

蔡氏电路产生混沌的来源——非线性负阻

罗页

复旦大学物理系

June 17, 2009

指导老师：乐永康

两个学期的主要工作

上个学期:

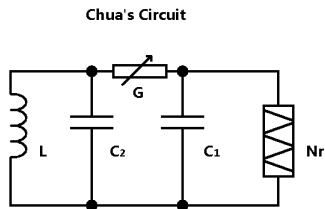
- 通过G分岔观察混沌现象
- 测量电路元件
- 数值模拟蔡氏电路
- 同步两个非线性系统
- 计算各类分形

本学期:

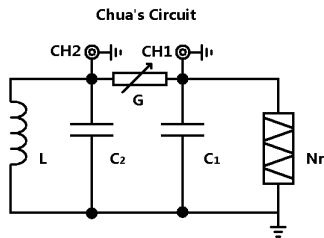
- 精确测量电容电感
- 实验观察并比较C分岔与G分岔
- 新方法测非线性负阻
- 观察G分岔与非线性负阻的关系
- 理论分析蔡氏电路
- 理论分析G分岔和C分岔

非线性电路

蔡氏电路 Chua's circuit

蔡绍棠 Leon O. Chu
EECS@UCB

非线性混沌实验仪

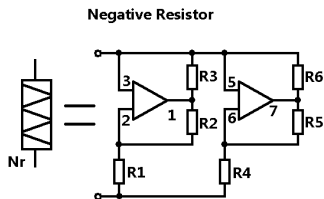


待测量的参数:

- 电感 L
- 电容 C_1, C_2
- 非线性负阻 N_r

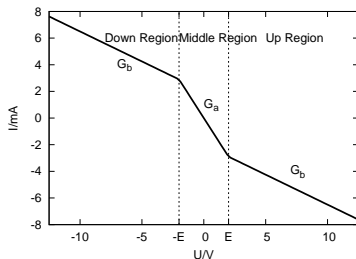
非线性负阻简介

非线性负阻电路结构



- 由+15V输入、-15V输出。
- $R_1=3.3k\Omega$, $R_2=R_3=22k\Omega$,
 $R_4=2.2k\Omega$, $R_5=R_6=220\Omega$ 。

