

钠谱线的强度分析

付相宇

(学号: 07300720369 专业: 光信息科学与技术)

摘要: 文章从强度入手, 通过对钠原子能级、跃迁的分析, 利用玻耳兹曼分布近似拟合出钠谱线的强度规律, 并利用此规律分析了钠原子锐线系与漫线系的性质, 作一对比; 并分析了实验利用光栅光谱仪所得钠谱线中可能分辨出的跃迁, 从而排除杂质对谱线的影响, 提高实验的精度。

关键词: 钠原子; 光谱; 强度规律; 玻耳兹曼分布; 拟合

引言:

近代物理实验中“氢与类氢光谱”部分中, 学生需要对钠光谱的分析, 通过测量钠的主线系、锐线系、漫线系谱线波长, 算得钠原子各轨道上的量子数亏损值。实际操作过程中需要利用相反的过程, 在已知量子数亏损值的基础上, 算得每个线系谱线的波长位置, 进而利用公式推得量子数亏损的实验值。这个过程中涉及到谱线的标定, 需要排除杂质的影响, 否则会影响实验结果的正确性。另外, 波长仅仅是谱线性质的—部分, 为了全面地认识原子的能级, 还需要对谱线的强度、形状等性质进行分析。本文便是从强度入手, 分析钠原子谱线的相关属性。

1 钠原子能级与量子数亏损

钠原子核外有 11 个电子, 排布为 $(2s)(2s)(6p)(1s)$, 其中除了价电子之外的 10 个电子总角动量为 0, 因此钠原子的角动量只由价电子决定。如果将 10 个电子与原子核合并为“原子实”, 则可以将钠原子看作包含一个价电子和一个质量近似为钠原子核质量、电荷数为 1 的体积较大的原子核。因此钠原子的结构与氢原子十分相似。

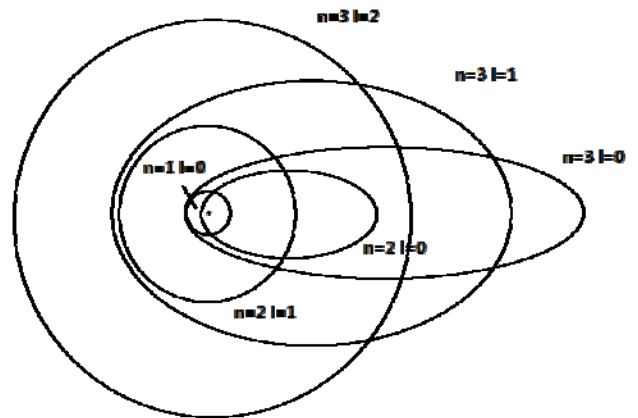
但是由于电子的轨道贯穿和原子实极化的影响^[1], 实际上价电子所感受到的原子实电荷数并不为 1, 而是与价电子所处的能级相关, 即随着主量子数 n 和轨道角量子数 l 变化。这一点利用波尔的圆轨道模型是无法解释的。但按照半量子的索末菲模型^{[2][3]}, 核外电子实际上处于椭圆轨道, 椭圆的长轴和短轴由 n 和 l 决定:

$$\begin{cases} a = n^2 a_0 \\ b = n(l+1)a_0 \end{cases}, l=0,1,2,3\dots n-1.$$

这样一来, 外层的轨道就有可能穿过内层, 造成所谓的“原子实贯穿”。这时贯穿轨道半径之外的电子对原子核的屏蔽作用消失, 电子感受到的原子实的电荷就会大于 1。根据能量关系:

$$E_n = \frac{E_0 Z^2}{n^2}$$

(其中 E_0 为氢的基态能量) 可知, 原子核的电荷数 Z 会增大, 表现为有效电荷数 Z^* , 从而



$$E_n = \frac{E_0 Z^{*2}}{n^2} = \frac{E_0}{(n/Z^*)^2} = \frac{E_0}{n^{*2}} = \frac{E_0}{(n-\Delta)^2} \quad (1)$$

这里的 Δ 就是量子数亏损。按照索末菲模型可知：

- 1.) 电子越远离核，贯穿作用越小，所以 Δ 随着 n 的增大而减小
 - 2.) 电子轨道越接近圆形，贯穿作用越小，所以 Δ 也随着 l 的增大而减小
- 但因为量子数亏损随着 n 的增大改变并不明显，可以近似的认为其只随 l 改变，写作 Δ_l 。

