

利用 HTML5 进行万有引力模拟

郭泓莹 物理学系 16307110341

一、课题设计

本课题参考了一些已有的利用 HTML5 进行的万有引力模拟案例，考察了质量相同、初始位置和速度随机的天体在较大质量的中心天体作用下的运动轨迹，以及无中心天体时质量相同的天体在相互万有引力作用下的运动轨迹。

质量为 M 的中心天体和质量为 m 的天体（后简称环绕天体）间万有引力大小为：

$$F = \frac{GMm}{r^2}$$

其中为 G 万有引力常数， r 为两物体间距离。

中心天体质量和半径间关系直接使用了史瓦西半径公式：

$$R = \frac{2GM}{c^2}$$

由于 $M \gg m$ ，假设中心天体保持静止，不考虑其因万有引力所导致的位移。

当两天体间距离很近时（小于设定的半径之和），认为其发生完全非弹性碰撞。如碰撞天体质量分别为 m_1 和 m_2 、速度分别为 v_1 和 v_2 ，将质量为 m_1 的天体从列表中去除，将另一天体的质量设为 $m_1 + m_2$ ，运动速度设为：

$$v' = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}$$

如参与碰撞的天体有一个是中心天体，则将与其碰撞的天体从列表中去除，中心天体质量相应增加，但仍认为其保持静止。

二、实验过程

程序中设定 $G = 1$ ，中心天体半径 $R = 20$ ， $c = 3000$ 。

环绕天体半径 $R' = 5$ ，质量 $m = 1$ 。初始位置在画布内随机分布，速度的 x 、 y 分量在 -500 至 500 间随机分布。

利用 `requestAnimationFrame` 方法，实现天体运动的动画。每一步更新的顺序为：

- ①画出天体当前位置
- ②根据当前天体速度和时间间隔移动天体，并判断是否与其他天体碰撞
- ③按照移动后新位置计算加速度
- ④按照加速度和两步之间的时间间隔计算更新后的天体速度。

（如天体因发生碰撞被去除，则自动换至列表中下一个天体）

网页界面可设定初始环绕天体的数目及是否放置中心天体，并显示剩余的环绕天体数。具体代码作为附件一同上传。

三、实验结果

实现的网页界面如下图。在“Number Of Orbiters”右侧的框中输入初始环绕天体数目（默认为 50 个），通过“Attractor”右侧的按钮选择是否在中心放置一个吸引天体（默认

