

冉绍尔-汤森效应实验

关键词： 散射截面，碰撞概率，加速电压，补偿电压，电离电位

摘要：

1921年，物理学家冉绍尔(研究碰撞)和汤森(研究自由程)在研究电子与气体原子相互作用时，分别独立地得到以下等效的现象：当电子的能量较高时，氩原子的散射截面随电子能量降低而增大；当电子能量较小时，散射截面却随电子能量的降低而迅速减小。即气体原子的散射截面与电子的运动速度有关，这与经典理论相矛盾，所以只能用量子力学才能做出较为合理的解释。

实验用 ZQ10.1/0.3 型充气（氩-氮）闸流管，测量低能电子与气体原子的散射概率 P 与电子速度的关系，测定散射概率或者散射截面最小值对应电子的能量 E_{\min} ，以验证冉绍尔-汤森效应，并用量子力学加以解释。验证性地测量氩原子（含氮）的电离电位。

一、实验测量原理：

1. 在处理电子和原子的碰撞问题时，用统计的方法来处理。若考虑靶原子的厚度 x ，把厚度 x 认为是一系列单原子层的连续叠加而成，则垂直入射的电子在经历路程 x 后被散射的概率为

$$P(x) = 1 - \exp(-n\sigma x)$$

式中， n 为靶粒子的面密度。定义总有效截面 $Q = n\sigma$ ，把粒子的平均自由程

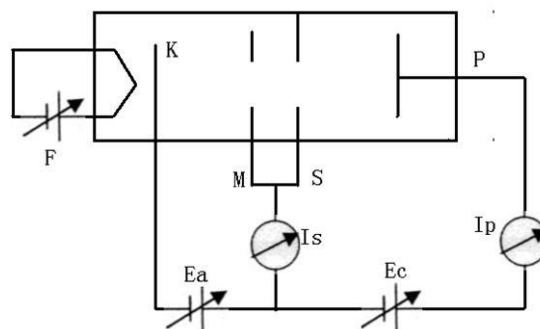
$\lambda = \frac{1}{n\sigma}$ 代入上式，有

$$P(x) = 1 - \exp(x/\lambda) = 1 - \exp(-Qx)$$

2. 原子碰撞管结构及测量原理图如下：

阴极发射电流 I_k 经过加速极加速后，大部分电子被屏蔽极接收 (I_{s1})，其余进入等势区 (I_0)；等势区内被散射电子到达屏蔽极形成电流 I_{s2} 剩下的电子到达栅极形成电流 I_p 。则电子在等势区内的散射概率表示为

$$P = 1 - \frac{I_p}{I_0}$$



式中由于 I_0 不能直接测得，定义几何因子 $f = \frac{I_0}{I_{s1}}$ 。在低温液氮环境中，认为管

内气体冻结，即散射可以忽略，则 f 表示为 $f \approx \frac{I_{p^*}}{I_{s^*}}$ 。因此

$$P = 1 - \frac{I_p I_{s^*}}{I_{s1} I_{p^*}} \approx 1 - \frac{I_p I_{s^*}}{I_s I_{p^*}}$$

计原理图中 S 极到栅极 P 的距离为 L，将上式与 $P(x)$ 式比较，得到

$$Q = -\frac{1}{L} \ln(1 - P) = -\frac{1}{L} \ln\left(\frac{I_p I_{s^*}}{I_s I_{p^*}}\right)$$

由以上原理看出，测量不同加速电压下各极电流值，即可得到 P 或者 Q 与 V_a 的关系。

二、实验仪器：

ZQ10.1/0.3 型充气（氙-氮）闸流管，R-T 实验仪，XJ4312 型二踪示波器

三、实验思路：

1. 用 ZQ10.1/0.3 型充气（氙-氮）闸流管测得 $P \sim \sqrt{V_a}$ 关系应有结果：

当电子能量约为 6.5eV ($V_a = 6.5V$) 附近时，散射截面出现极大值；而电子能量约为 1.0eV ($V_a = 1.0V$) 时，出现气体原子“透明”现象。