2 钠谱线的线系

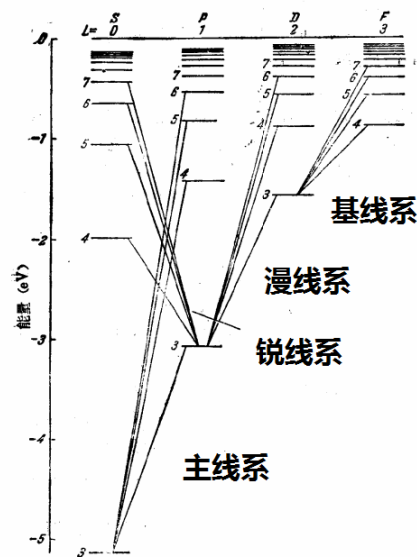
钠谱线包含了 4 个线系：

$$\text{主线系: } \tilde{\nu} = 3s - np = \frac{R}{(3-\Delta_s)^2} - \frac{R}{(n-\Delta_p)^2} \quad n = 3, 4, 5 \dots$$

$$\text{锐线系: } \tilde{\nu} = 3p - ns = \frac{R}{(3-\Delta_p)^2} - \frac{R}{(n-\Delta_s)^2} \quad n = 4, 5, 6 \dots$$

$$\text{漫线系: } \tilde{\nu} = 3p - nd = \frac{R}{(3-\Delta_p)^2} - \frac{R}{(n-\Delta_d)^2} \quad n = 3, 4, 5 \dots$$

$$\text{基线系: } \tilde{\nu} = 3d - nf = \frac{R}{(3-\Delta_d)^2} - \frac{R}{(n-\Delta_f)^2} \quad n = 4, 5, 6 \dots$$



钠的线系^[4]

其中 R 为钠的里德伯常数，计算结果为 $R = 1.0973471 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$ 。