为是)，鼠标移动到“Ready”按钮上时按钮显示文字变为“Start”，按下按钮开始模拟。

模拟开始后，“Currently Left”右侧会显示当前剩余的环绕天体数目，如下图中初始 30 个环绕天体中剩余 5 个未被中心天体捕获或与其他天体合并。

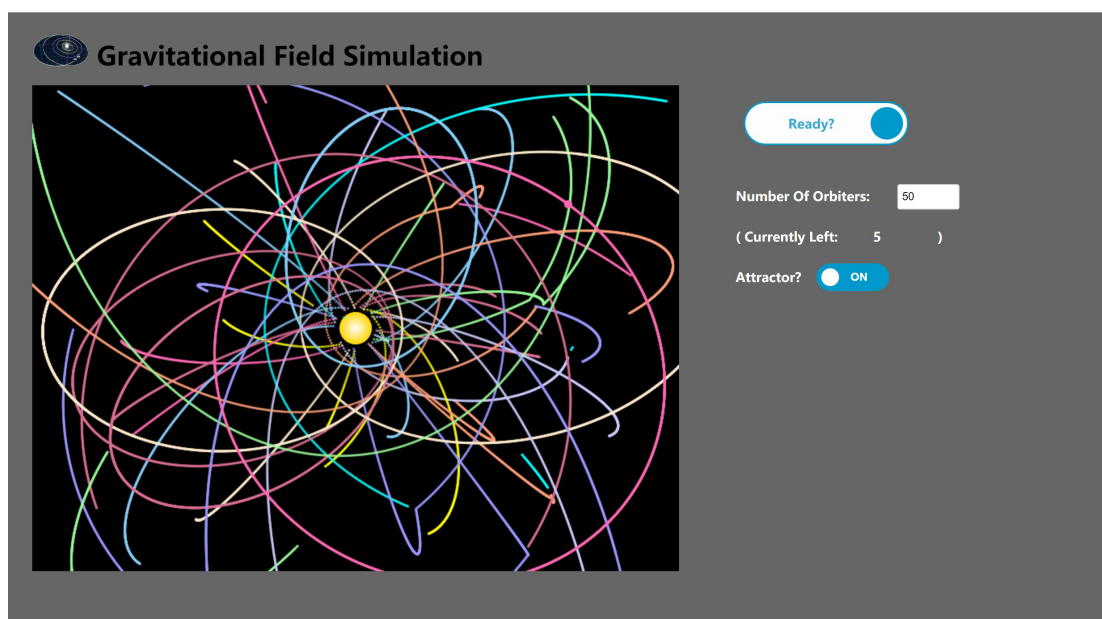


图 1 网页界面

初始环绕天体数目最少为 1 个，最多限制为 10000 个（如天体数目超过 1000 个，开始模拟时可能有卡顿）。下面两图中 1000 个初始环绕天体经过一段时间模拟后只剩余 7 个，10000 个初始环绕天体剩余了 30 个。