理想的非线性负阻I-V曲线



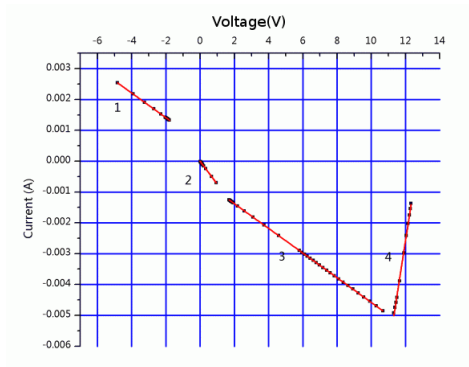
$$G_a = -1/R_1 - 1/R_4$$

$$G_b = 1/R_3 - 1/R_4$$

非线性负阻测量方法一

实验说明书中的方法。

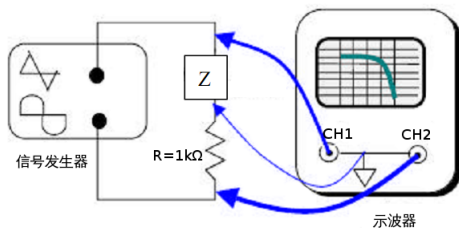
将其与一个电阻箱直接串联，测量电阻箱两端的电压，并计算电流，得到I-V特性。



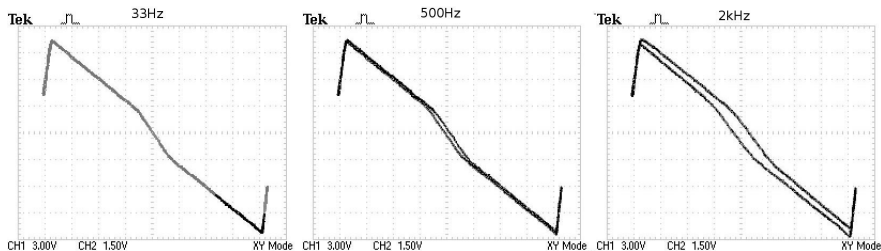
非线性负阻测量方法二

正统的方法，文献中得到。

使用定值电阻、示波器和信号发生器测量 $I-V$ 特性。



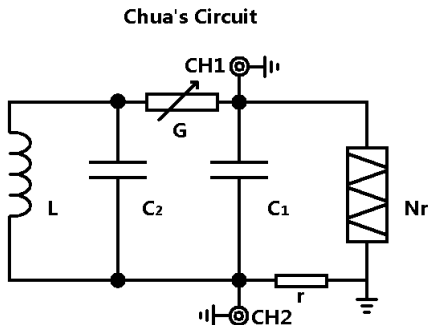
方法二实验结果



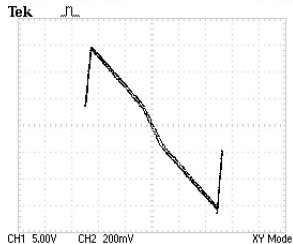
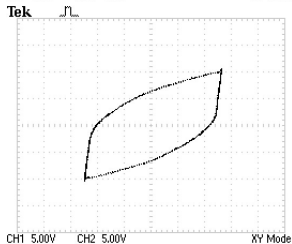
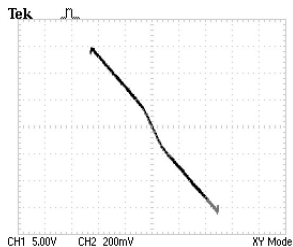
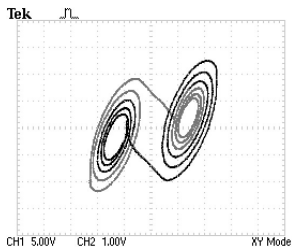
可以看到，上升沿和下降沿的分裂随着频率的升高而增大。这是由于数字放大器自身的延迟导致的，越高频越明显。

非线性负阻测量方法三

我的方法：只需要一个 $R=100\Omega$ 的电阻和示波器。最真实地反应非线性负阻的工作状态。



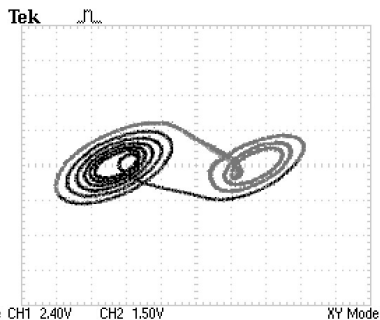
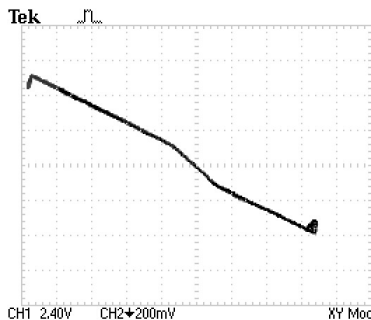
方法三实验结果



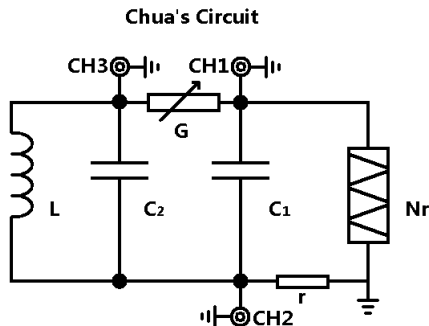
- 上升沿下降沿分裂很少，可以认为重合。
- 同样可以看到分裂，但是程度不同，这是由于信号差异造成。