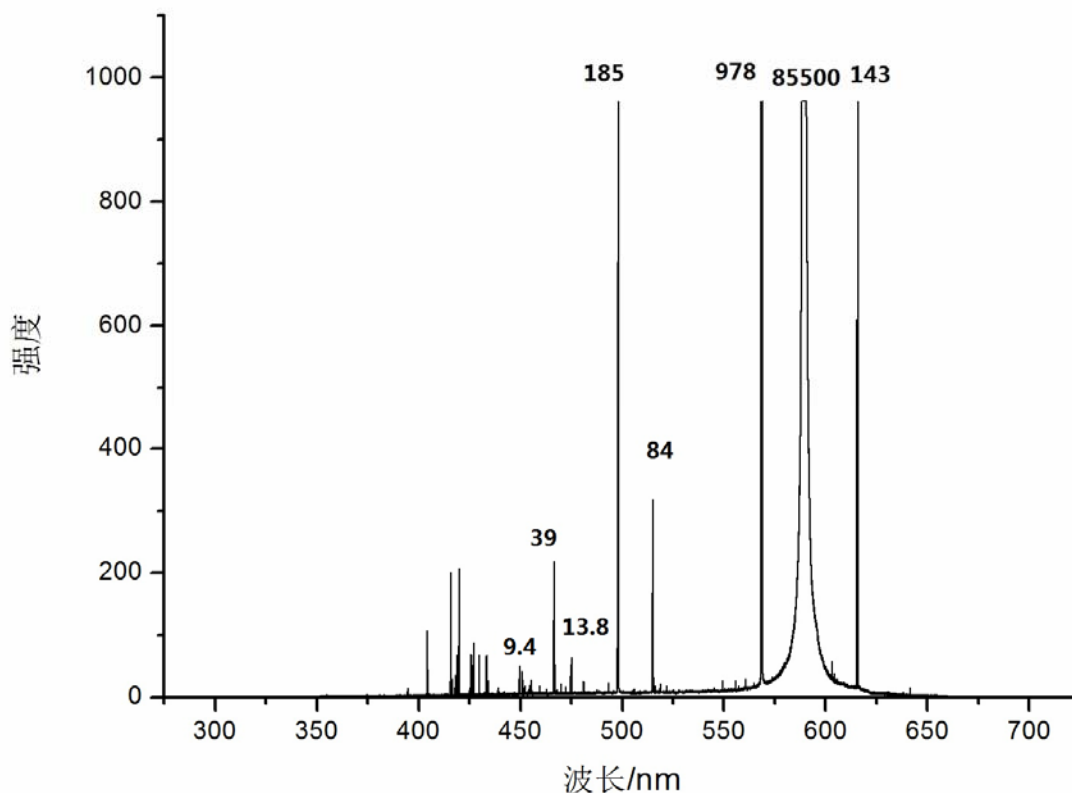
3 钠谱线的强度的测定

在测定钠的各条谱线强度，需要注意以下几点：

- 1.) 谱线有一定展宽，需要用整个峰的积分值作为强度。
- 2.) 钠的所有线系都具有多重结构，考虑某一线系内各能级跃迁的强度关系时，要以多重结构的谱线强度和作为总强度。
- 3.) 由于钠双线(589.0nm 和 589.6nm)很强，需要先减小光栅光谱仪的入射缝、出射缝宽度以及电压增益，使得双线的强度不超出量程，得到其与较弱谱线的强度关系，再调大入射缝等，测量较弱谱线与更弱谱线的关系，最后综合到一起。

线系	对应跃迁	波长/nm	相对强度	相对强度和
主线系	3s-3p	589.6	40570	85500
		589.0	44900	
锐线系	3p-5s	616.0	86	143
		615.4	57	
	3p-6s	515.4	53	84
		514.9	31	
	3p-7s	475.2	8.7	13.8
		474.8	5.1	
	3p-8s	454.5	3.0	5.6
		454.1	2.6	

漫线系	3p-4d	568.6	616	978
		568.2	362	
	3p-5d	498.3	117	185
		497.8	68	
	3p-6d	466.9	25	39
		466.5	14	
	3p-7d	449.8	6	9.4
		449.5	3.4	
	3p-8d	439.4	3.6	5.7
		439.0	2.1	



由此可见，钠双线的强度远远高于其它谱线，相差 2 到 4 个量级，所以高压钠灯所表现出的性质几乎完全来自于钠双线，在对单色性要求较高的情况下，钠灯仍是一种合适的光源。

4 谱线强度规律

造成谱线强度不同有多方面原因，主要是上下能级的性质，另外也受激发方式等的影响。对于从高能级 (b) 向低能级 (a) 的跃迁，谱线强度可以写成如下形式^[5]：

$$I_{ba} = N_b A_{ba} h\nu_{ba}$$

其中 N_j 为处在 j 能级上的原子数， A_{ab} 代表从 b 能级跃迁到 a 能级的几率（即每秒跃迁的原子数）， ν_{ab} 代表 b 到 a 跃迁产生的光子的频率。为了估算钠原子跃迁所满足的规律，我们假设钠原子满足玻耳兹曼分布，则在温度 T 下，能级 b 上占据的原子数为^[6]：

$$N_b = N_0 \frac{g_b}{g_0} e^{-\frac{E_b}{kT}}$$

在这里 N_b 代表的是单位体积内处于激发态 b 的原子数， N_0 代表单位体积内处于基态的原子数， k 为玻耳兹曼常数 ($1.380662 \times 10^{-23} \text{ J/K}$)， g_b 和 g_0 分别代表激发态和基态的统计权重，与主量子数 n 无关， E_b 为激发态所具有的能量。