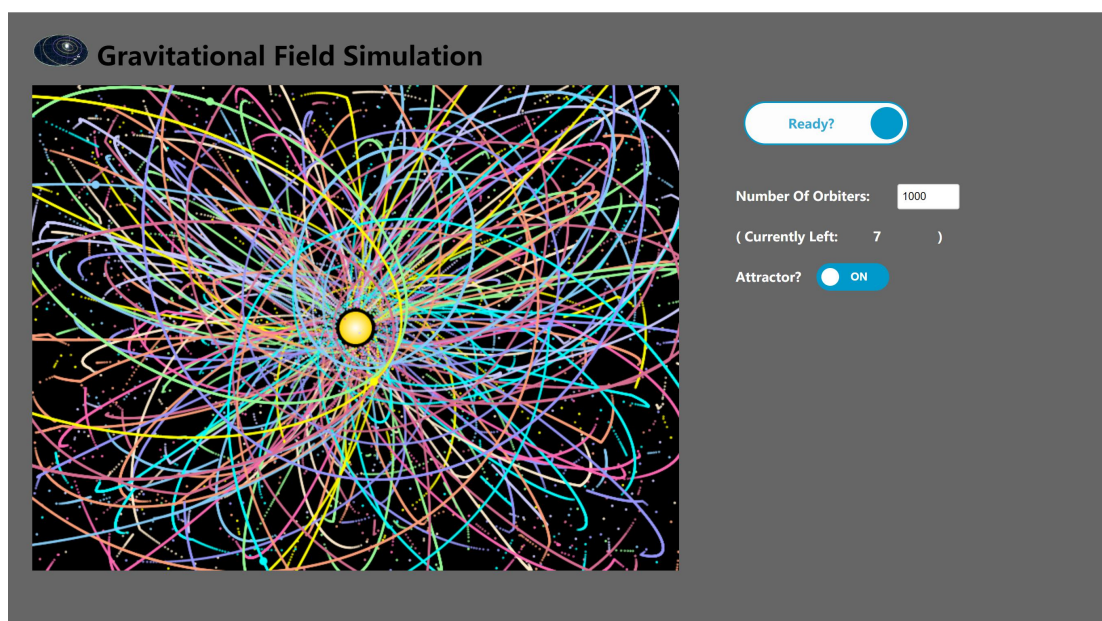


图 2 初始 1000 个环绕天体的运行结果

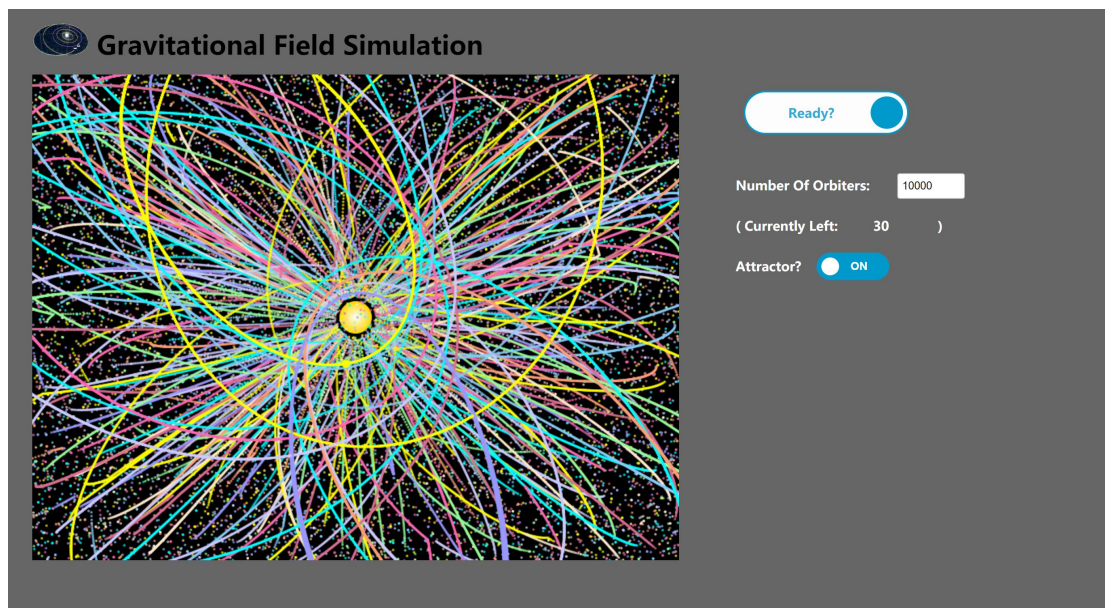


图 3 初始 10000 个环绕天体的运行结果

程序中如果每步模拟的时间间隔设置得过大, 由于模拟过程中积累误差, 天体运行轨迹可能严重偏离椭圆轨道, 如下图中的绿色轨迹。

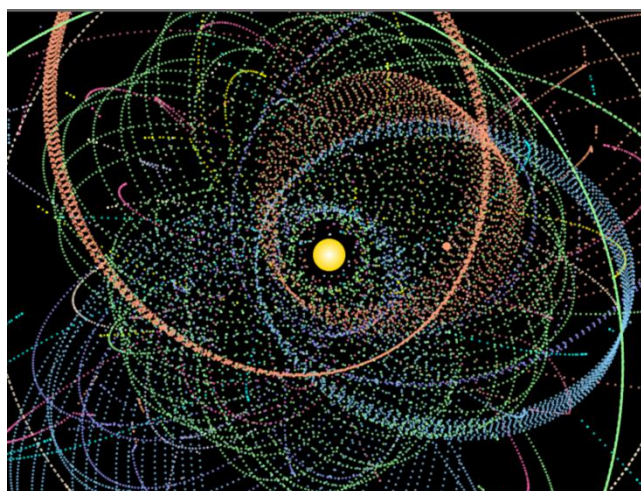


图 4 累计误差过大的运行结果

减少模拟时间间隔后, 天体运行轨迹能够形成闭合的椭圆轨道, 如下图中为多次均设置了初始环绕天体数目为 1 (即不受其他环绕天体干扰) 的运行结果, 天体或者直接被中心天体捕获, 或者按闭合的椭圆轨道运行, 或者远离了中心天体。