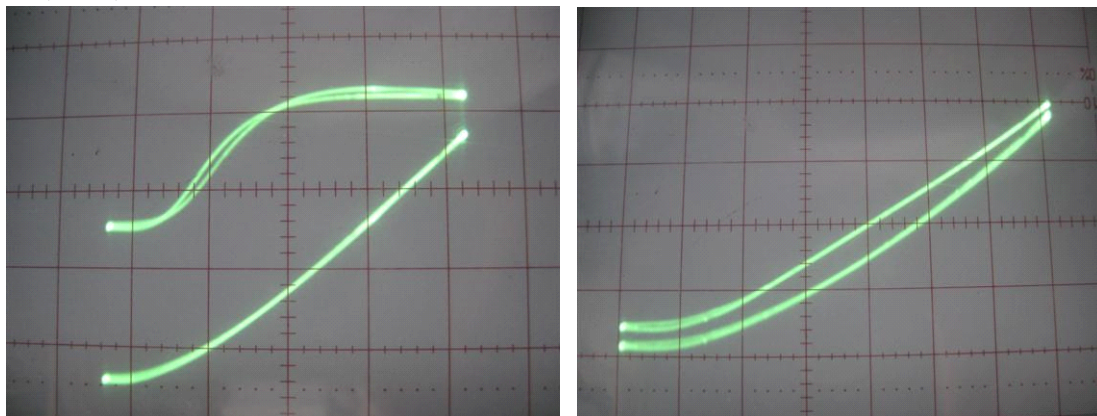
2. 实验测量前，用双踪示波器在交流情况下定性地观察室温和低温条件下各极电流与加速电压的关系，初步选定补偿电压 E_c 值。

3. 实验测量时改用直流电源分别测量低温和室温条件 I_s 、 I_p 及加速电压 V_a 值。

4. 选作内容：实验用管子电离电位测量（氙-氮）。通过对测量结果的讨论再做深入探究。

四、实验结果及讨论：

1. 交流扫描：



以上得到示波器扫描时电离图像启示，已将实验图像倒过来，这样曲线形状将于实验测量曲线吻合。

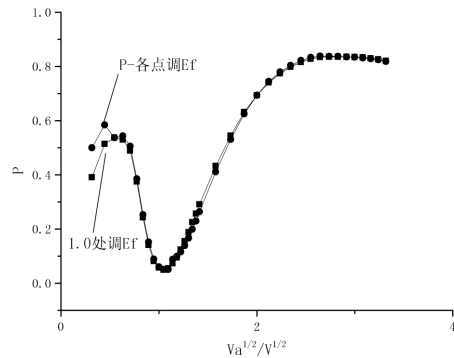
图中看出：室温下 I_s 与低温下的 I_{s^*} 、 I_{p^*} 随 V_a 呈“类”线性增加，而室温 I_p 曲线上有一个电子累积峰。可以推测 $P \sim \sqrt{V_a}$ 关系可以得到预期的形状。并且 P_{\min} 对应的 V_a 位置应对应上图中 I_p 曲线斜率最大处（代表此处到达栅极的瞬时电子数最多）。可由曲线形状初步设定 E_c 、 E_f 值。

2.直流测量：

实验测量时，对于“保持室温和低温时阴极发射电流相同”，面对两种测量方案：1) 在 $V_a=1.0V$ 处调节 E_f 满足条件；2) 在各个 V_a 值

处调节 E_f ，满足 $I_s + I_p = I_{s^*} + I_{p^*}$ 。

实验时通过两种方案测量作图对比如右：可见两种方案重合的很好，尤其在本实验所关注的 1.0V 附近。故两种测量方案等效。（测量条件： $E_f=2.00V$ ， $E_c=0.28V$ ）

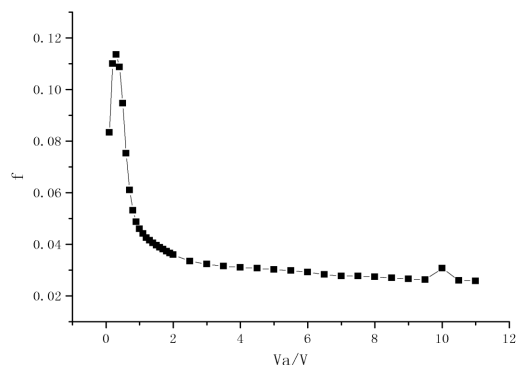
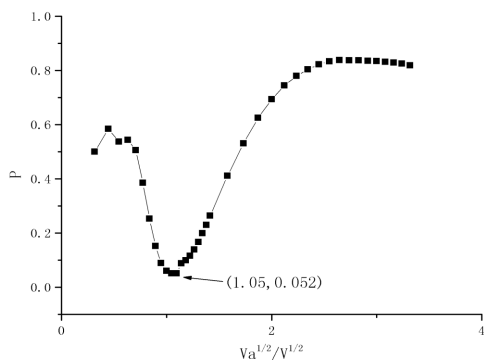


