

# 夫兰克-赫兹实验及电子平均自由程的分析

蒋程捷

06300300046

## 摘要:

实验使用复旦双栅柱面型四极式夫兰克-赫兹管,配合微电流计和计算机系统测量得到汞的第一激发能和高激发能级,探究温度、灯丝电压、电子加速电压和电子减速电压对测量结果的影响,并着重从电子平均自由程的角度对实验结果作出解释。

**关键词:** 夫兰克-赫兹实验、第一激发能、电子平均自由程、高激发能级

## 引言:

夫兰克-赫兹实验是物理学中的一个著名实验,1914年夫兰克(F. Franck)和赫兹(G. Hertz)用慢电子与稀薄汞原子气体碰撞的方法,发现充汞放电管中电子流大小随电子能量有周期性变化,能量间隔为4.9eV,与汞原子光谱253.7nm谱线相符。<sup>[1]</sup>据此,他们认为原子中存在一个“临界电势”,当电子能量小于此电势对应的能量时,电子与原子发生弹性碰撞;当电子能量大于此电势对应的能量时,电子与原子的碰撞转化为非弹性,电子将这份特定能量转移给原子。<sup>[2]</sup>

本实验中,使用慢速的电子碰撞汞原子,并使用极板接收电子,通过观察电子状态的变化来研究汞原子的能级特性。通过改变温度、灯丝电压、电子加速电压和电子减速电压在大小,寻找最适合于测量汞原子第一激发能的条件,并在该条件下实测汞的第一激发能。增加电子的加速电压,提升电子的能量,配合改变温度的大小以控制汞原子气体的密度,测量汞原子的高激发能。由于电子的平均自由程对电子在汞原子气体中的运动有极大的影响,本文将通过分析不同状态下的电子平均自由程来对实验结果作进一步阐述。

## 实验方法:

### 一、实验可行性原理:

根据狄拉克(P. A. M. Dirac)在1929年提出的相对论性的量子力学,物质的原子中存在确定的能级,这些能级是一些分立的

值。<sup>[3]</sup>当入射的电子能量大于这些能级对应的能量时,原子将吸收这一确定的能量,跃迁达到激发态;当电子的能量没有达到这一值时,由于能量的不连续性,不存在中间态的能量差,因而这种电子的能量将不会被吸收,而是会发生弹性碰撞。<sup>[4]</sup>设电子的质量为 $m$ ,而原子的质量为 $M$ ,电子初速度为 $v$ ,末速度为 $v'$ ,原子初速度为 $V$ ,末速度为 $V'$ 。根据动量守恒和能量守恒可以得到:

$$\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}MV^2 = \frac{1}{2}mv'^2 + \frac{1}{2}MV'^2$$

$$mv + MV = mv' + MV'$$

$$\text{计算后得, } v' = v - \frac{2M}{M+m}(v-V)$$

则电子损失的能量为:

$$\begin{aligned} \Delta E = E - E' &= \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv'^2 \\ &= \frac{1}{2}m \left[ \frac{4Mv(v-V)}{M+m} - \frac{4M^2(v-V)^2}{(M+m)^2} \right] \end{aligned}$$

由于电子质量远小于原子质量,即 $m \ll M$ ,又有原子的初速度远小于电子的初速度,即 $V \ll v$ ,则有 $\frac{\Delta E}{E} \sim \frac{2mV(v-V)}{\frac{1}{2}mv^2} \sim 0$ ,所

以在这种情况下可以认为电子基本没有损失能量。这也是本实验得以实现的一个基础理论。

### 二、实验仪器:

实验使用复旦双栅柱面型四极式夫兰克-赫兹管,其收集极为14mm直径敷铝铁皮

筒，控制栅和加速栅分别为直径1.8mm和12mm的钨丝螺旋线，阴极K为直径1.14mm的镍管，外敷厚约0.05mm三氧化物（BaO, SrO, CaO）涂层，管内有加热用的钨丝，是双向绞的钨丝，表面涂敷有氧化铝绝缘层，与阴极K构成傍热式氧化物阴极。