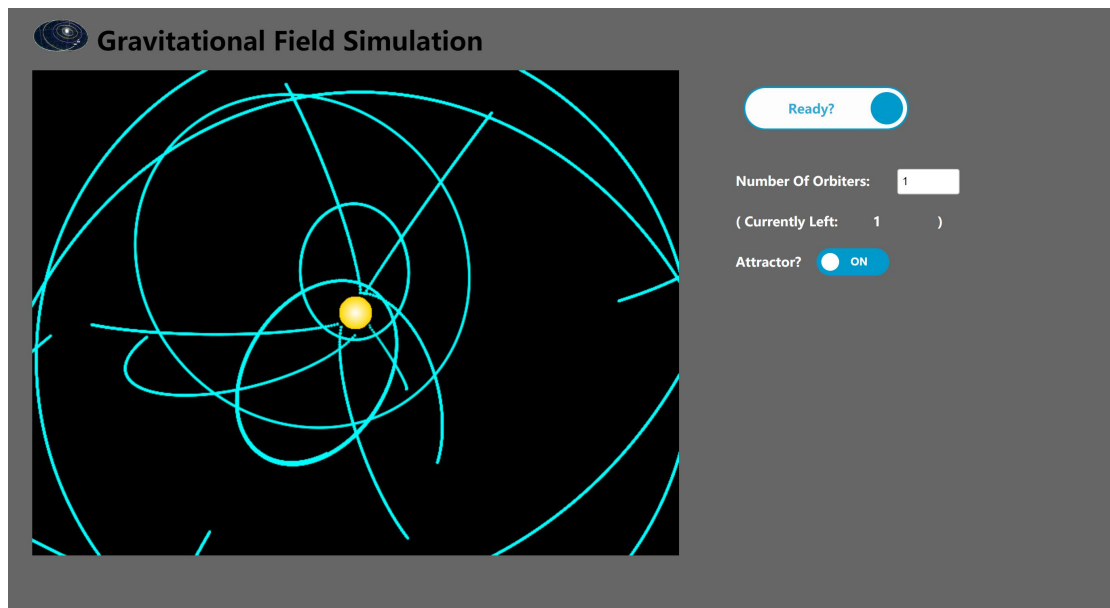


图 5 初始 1 个环绕天体的运行结果

如选择取消中心的吸引天体，天体仅与其他环绕天体发生相互作用。下图中由于各天体运动时距离较远，轨迹几乎为直线，可以看到部分天体发生碰撞前后的运行轨迹。

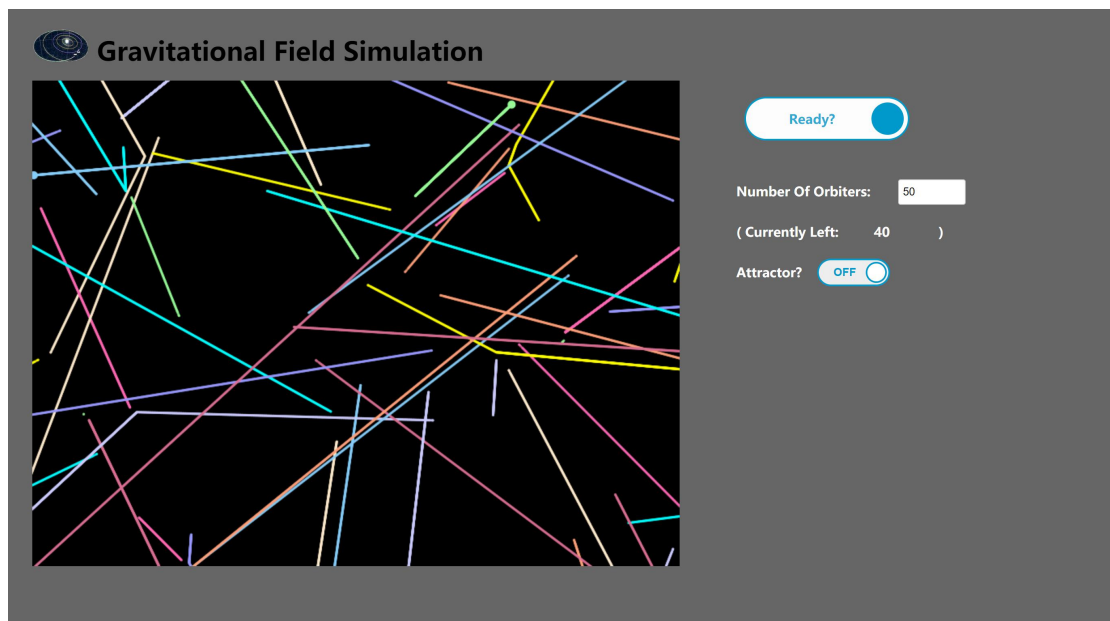


图 6 无中心天体时天体相互碰撞

在代码中增大引力常数（从 $G=1$ 增大到了 $G=1000000$ ）后，天体运动轨迹明显受到其他天体万有引力的影响。下图为 50 个初始天体产生的运动轨迹。

