

# 用 X 射线实验仪验证康普顿效应

许宏伟

**摘要:** 本实验证明 LEYBOLD Physics Leaflets 中提供的测量方法的错误, 通过给定两个假设, 设计了适用于波长任意分布的复色 X 光验证康普顿效应的方法, 利用数值计算求得康普顿散射波长位移 $\Delta\lambda$ 。

**关键词:** X 射线; 康普顿效应; 数值计算

## 1 引言

1922 年, 康普顿用单个光子和自由电子的简单碰撞理论, 根据能量动量守恒, 考虑相对论效应, 得到 X 射线被电子散射前后的波长随散射角的变化满足

$$\lambda_2 - \lambda_1 = \frac{h}{m_0 c} (1 - \cos \theta)$$

式中 $h$ 为普朗克常量,  $c$ 为光速,  $\theta$ 为散射后的光子与入射光子传播方向的夹角,  $\lambda_1$ 和 $\lambda_2$ 分别为散射前后 X 射线的波长。 $m_0$ 为电子质量,  $\frac{h}{m_0 c} = 2.43\text{pm}$ , 称为康普顿波长。本实验利用 X 射线实验仪, 测量特定散射角 $\theta$ 下 X 射线与靶材料中的电子相互作用发生非相干散射后波长的变化 $\lambda_2 - \lambda_1$ 。

## 2 实验设计

实验所用仪器是德国莱宝公司生产的 X 射线实验仪, 该仪器能够探测不同 $\theta$ 方向上 X 光的光强, 但无法直接测量波长或波长差。

一种间接测量方法<sup>1</sup>是利用 Cu 箔对不同波长 $\lambda$ 的透射率 $T$ 的关系 $T \sim \lambda$ , 将波长的测量转化为透射率的测量。已知铜箔对 X 光的透射率满足经验公式 $T_{\text{Cu}} = e^{-a(\frac{\lambda}{100\text{pm}})^n}$ ,  $a$ 和 $n$ 为常系数, 与 Cu 箔厚度有关。通过逆变换得到反函数 $\lambda = f(T)$ 。

如图 1 所示, 测量不放 Cu 箔时的计数率 $R_0$ 以及 Cu 箔分别固定在 X 光出射口及传感器前的计数率 $R_1$ 及 $R_2$ 。因强度较低, 还需测量不放 Cu 箔及 Cu 固定在传感器前时环境辐射的计数率 $R'$ 和 $R''$ <sup>2</sup>。记未经康普顿散射和经康普顿散射的 X 光对 Cu 箔的透射率分别为 $T_1$ 和 $T_2$ , 则有

$$T_1 = \frac{R_1 - R'}{R_0 - R'} \quad T_2 = \frac{R_2 - R''}{R_0 - R'}$$

<sup>1</sup> 参考 LEYBOLD Physics Leaflets

<sup>2</sup> LEYBOLD Physics Leaflets 中只测量 $R'$ , 笔者认为将 Cu 箔固定在传感器口已经改变了传感器测量环境, 需再单独测量 $R''$ 。

因此可计算

$$\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1 = f(T_2) - f(T_1)$$

此方法要求出射的 X 光为单色光，而实验所用 X 射线仪通过轰击钨靶产生的 X 光波长连续分布，加入 Zr 滤波片可以过滤  $K_{\beta}$  线，但无法消除韧致辐射。所以产生的 X 光单色性较差，不适合使用该方法。笔者通过给定两个假设，通过数值计算的方法，可直接求得波长连续分布的 X 光经康普顿散射后波长整体的平移  $\Delta\lambda$ ，不再要求所用 X 光必须是单色光。