①、 $P \sim \sqrt{V_a}$ 关系：（测量条件： $E_f=2.00V$ ， $E_c=0.28V$ ）

如左下图所示，根据图中数据有 $E_{\min} = 1.05^2 eV = 1.1025eV \approx 1.10eV$,

$P_{\min} = 0.052 = 5.2\%$ 。经过多次反复测量，所得 E_{\min} 均大于 1.0eV。故可以大致认为这已是仪器测量极限。图中开始几个数据 P 呈上升变化，甚至突变很大。原因解释为：

- 1) 考虑电子发射口对准等势区入射孔，假设 $V_a=0$ 时，电子无动能。那么在 V_a 由 0 开始变大的几个点，射出电子数有限，则进入等势区电子数相对于被屏蔽电子数都有增加。
- 2) 由测量过程知，开始几个点对应的电流很小，由于电流计的精度极限以及测量过程中示数不断跳动等，测量误差很大。



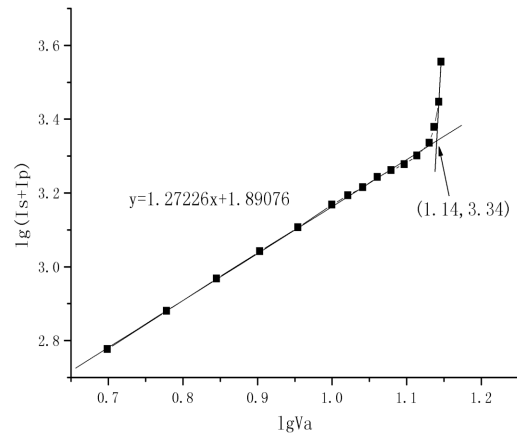
② $f \sim Va$ 关系:

实验测得的各极电流变化关系形状同交流扫描, 不做讨论。其几何因子 f 的变化关系如右上图所示 ($Ec=0.46V$), 曲线大致分为三段: 开始几个点上升, 随后迅速下降到某个极小值, 之后趋于平直。解释为: 开始段原因同 P (上); 随后由于 Va 值适当大, 被加速电子数增多, 但是被屏蔽电子数很多 (上图显示大于 98.8%), 所以迅速下降; 之后由于 E_f 恒定, 所以电子数在两个方面的分配情况稳定。图中还可以看出, $Va=1.0V$ 处, f 不是恒定值。

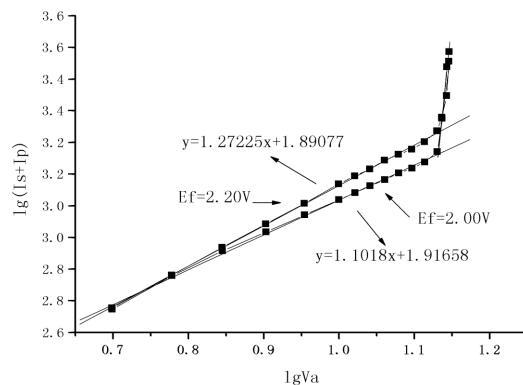
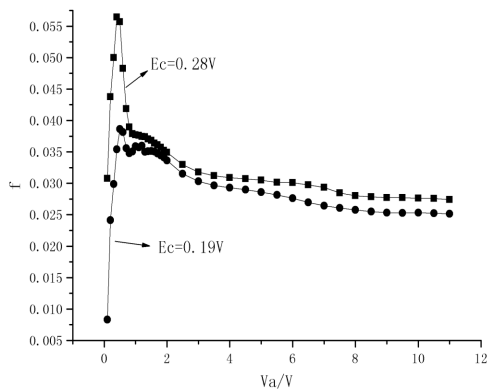
③ 电离电位测量:

测量条件: $E_f=2.20V$, $Ec=0.19V$

由图中, 电离电压 $V=10^{1.14} V = 13.804V$ 。
电离前段斜率 1.27, 与二分之三次方定律存在很大差距。电离电压值误差来源: 1) 实验用加速电源为弗兰克-赫兹实验仪器, 该电源读数为指针型, 读数误差很大。2) 管内气体为氙和氦的混合气体 (氦的电离电位为 14V)。

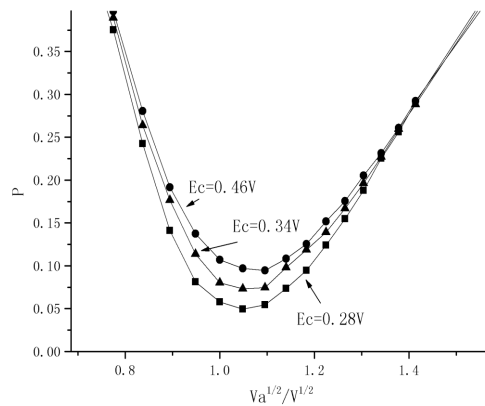
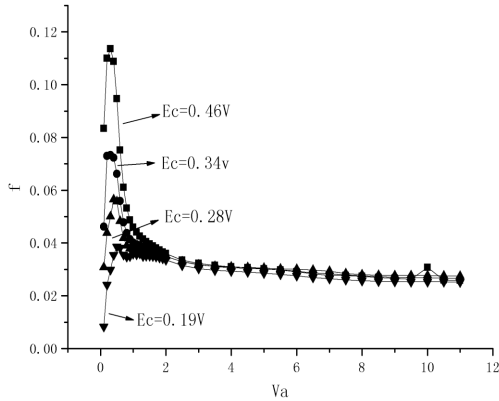


3. 实验探究:



实验结果分析时, 把不同实验条件的曲线作对比时, 有以上两图给予思考: 1) Ec 值对几何因子 f 和散射概率 P 有何影响 (E_f 均为 2.00V)。2) E_f 值对电离电位测量中二分之三次方定律的影响 (Ec 均为 0.28V)。

实验探究结果:



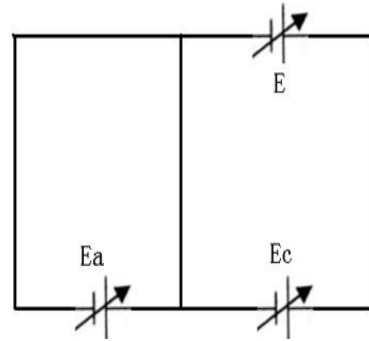
上图中 E_f 均为 2.00V，右图同为在 $Va=1.0V$ 处满足 $I_s + I_p = I_{s^*} + I_{p^*}$

由以上两图看出：（前提： E_c 在一个合适大小范围内）

- 1). 当 Va 在 0~2V 之间时，随着 E_c 的增大， f 整体增大。
- 2). 在相同的测量方案下，随着 E_c 的增大， P_{min} 逐渐增大，但 E_{min} 减小不明显。

对 E_c 作用的定性解释：

如右图所示，单考虑电源的作用，线路图不短路。把试验管的接触电位差等等效为 E ，则



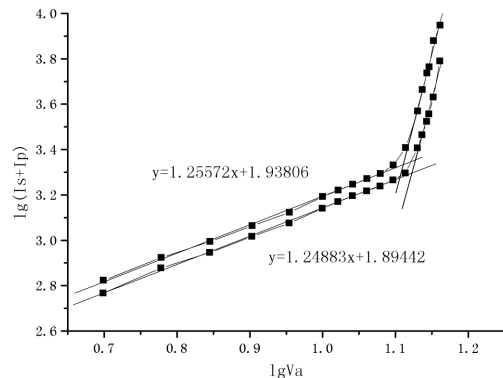
- ① $E_c = E$ 时，理想情况，完全刚好补偿。此时 Va 等于真正的 Va 。
- ② $E_c < E$ 时，净电压 ($E_c - E$) 与 Va 反向，那么实际 Va 读数偏大，那么 E_{min} 也偏大。

- ③ $E_c > E$ 时，净电压与 Va 同向，那么 Va 的读数偏小， E_{min} 也偏小。

以上定性的结论在其他条件完全相同时成立。那么在不考虑实验精度等条件下可以用 E_c 较小时的情况定性的说明本实验结果 $E_{min} > 0.9 eV$ 。

由此可以帮助解释 f 的变化：随着 E_c 的增大，净电压逐渐趋向于 Va 的方向。极端情况下， E_c 的作用等价于一个二级加速电源。因此，对于“抽取”电子的趋势增大， I_p 增大。间接地，影响到 P_{min} 。