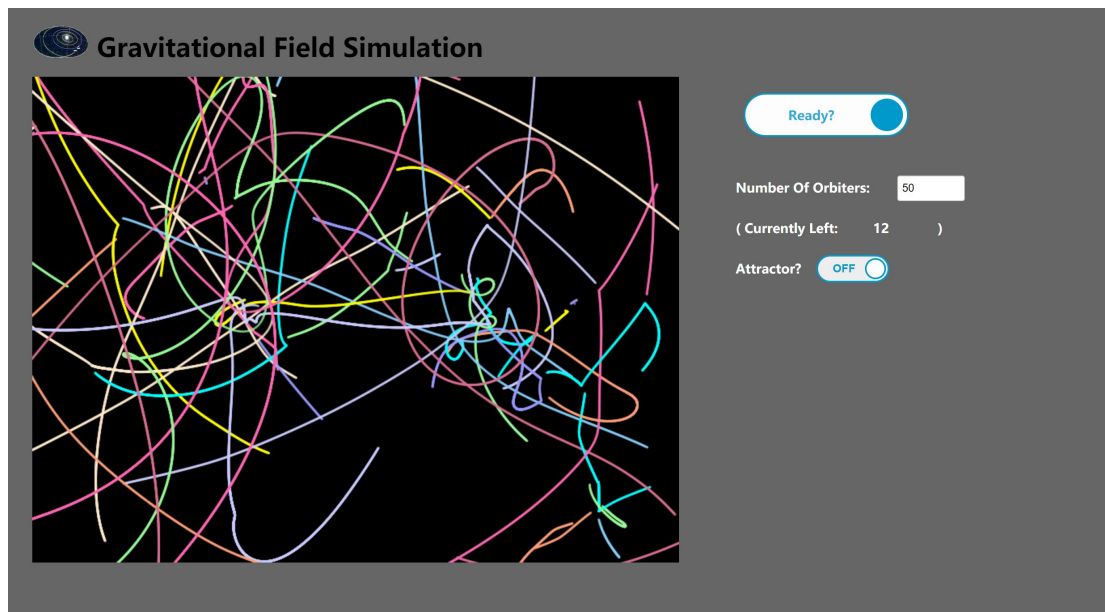


图 7 增大引力常数后无中心天体时天体相互作用下运动轨迹

如仅选择 3 个天体，并在代码中人为设定初始位置和速度（如使用随机产生的位置和初始速度，通常 3 个天体直接互相远离），可观察到不同的轨迹。

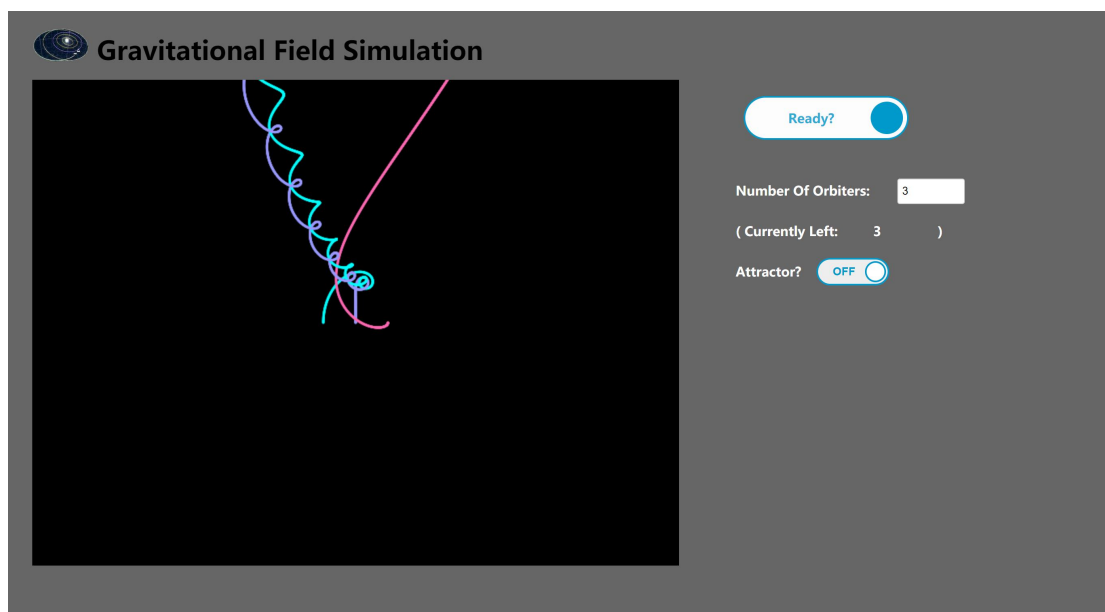


图 8 仅 3 个天体时相互作用下运动轨迹一

上图中红色轨迹的天体与另外两个天体逐渐远离，后两个天体近似做两体运动。下图中三个天体进行杂乱无章的运动，最终蓝色轨迹的天体与紫色轨迹的天体碰撞（白色箭头所指处），剩余两个天体继续进行两体运动。