测量汞的第一激发能的装置的电路示意图如图1. a所示。发射电子的阴极K，控制栅极G<sub>1</sub>，加速栅极G<sub>2</sub>，电子收集极P。在K与G<sub>1</sub>之间加上电压，可用以消除电子在阴极附近的堆积效应。在K与G<sub>2</sub>之间加上电压，使电子在碰撞之后可以继续加速。G<sub>1</sub>与G<sub>2</sub>之间为电子与汞原子的碰撞区。在G<sub>2</sub>与P之间加上反向的电压，使能量较低的电子不能到达极板。此外，还通过控制灯丝电压来控制阴极发射的电子流，并通过温度的控制来改变汞蒸气的密度，获得合理的实验图像。

测量汞的高激发能的原理与上类似，只是需要的电子的初动能很大，以使得电子在与汞原子发生碰撞时能有足够大的能量，将汞原子激发到高激发态。其装置电路示意图如图1. b所示。只是将扫描电压加在了K与G<sub>1</sub>之间，使得电子在刚进入碰撞区时就有很大的动能，并适当降低温度以减小汞蒸气的密度，以减小电子因碰撞而损失能量的机率。

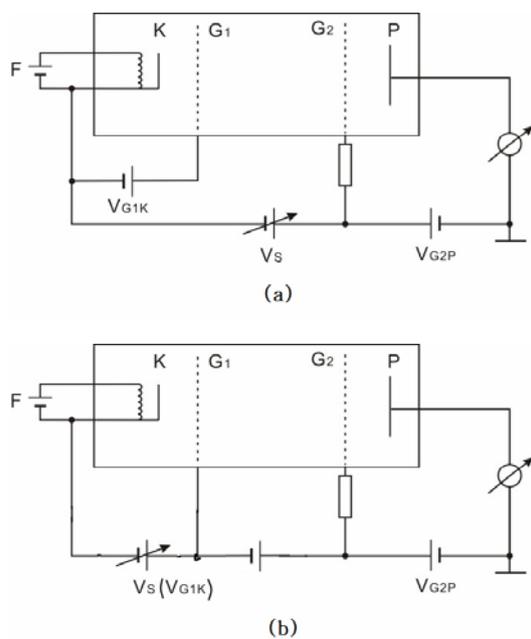


图1

(a) 为汞的第一激发能测量电路；

(b) 为汞的高激发能测量电路；

## 实验结果:

### 一、各实验参数对实验结果的影响

#### 1、第一栅极-阴极电压V<sub>G1K</sub>的影响

控制温度为160度，V<sub>F</sub>=2V，V<sub>G2P</sub>=2.5V，改变V<sub>G1K</sub>的大小分别为1V和2V，得到图2所示图像。则有随着V<sub>G1K</sub>的增大，电流的强度整体增大了。这是因为从阴极发出的电子会在阴极的附近产生电子堆积效应，而V<sub>G1K</sub>的作用就是消除这种堆积效应，以产生一定量的电子流。V<sub>G1K</sub>越大，则电子获得能量也越大，电子流的强度也就相应增大了。

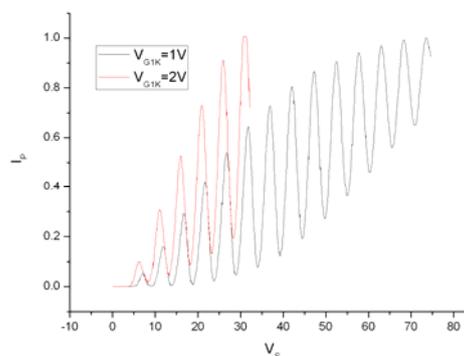


图2

T=160度，V<sub>F</sub>=2V，V<sub>G2P</sub>=2.5V

#### 2、第二栅极-极板电压V<sub>G2P</sub>的影响

控制温度为160度，V<sub>F</sub>=2V，V<sub>G1K</sub>=0.6V，改变V<sub>G2P</sub>的大小，则当V<sub>G2P</sub>分别为1.6V，2.5V和3.0V时，得到图3所示图像。则随着V<sub>G2P</sub>的增大，峰的高度是降低的。这是因为V<sub>G2P</sub>对于电子来说是反向偏置的，随着V<sub>G2P</sub>的增大，较低能量的电子将无法到达P极板，因而得到的极板电流随之减小。