对于探究 E_f 对管子电离电位的影响时的实验测量方案设计失败。 E_c 值选了 0.34V，不符合控制变量规则（应设为 0.19V）。但是由图中（右图）还是可以得到些提示的：随着 E_f 增大（ E_f 分别为 2.4V、2.7V），曲



线显然上升，但前段的斜率没有明显的增大。但从另一方面说明，测量电离电位时， E_c 值不宜大， E_f 可以适宜稍大。

五、冉绍尔-汤森效应的量子力学解释：

考虑入射电子束有一定的宽度和长度等因素，用平面波 $\Psi = \exp(ikz)$ 来描述。

在出射方向 $r \rightarrow \infty$ 处的波函数为 $\exp(ikz) + \frac{f(\theta)}{r} \exp(ikr)$ ，即为入射平面波和散射球面波的叠加， $f(\theta)$ 为散射振幅。散射截面表示为

$$\sigma(\theta) = |f(\theta)|^2$$

理论上可以通过解 Schrödinger 方程在 $r \rightarrow \infty$ 时的解求得 $f(\theta)$ ，从而求得 $\sigma(\theta)$ 。

但这是不现实的。我们假设：弹性碰撞； $V(r)$ 具有短程势；定态假设；忽略散射波之间的干涉效应；无二次散射等，建立在方势阱模型上用“分波法”处理。

把非守恒量动量的本征态按照守恒的能量和角动量的本征态展开，把入射波“分波”为：

$$\Psi_i = \exp(ikz) = \exp(ikr \cos\theta) = \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) i^l \cdot j_l(kr) P_l(\cos\theta) = \sqrt{4\pi(2l+1)} i^l j_l(kr) Y_l^0(\theta)$$

并由 Schrödinger 方程在极坐标下的径向方程体现分波

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dR_l}{dr} \right) + \left[k^2 - \frac{l(l+1)}{r^2} - U(r) \right] R_l = 0, \quad U(r) = \frac{2\mu V(r)}{\hbar^2}$$

l 按满足上式的解分开。引入相移因子 δ_l ，则把 $f(\theta)$ 表示为

$$f(\theta) = \sum_{l=0}^{\infty} f_l(\theta) = \frac{1}{2ik} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) (e^{2i\delta_l} - 1) P_l(\cos\theta)$$

球谐函数正交归一后得到总散射截面

$$Q = \int |f(\theta)|^2 d\Omega = \frac{4\pi}{k^2} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) \sin^2 \delta_l$$

对实验所涉及的低能入射电子情况，只需考虑 $l=0$ 的分波即可，故

$$Q = \frac{4\pi}{k^2} \sin^2 \delta_0$$

由上式，在方势阱模型下：

① $\delta_0 = m\pi$ 时， Q 取极小值，出现“透明”现象（实验 $E_{\min} \approx 1.0\text{V}$ 处）。

② $\delta_0 = \left(\frac{1}{2} + n\right)\pi$ 时， Q 取极大值，出现共振散射。

当然，实际情况是相当复杂的，如试验中只出现一个极小值。

六、实验总结及误差分析：

- 1.实验的重点也是难点就出在低温条件测量，由于液氮挥发迅速且不易观察液氮的量，容易导致实验数据偏差。如果液氮的量可视或者低温温度可视，则可以减小误差。
- 2.试验在低温条件下，总是存在微弱碰撞，几何因子 f 在 1.0V 附近不是稳定值，这是实验原理上的误差。
- 3.现有实验仪器下，电离电位的测量尚属于验证性变化趋势。电力电压超过了实验仪的额定电压，实验配备的电源不宜做精确测定，故误差很大。
- 4.实验本属于统计的结果，操作误差在所难免，只能通过经验加以修正。
- 5.失败的实验设计或者实验操作也是一种收获。

参考资料：

- 《近代物理实验》实验二 戴道宣，戴乐山主编，高等教育出版社。
《量子力学 卷 I》第 13 章 散射理论 曾谨言著，科学出版社。
大学物理第 13 卷第 9 期 《量子力学》自学辅导之十-散射。