$\pm 15V$ 电源对非线性电路的影响

实际电源为 $-14.31V$ ， $+12.01V$ ，可以看到不对称的双吸引子。

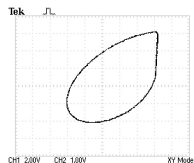
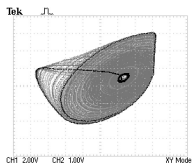
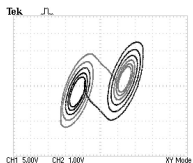
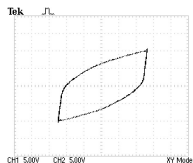
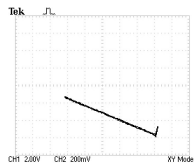
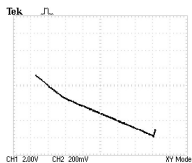
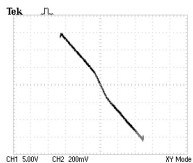
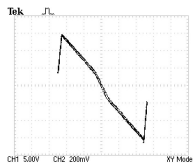


G分岔演化与非线性负阻工作区段（电路）



把CH1、CH2接入示波器1，CH1、CH3接入示波器2。可在同时观察相图和非线性负阻的工作状况。

G分岔演化与非线性负阻工作区段（实验结果）



非线性电路理论

动力学方程:

$$\begin{cases} C_1 \frac{dU_1}{dt} = G(U_2 - U_1) - gU_1 \\ C_2 \frac{dU_2}{dt} = G(U_1 - U_2) + I_L \\ L \frac{di_L}{dt} = -U_2 \end{cases}$$

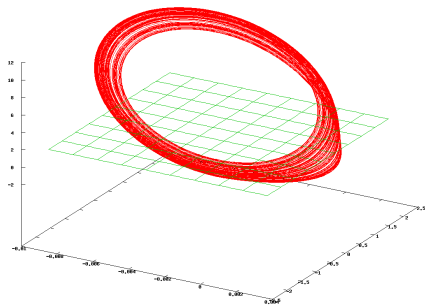
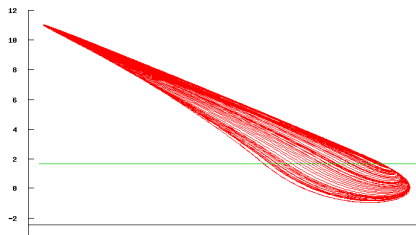
线性化矩阵 \mathbf{J} 恰有本征值 γ 、 $\sigma \pm i\omega$ ，其解为:

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{x}_r(t) + \mathbf{x}_c(t)$$

$$\mathbf{x}_r(t) = C_r e^{\gamma t} \vec{\xi}_\gamma$$

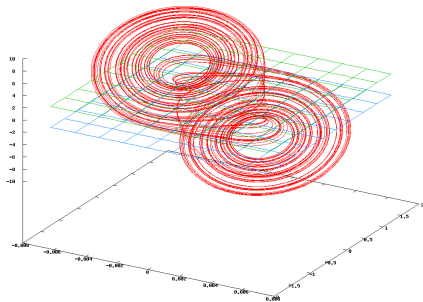
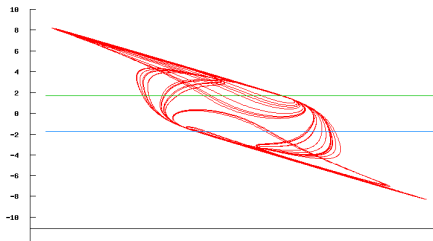
$$\mathbf{x}_c(t) = 2C_c e^{\sigma t} [\cos(\omega t + \phi_c) \vec{\eta}_r - \sin(\omega t + \phi_c) \vec{\eta}_i]$$