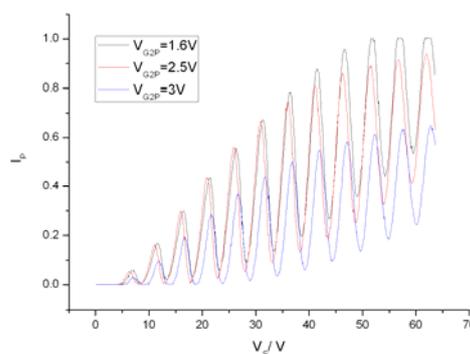


图3

T=160度，V<sub>F</sub>=2V，V<sub>G1K</sub>=0.6V

### 3、灯丝电压 $V_F$ 的影响

控制温度为160度,  $V_{G1K}=1V$ ,  $V_{G2P}=1V$ , 灯丝电压 $V_F$ 分别为1.2V, 1.6V和2.0V, 得到如图4所示图像。则随着灯丝电压的增大, 极板电流也随之增大。由热电子发射公式

$$J_0 = AT^2 \exp(-\Phi/kT)$$

其中 $\Phi$ 为逸出功, 有 $\Phi = V_C - V_F$ , 则随着灯丝电压的增大, 发射的热电子增多, 因而测得的极板电流也会增大。

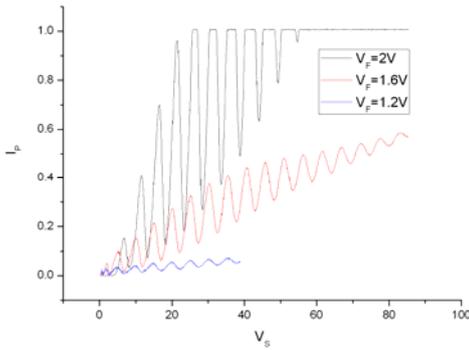


图4

T=160度,  $V_{G1K}=1V$ ,  $V_{G2P}=1V$

### 二、汞的第一激发能的计算

经过上述的调试, 得到如下两组数据是最为合适的, 选取每一组数据的前六个峰值进行拟合, 其中n表示的是峰数, 分别得到两组拟合线:

T=160度,  $V_F=2V$ ,  $V_{G1K}=0.6V$ ,  $V_{G2P}=1.6V$

n	1	2	3	4	5	6
$V_s$	6.8	11.6	16.5	21.5	26.3	31.3
拟合线	$V_s=1.79333+4.91143n$					
第一激发能	4.91143eV		相对误差	0.23%		

T=160度,  $V_F=2V$ ,  $V_{G1K}=1V$ ,  $V_{G2P}=2.5V$

n	1	2	3	4	5	6
$V_s$	7.1	11.8	16.6	21.6	26.8	31.8
拟合线	$V_s=1.93333+4.95714n$					
第一激发能	4.95714eV		相对误差	1.17%		

从前述列出的图像可以看到, 每一组图像的极板电流都是存在本底的, 这势必会使得对于峰值的选取出现偏差。这些本底电流的产生主要是因为一些未参与碰撞的电子直接打到极板上等因素引起, 与各级电源的

施加值和控温炉的温度等有关, 其本底曲线

一般可表示为  $y = bx^m + c$ 。<sup>[5]</sup> 则将上述两组数据进行本底曲线的拟合, 得到本底曲线, 并对扣除本底后的图像再作寻峰和拟合, 得下两表: (扣除本底的图像见附表)

T=160度,  $V_F=2V$ ,  $V_{G1K}=0.6V$ ,  $V_{G2P}=1.6V$

n	1	2	3	4	5	6
$V_s$	6.8	11.6	16.5	21.5	26.3	31.3
拟合线	$V_s=1.79333+4.91143n$					
第一激发能	4.91143eV		相对误差	0.23%		

T=160度,  $V_F=2V$ ,  $V_{G1K}=1V$ ,  $V_{G2P}=2.5V$

n	1	2	3	4	5	6
$V_s$	7.1	11.8	16.6	21.6	26.7	31.7
拟合线	$V_s=1.98+4.93429n$					
第一激发能	4.93429eV		相对误差	0.70%		

则由上述结果可知, 去除本底可以使实验的结果更为准确, 但是准确率的提高是微乎其微的。因而在一般精度要求的实验中可以略去这一步。

### 三、汞的高激发能的测定

经过调试, 控制各项参数当T=120度,  $V_F=2V$ ,  $V_{G1K}=1V$ ,  $V_{G2P}=1V$ 时, 可以得到较为理想的高激发能的图像, 如图5所示。其中第一个峰强度最大, 应为第一激发能所对应的峰值。此处所对应的 $V_s$ 不为4.9V的原因在于, 存在接触电势差等引起的初始电位。可以算得初始电位为5.4-4.9=0.5V, 此后对于各峰值的计算也都将减去这一初值。