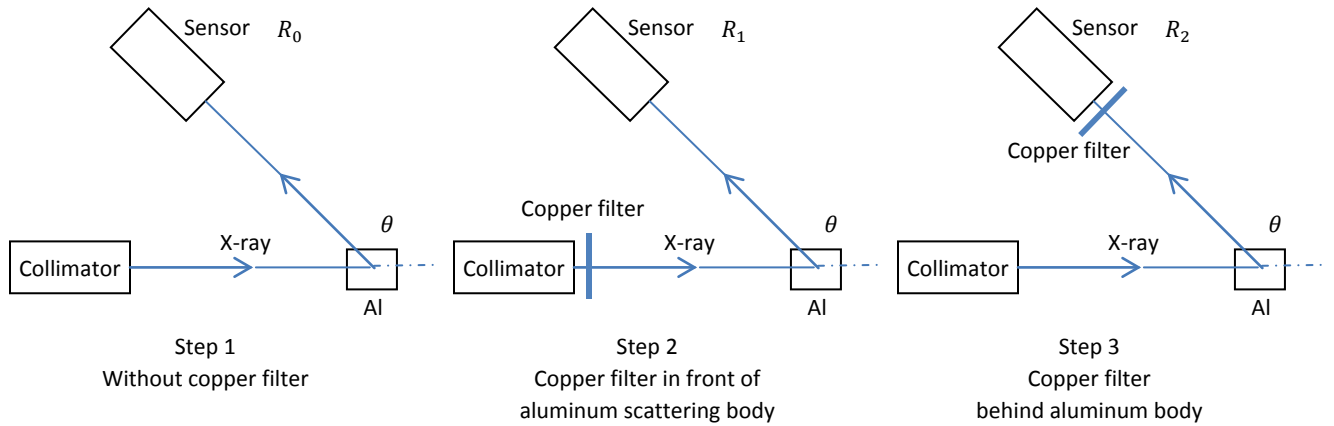


图 1 用 X 射线仪验证康普顿效应实验步

**假设 1:** 任意波长的 X 光通过介质时发生康普顿散射的平均概率相同

**假设 2:** GM 计数器对不同波长 X 光强度的计数可以线性叠加

由康普顿散射公式可知，经散射后，波长整体平移  $\Delta\lambda$ 。再结合假设 1 可推得，光强分布为  $r(\lambda)$  的 X 光经康普顿散射后在  $\theta$  散射角上的光强分布为  $r(\lambda - \Delta\lambda) \cdot P(\theta)$ ， $P(\theta)$  为光子被散射到  $\theta$  角的概率，与  $\lambda$  无关。

基于假设 2 可定义复色光有效透射率

$$T_{eff} = \frac{\int r'(\lambda) d\lambda}{\int r(\lambda) d\lambda}$$

其中  $r(\lambda)$ 、 $r'(\lambda)$  分别为经过介质前后光强随  $\lambda$  的密度分布。则  $T_1$  和  $T_2$  的有效透射率表达式为

$$T_{1,eff} = \frac{\int r(\lambda) \cdot T(\lambda) d\lambda}{\int r(\lambda) d\lambda}$$

$$T_{2,eff} = \frac{\int r(\lambda - \Delta\lambda) \cdot P(\theta) \cdot T(\lambda) d\lambda}{\int r(\lambda - \Delta\lambda) \cdot P(\theta) d\lambda} = \frac{\int r(\lambda - \Delta\lambda) \cdot T(\lambda) d\lambda}{\int r(\lambda - \Delta\lambda) d\lambda}$$

若已知 $r(\lambda)$ 及 $T(\lambda)$ , 则可通过数值计算得出 $T_{2,eff} \sim \Delta\lambda$ 曲线。因此, 只要测出 $T_{2,eff}$ , 就能读数得到 $\Delta\lambda$ 。

### 3 实验方法及实验结果

#### 1. 测量 Cu 箔对 X 光的透射率 $T(\lambda)$

设置 $U = 30.0\text{kV}$ ,  $I = 1.00\text{mA}$ ,  $\Delta t = 30\text{s}$ ,  $\beta = 3.5^\circ \sim 8.3^\circ$ ,  $\Delta\beta = 0.1^\circ$ , 分别测量不放 Cu 箔与固定 Cu 箔在 X 光出射口两种情况的 X 光 NaCl 晶体衍射谱, 两组数据相除得到实验值 $T_{实}(\lambda)$ , 根据经验公式拟合, 得到系数 $a$ 和 $n$ 。