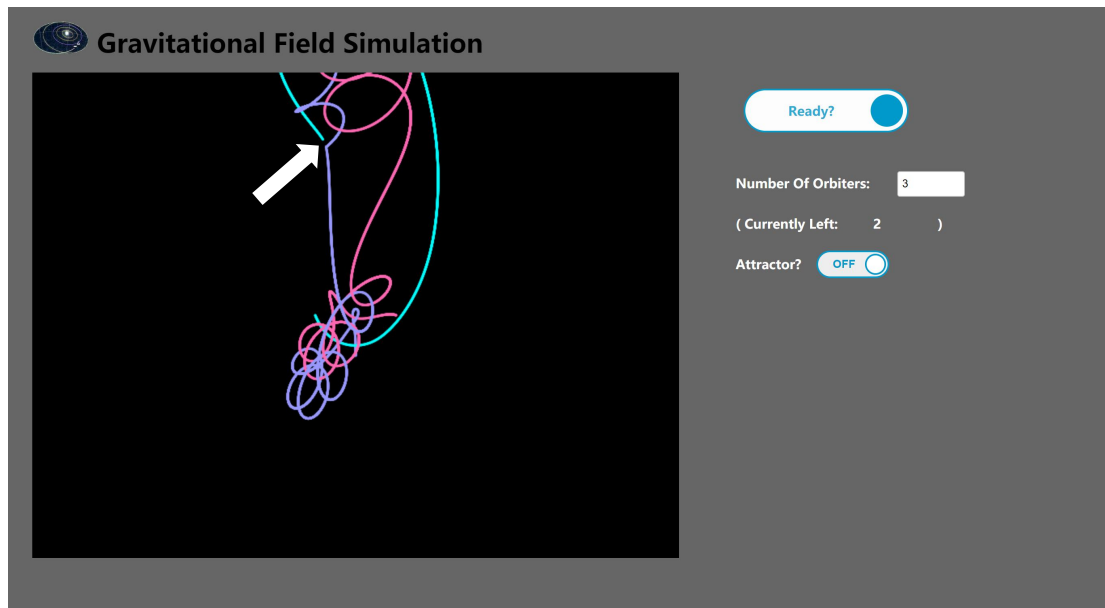


图 9 仅 3 个天体时相互作用下运动轨迹二

四、简要分析

经过模拟运行发现，放置中心天体时，大部分环绕天体被中心天体捕获或者与其它天体发生了碰撞，剩余少数环绕中心天体运动或者被抛至远离中心天体处。实际星系形成的过程与此有相似之处，大部分物质向中心聚集而剩余在周围环绕的物质也在不断碰撞中聚集成数颗行星，还有一部分物质被巨行星抛射到远离中心的区域。

大量粒子在向量场下的运动迹线常被用于对场进行可视化，图 3 中少部分天体继续做椭圆运动，而大部分落向中心，显示出了中心天体引力场的特征。

去除中心天体的模拟可用于研究所有天体的加速度均被考虑的运动情况，如三体运动等，但需要设置好合适的初始位置和速度，以便观察其中出现的复杂现象。

利用计算机对物理系统进行模拟时，应注意计算过程中引入的误差，与部分可预测的结果相比较可以确认使用的时间步长是否合适。

五、参考资料

1. Dev Ramtal, Adrian Dobre. *Physics for JavaScript Games, Animation, and Simulations with HTML5 Canvas*. Apress. P240-242.
2. CSS3 鼠标悬停动画按钮集合
<https://www.html5tricks.com/css3-hover-button-animation.html>
3. 陈为, 沈则潜, 陶煜波等. 数据可视化. 电子工业出版社. P257-258.