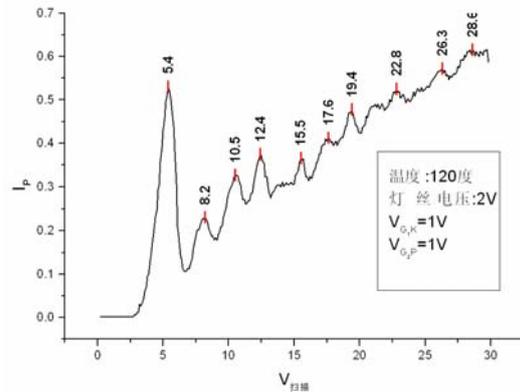


图5

T=120度,  $V_F=2V$ ,  $V_{G1K}=1V$ ,  $V_{G2P}=1V$

如图6所示为汞的能级图，其中 $6^1S_0 \rightarrow 6^3P_1$ 和 $6^1S_0 \rightarrow 6^1P_1$ 的跃迁是最容易发生的，其能级差分别为4.89eV和6.70eV，分别将这两种跃迁记作A和B，另有从 $6^1S_0 \rightarrow 6^3P_2$ （亚稳态）的跃迁，能级差为5.46eV，记作C，则图中所示的各个峰值对应的能级可由下表来表示。（其中表中的测量值已减去了初值）

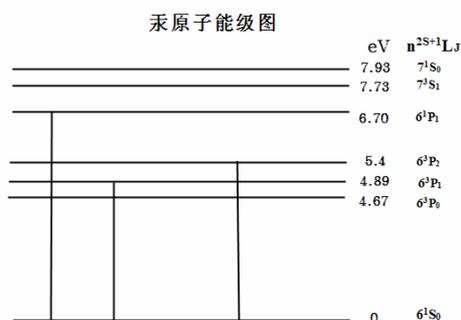


图6

序号	测量值 /V	理论值 /V	组合方式	误差 /V
1	4.9	4.9	A	/
2	7.7	?	?	
3	10.0	9.8	2A	+0.2
4	11.9	11.6	A+B	+0.3
5	15.0	14.7	3A	+0.3
6	17.1	17.1	A+B+C	0
7	18.9	18.3	A+2B	+0.6
8	22.3	?	?	
9	25.8	25.0	A+3B	0.8

则根据上表我们发现，前几组数据与理论吻合得较好，而到了更高的能量范围时，实验结果的偏离变得很大。

值得注意的是，在实验中观察到的第2和第8组数据无法用正常的能级作出解释，特别是第2个峰值，此处的能量不是很高，不应产生过大的误差，且不可能由其他的能级叠加而成。因而在此处猜测其为仪器使用过久而在内部产生了杂质蒸气（如仪器内壁产生），其能级为7.7eV。若在这种假设下，则第8组数据即可解释为7.7eV与3A的叠加，与理论值的22.4eV只相差0.1eV，可以给出较为合理的解释。当略微升高温度时，观察到这个第二个峰的高度明显下降了，当炉温达到130度时，则这个峰已完全消失。（异常

峰随温度变化的图像见附录）可以认为当温度升高时，汞原子的密度大幅度提高，杂质原子蒸气的影响被削弱了。

## 五、电子平均自由程的分析

电子在稀薄气体分子中的平均自由程为

$$\bar{\lambda}_e = 4\sqrt{2}\bar{\lambda} = \frac{4kT}{\pi d^2 p}$$

式中k为玻尔兹曼常数，T为绝对温度，p为气体压强，d为原子直径。又有汞的饱和蒸气压 $P_{\text{饱}}$ 与温度有如下关系：

$$\log(p_{\text{饱}} / Pa) = -\frac{3200}{T(K)} + 10.125^{[6]}$$

则代入上式后可以得到：

$$\bar{\lambda}_e = \frac{4kT}{\pi d^2 \cdot 10^{\left(-\frac{3200}{T(K)} + 10.125\right)}}$$