如图 2 所示, 实验值 $T(\lambda)$ 在 $\lambda = 70 \sim 80\text{pm}$ 内发生异常, 这是因为此处包含了 $\lambda \cong 35 \sim 40\text{pm}$ 经过布拉格二级衍射被传感器接受的贡献, 已经不再满足单色光条件。故在拟合时予以舍去。经过拟合, 得 $a = 6.58$ ,  $n = 2.698$ 。则

$$T_{Cu}(\lambda) = e^{-6.58(\frac{\lambda}{100\text{pm}})^{2.698}}$$

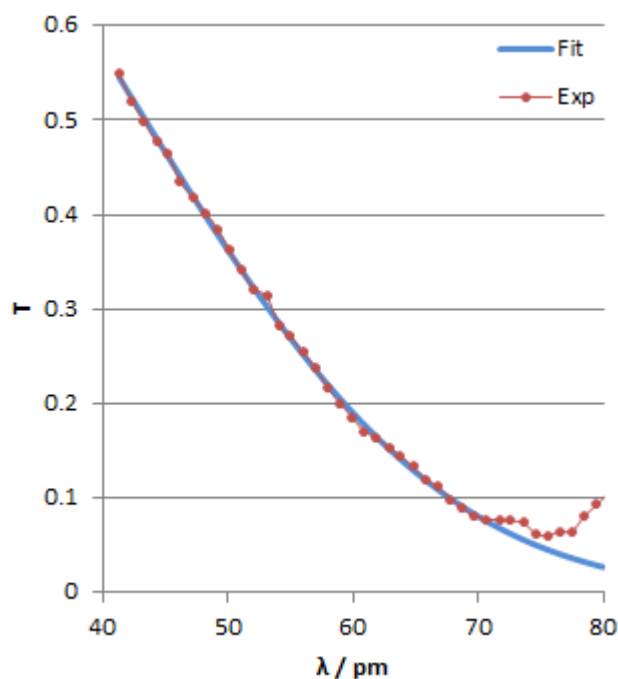


图 2 Cu 箔对 X 光的透射率 $T(\lambda)$ 的实验值与拟合曲

#### 2. X 光管产生的 X 光经 Zr 滤波片后的光强密度分布 $r(\lambda)$

设置 $U = 30.0\text{kV}$ ,  $I = 1.00\text{mA}$ ,  $\Delta t = 10\text{s}$ ,  $\beta = 3.0^\circ \sim 8.0^\circ$ ,  $\Delta\beta = 0.1^\circ$ , 测量 X 光的 NaCl 晶体衍射谱。测量结果如图 3 所示, 该计数率分布等效于光强密度分布 $r(\lambda)$ 。进而根据 $T_{2,eff}$ 的公式, 通过数值计算得到 $T_{2,eff} \sim \Delta\lambda$ 曲线, 如图 4 所示。