单吸引子投影图



双吸引子投影图

观察两侧区域：



全局特性

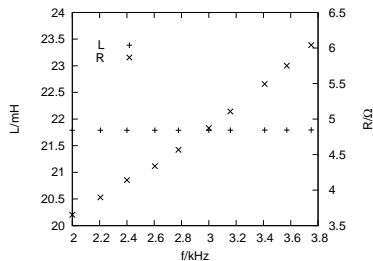
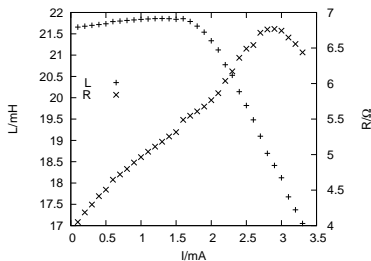
- 当 R 大于 2045Ω 时，上下不动点为稳定不动点，而原点不稳定。所以在上下不动点之一看到亮斑。
- 当 R 逐渐减小，发生Hopf分岔，在 $1976 \sim 2045\Omega$ 范围，上下不动点变得不稳定，轨迹螺旋进入中间区，由于中间区的原点不稳定，又把轨迹推回进入的区域，从而形成一倍周期、二倍周期、阵发混沌等。始终无法穿越中间区的 E_c 平面。
- 当 R 再减小，在 $1638 \sim 1976\Omega$ 范围，由于上区进入中间区的螺旋衰减还来得及衰减就进入下区，之后从下区穿越中间区进入上区，从而形成双吸引子。

小结

- 精确测量了非线性电路的各个元件参数，保证数值模拟的可靠性。
- 拓展了原有非线性负阻的测量方法。
- 观察了C分岔与G分岔的差异。
- 对G分岔演化过程进行了理论分析，观察了非线性负阻在演化过程中的重要作用

谢谢！

电感的精确测量(Agilent 4284A LCR meter)



曲线分析

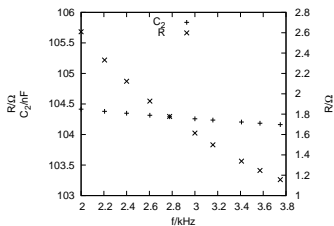
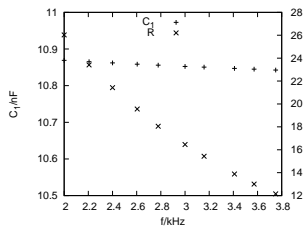
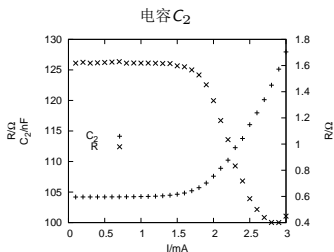
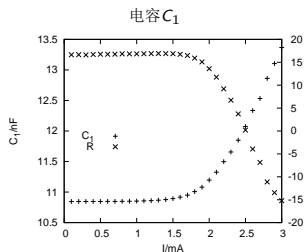
电感峰值 $L=22.1\text{mH}$

随电流，电感值缓升速降、损耗电阻先升后降。

随频率，电感值和损耗电阻变化都不大。

损耗电阻相对于感抗最大为1.6%可以忽略其影响。

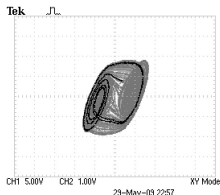
电容的精确测量(Agilent 4284A LCR meter)



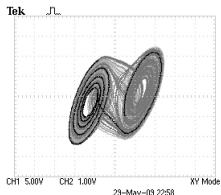
- $C_1 = 10.8nF$
- $C_2 = 104nF$
- 在本实验电路运行的频率区段和电流区段，电容值的变化都很小。
- 虽然损耗电阻变化绝对数值较大，但是相对于 C_1 、 C_2 的容抗，在0.3%，其影响也完全可以忽略。

G分岔演化与C分岔演化的异同

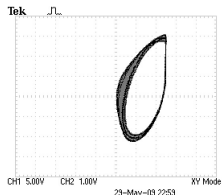
随着可调电阻 $R=1/G$ 的逐渐增大
双吸引子



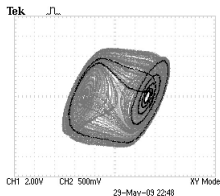
双吸引子



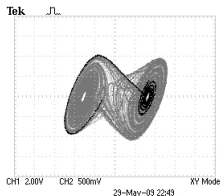
阵发混沌



随着可调电容 C_1 的逐渐增大
双吸引子



双吸引子



阵发混沌