查阅资料得，汞的原子半径为 $d=3.0 \text{ \AA}$ ，则可得到电子平均自由程与温度的关系如图7所示：

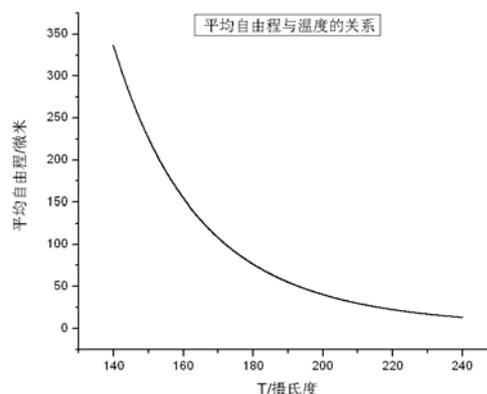


图7

可见，随着温度的升高，电子的平均自由程呈指数形式衰减。

将前述的各测量条件下的炉温代入上述关系，则有：

1. 在测量汞原子第一激发能时，合适的温度为160度，即433.15K，得到此时的电子平均自由程 $\bar{\lambda}_e=0.155\text{mm}$ 。在所用的复旦双栅柱面式弗兰克-赫兹管中，电子的碰撞区长

度大概为5mm左右，则电子在其中的碰撞次数可达30多次，次数不是过多，不至于使电子无法再次加速至第一激发能的能量，次数也不是过少，不至于使得电子有过大的能量而产生高激发态跃迁；

2. 在测量汞原子的高激发能级时，所使用的合适温度为120度，即393.15K，得到此时的电子平均自由程为 $\bar{\lambda}_e=0.79\text{mm}$ ，则此时电

子在碰撞区中的碰撞次数将只有6次左右，即只有个位数的大小，因而电子将会有足够长的时间进行加速，以获得足够的能量来实现高激发态的跃迁；

在测量汞原子的第一激发能时，也进行了较低温下的测量，如图8所示，分别为在110度和135度下的结果。此时 $V_F=2\text{V}$ ， $V_{G1K}=1\text{V}$ 和 $V_{G2P}=1\text{V}$ 。

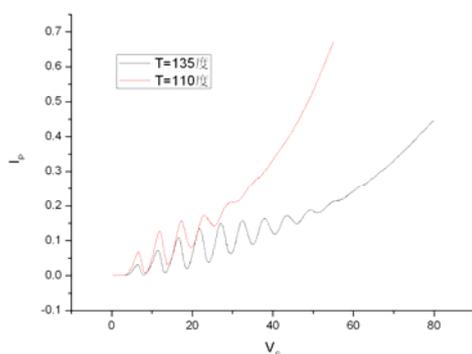


图8

### 致谢：

本次实验的完成，要感谢夫兰克-赫兹实验室的指导老师白翠琴老师的悉心指导，也要感谢整个实验室教研组的王煜、姚红英、俞熹等老师一直以来的关怀与帮助。同时也要感谢我的合作者杨东伦，在与他的讨论与共同努力下，我们顺利完成了此次实验。

### 参考文献：

- [1]沙振舜，王润生著，新编近代物理实验，南京大学出版社，90，2002年
- [2]郑广垣，近代物理，复旦大学出版社，1991年
- [3]陈宏芳，原子物理学，科学出版社，74，85，2005年
- [4]杨福家，原子物理学，第二版，高等教育出版社，1990年
- [5]潘玉莲，王煜，潘正元，夫兰克-赫兹实验中 Hg 的第一激发电位的测量，物理实验,1995,15:154-156
- [6]戴乐山，近代物理实验，50，1994年

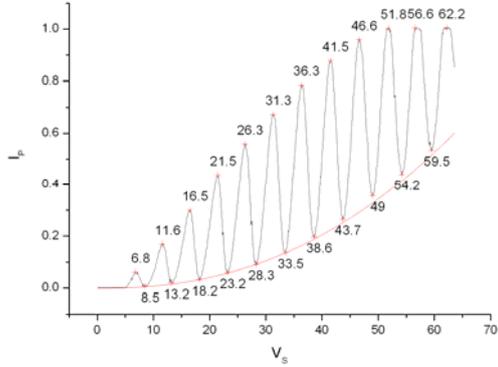
同样代入电子平均自由程的计算公式，有：当 $T=110$ 度时， $\bar{\lambda}_e=1.26\text{mm}$ ，对应于图中的红线，在5mm的碰撞区中平均只能发生4次左右的碰撞，因而出现了4个峰值，符合得很好。同样地，当 $T=135$ 度时， $\bar{\lambda}_e=0.41\text{mm}$ ，对应于图中的黑线，电子平均可以碰撞12次左右，也符合得很好。

