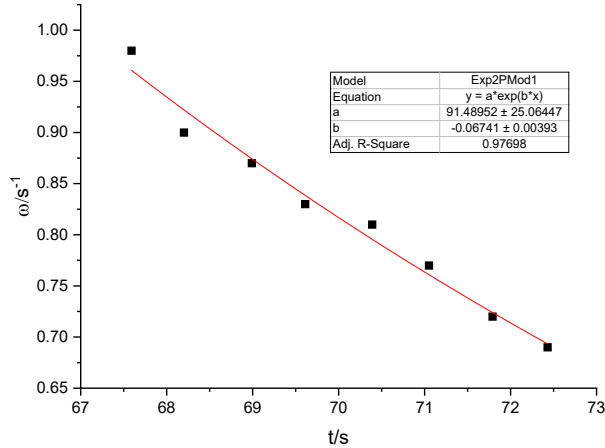


图 9: 单摆角速度幅幅度随时间的指数衰减拟合

4.3 实验结果及分析

1. 由于陀螺仪只能测量转动的角速度，而无法计算摆动角度 θ 。因此，Phyphox给出的只有角速度随时间的变化关系 $\omega - t$ 图。

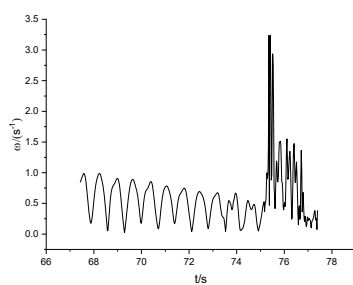
2. 由图7可知，单摆主要沿x轴方向摆动，伴随有y,z方向的扰动。经计算，平均周期为1.4s。然而，由于摆的质心位置难以确定，并且测量工具不精确，摆长的误差范围极大，为 $L = 50 \pm 2cm$ 。由此计算得的重力加速度为 $g = 10.1 \pm 0.4m/s^2$ 。查阅资料得到的重力加速度参考值 $g_r = 9.788$ 在此误差范围内。相对误差为3.1%。

3. 为了计算空气阻力带来的衰减指数 β ，我们取单摆震荡的波峰和波谷，并作随时间指数衰减拟合。结果如下（图9）。

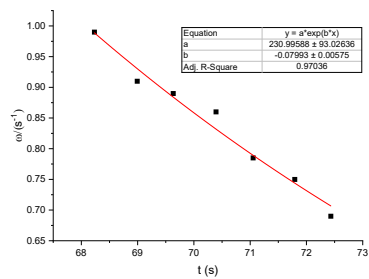
如图所示，指数衰减因子 $\beta = 0.067 \pm 0.0004$ 。

4. 考虑到除了x轴以外，y轴和z轴也有类似周期性的扰动，而它们与x轴摆动的相位不同，考虑指数衰减因子时，或许应当考虑三方向运动角速度的总和。如图10所示：

考虑总角速度时， $\beta = -0.080 \pm 0.005$ ，然而，拟合结果反而变差，曲线吻合得不好，这说明y, z两方向的扰动可能不是简谐振动，而是较为无序的扰动。这与我们在图8中所观察到的图像一致。



(a) 单摆总角速度随时间的变化关系



(b) 单摆角速度幅度随时间指数衰减拟合

图 10: 考虑总角速度

4.4 实验结论

1.利用单摆测量重力加速度结果为 $g = 10.1 \pm 0.4 m/s^2$ ，相对误差为3.1%，不确定度主要来源于长度的测量极不精确。

2.在考虑空气阻力及绳与挂钩的摩擦阻力时，计算得指数衰减因子 $\beta = 0.067 \pm 0.0004$ 。

3.通过考虑总角动量衰减探究验证了y,z方向上并非简谐振动。

5 参考文献

[1]Phyphox内置说明， <https://phyphox.org/>

[2]侯晓远老师，电磁学课件

[3]刘晓晗老师，力学课件

[4]百度百科，手机传感器