A_{ba} 与能级寿命有关，为了拟合方便对其作一合理近似，写作

$$A_{ba} = e^{-\alpha n_b + \beta}$$

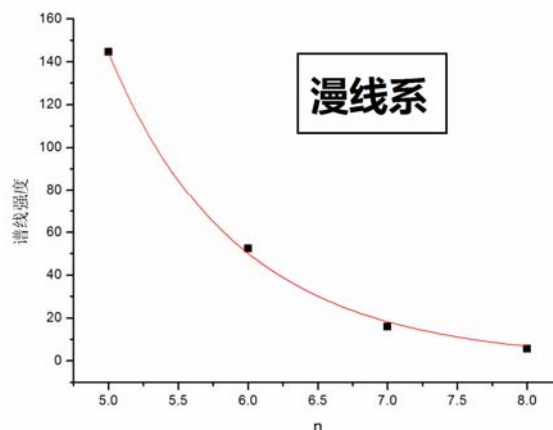
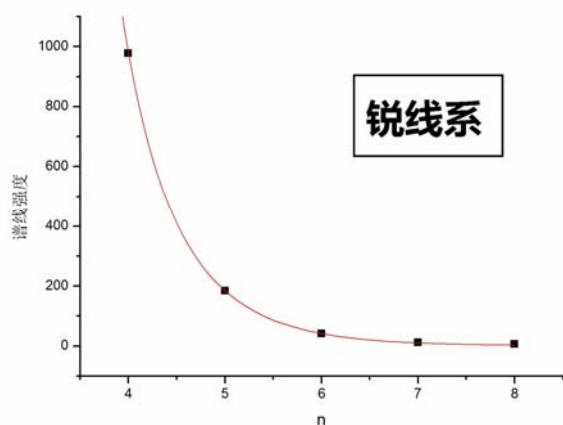
我们只考虑某一个线系的上能级 b ，其轨道量子数 l 与 n_b 无关，于是 g_b 也为常数。结合(1)式，可以得到：

$$I_{ba} = N_0 A_{ba} h \nu_{ba} \frac{g_b}{g_0} e^{-\frac{E_b}{kT}} = C'(E_b - E_a) e^{-\frac{E_b}{kT}} = C \left[\frac{1}{(n_a - \Delta_a)^2} - \frac{1}{(n_b - \Delta_b)^2} \right] e^{-\frac{E_1}{kT(n_b - \Delta_b)^2} + \alpha n_b}$$

我们忽略 Δ 随主量子数 n 的变化，即认为同一轨道量子数 l 都具有相同的 Δ 值。对与同一线系的谱线，下能级 a 是相同的，因此谱线的强度只是 n_b 的函数，可以写作 n 。在 *Origin* 软件中利用高级非线性拟合，我们构造这样一个函数

$$I = A \left[C - \frac{1}{(n - \Delta)^2} \right] e^{-\frac{B}{(n - \Delta)^2} + Dn}$$

其中 Δ 和 C 对于特定的线系都是确定的，所以函数的自变量为 n ，参数为 A 、 B 和 D 。取锐线系和漫线系较强的几条谱线进行拟合，得到：



锐线系: $A=61067$
 $B=-11.75$
 $D=1.30$

漫线系: $A=41634$
 $B=-8.29$
 $D=0.98$

可见锐线系的三个参数值（绝对值）均较大，由此可以定性分析出：

1.) 在 n 较小时， e 指数部分的影响很小，谱线强度主要取决于 A 值，所以锐线系的强度要高于漫线系。

2.) 随着 n 值的增大，锐线系的谱线强度会较快地收敛，因此对于较高能级产生的跃迁，锐线系的强度反而会低于漫线系。

3.) 钠原子发生锐线系跃迁几率较大。

5 强度与谱线标定

前面得到的谱线强度的关系有助于我们分析钠的谱线，排除杂质的干扰。例如，按照公式，锐线系 $3p-9s$ 的谱线(441nm)相对强度为 1.3，所以在谱线上是无法分辨的。同理，漫线系 $3p-9d$ 以上的能级跃迁也是图中无法分辨的。利用这种强度关系可以排除杂质的影响，在 400-430nm 之间的较强谱线以及 450nm 处与钠原子谱线十分接近的峰也均为杂质峰，进一步的分析认为其主要为钠灯中所充的惰性气体所发出的。

6 结论

通过定量地分析钠原子谱线的强度，可知钠双线在整个谱线中的强度具有绝对优势，所以钠灯可以用作很好的准单色光源。而锐线系和漫线系作为钠在可见光区谱线分布最多的两个线系，其谱线有着不同的谱线强度和衰减速度，这一关系的得到有助于深入研究不同轨道角动量对于钠原子能级性质的影响。

另外，通过分析谱线的收敛，有助于对谱线的标定，排除杂质的影响，更好、更精确地认识整个谱线的性质。

参考文献：

- [1] 陈辰嘉.《原子与原子核物理学手册》
- [2] [美]S.格拉斯顿.《原子的结构》.
- [3] 郭用猷.《物质结构基本原理》
- [4] [苏]И.В.萨韦利耶夫.《普通物理学 第三卷 近代物理学》
- [5] 马养武 王静环 包成芳 鲍超.《光电子学 (第二版)》
- [6] 许崇桂 余加莉.《清华大学教材 物理学教程 统计与量子力学基础》