### 结论：

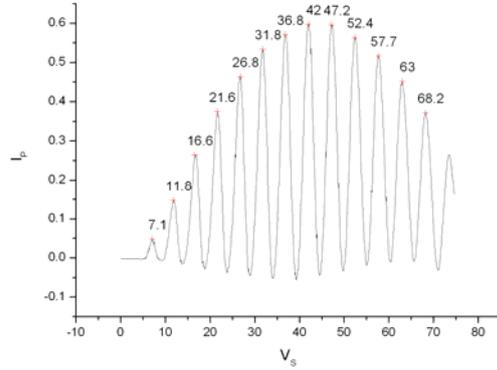
本实验使用较为简单的复旦双栅柱面式夫兰克-赫兹管测量汞的第一激发能，经反复调试后，得 $T=160$ 度， $V_F=2\text{V}$ ， $V_{G1K}=0.6\text{V}$ ， $V_{G2P}=1.6\text{V}$ 时可以获得最理想的效果，实测第一激发能4.91eV与理论值4.9eV符合较好。实验数据处理还采用了去本底的方法，经验证发现此方法确实可以提高实验精度，但非常有限。在测量汞的高激发态时在7.7eV（已去初值）观察到一异常峰，当温度在125度以下时十分明显，在130度以上时消失，猜测其为过旧仪器引入的杂质原子蒸气导致，在此假设下，后续不明峰也可以作出解释。实验分析使用电子平均自由程的方法，精确算得各温度下电子的平均自由程与碰撞次数，与实验图像所示的峰数吻合得相当好，可以认为使用这种方法对夫兰克-赫兹实验进行分析是完全可行的。

# 附录:

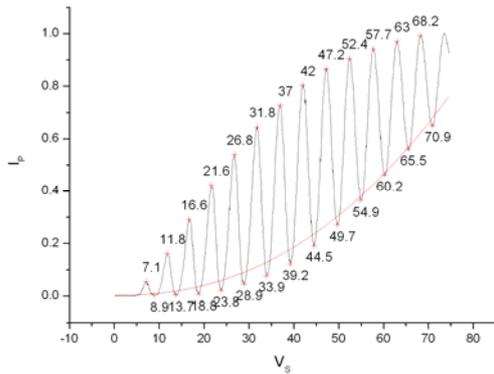
T=160度,  $V_F=2V$ ,  $V_{G1K}=0.6V$ ,  $V_{G2P}=1.6$  未去本底



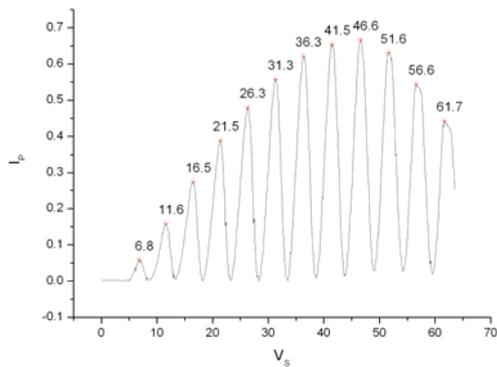
T=160度,  $V_F=2V$ ,  $V_{G1K}=0.6V$ ,  $V_{G2P}=1.6$  去本底



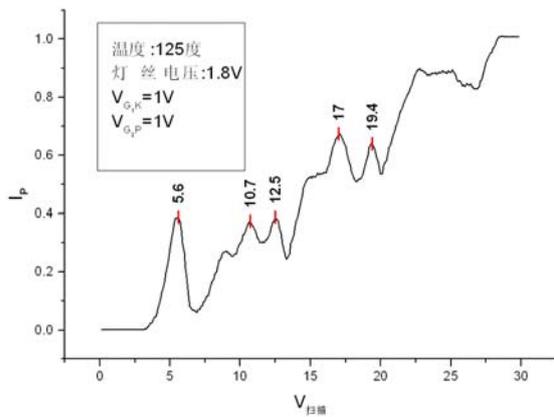
T=160度,  $V_F=2V$ ,  $V_{G1K}=1V$ ,  $V_{G2P}=2.5V$  未去本底



T=160度,  $V_F=2V$ ,  $V_{G1K}=1V$ ,  $V_{G2P}=2.5V$  去本底



高激发能测定时,温度为 125 度时异常峰削弱



高激发能测定时,温度为 130 度时异常峰消失