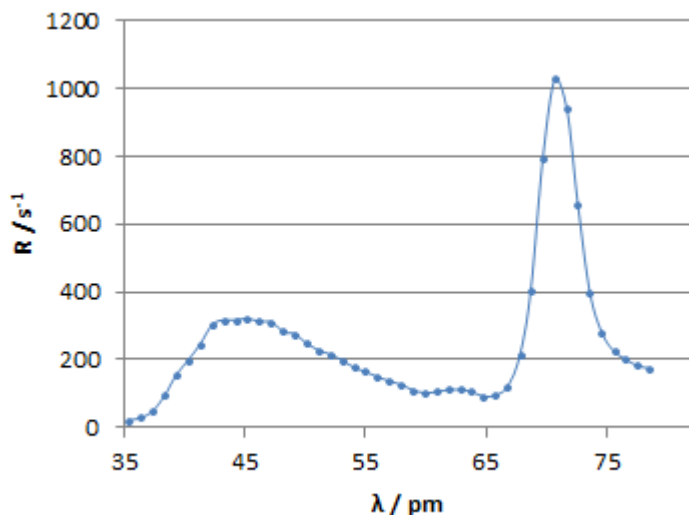


图 3 X 光管产生的 X 光经 Zr 滤波片后的光强计数率分布

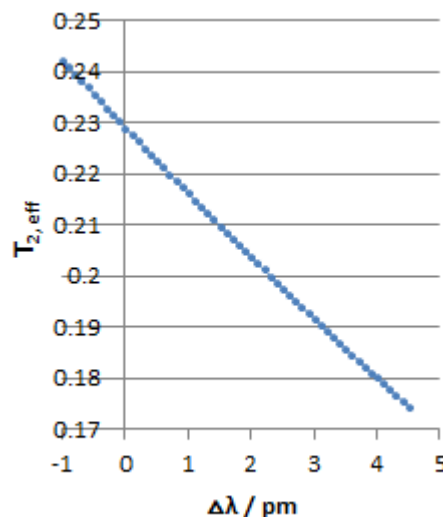


图 4  $T_{2,eff}$ 随 $\Delta\lambda$ 的变化曲

3. 测量 $145^\circ$ 散射角下的 $R_0$ 、 $R_1$ 、 $R_2$ 、 $R'$ 、 $R''$

在 X 光出射口固定 Zr 滤光片，靶台上放置铝块。调节 SENSOR:  $145^\circ$ ，TARGET:  $20^\circ$ 。

设定  $U = 30.0\text{kV}$ ， $I = 1.00\text{mA}$ ， $\Delta\beta = 0.0^\circ$ 。如图所示，分三步测量 $R_0$ 、 $R_1$ 、 $R_2$ 、 $R'$ 、 $R''$ 。

a. 不放 Cu 箔

I.  $\Delta t = 60\text{s}$ ，测得 $R_0 = 7.00\text{ s}^{-1}$

II.  $\Delta t = 600\text{s}$ ，设置 $I = 0.00\text{mA}$ ，测量环境辐射的影响 $R' = 0.354\text{ s}^{-1}$

b. X 光出射口固定 Cu 箔

I.  $\Delta t = 600\text{s}$ ，测量 $R_1 = 1.886\text{ s}^{-1}$

c. SENSOR 入口固定 Cu 箔

I.  $\Delta t = 600\text{s}$ ，测量 $R_2 = 1.549\text{ s}^{-1}$

II.  $\Delta t = 600\text{s}$ ，设置 $I = 0.00\text{mA}$ ，测量环境辐射的影响 $R'' = 0.268\text{ s}^{-1}$

4. 计算 $\Delta\lambda$ 并与理论值比较

计算 $T_1$ 和 $T_2$ ，按照第一种方法计算 $\Delta\lambda$ ，结果如下：

表 1 单色光入射时 $145^\circ$ 散射角下康普顿散射的波长位移

$T_1$	$T_2$	$\lambda_1 / \text{pm}$	$\lambda_2 / \text{pm}$	$\Delta\lambda / \text{pm}$	$\Delta\lambda_{theory} / \text{pm}$	<i>differ</i>
0.2305	0.1927	57.34	59.84	2.50	4.42	43%

按照第二种方法，从图 4 中读得数据，结果如下：

表 2 复色光入射时 $145^\circ$ 散射角下康普顿散射的波长位移

$T_1$	$T_2$	$\Delta\lambda / \text{pm}$	$\Delta\lambda_{theory} / \text{pm}$	<i>differ</i>
0.2305	0.1927	2.92	4.42	34%

## 4 分析与讨论

图 3 直观地反映了经 Zr 箔过滤的 X 光虽然有较高的 $K_\alpha$ 主峰，但是轭致辐射分布很广，面积与主峰相当。表 1 中由透射率 $T_1$ 计算得到的入射光波长 $\lambda_1 = 57.34\text{ pm}$ ，但 $\lambda_{K_\alpha} = 71.1\text{ pm}$ ，这一结果与该方法的前提“入射光必须是单色光”相矛盾，证明这一方法是错误的。

第二种方法采用数值计算读数的方式直接读出 $\Delta\lambda$ 。当 $\Delta\lambda = 0$ 时，从图 4 中读得 $T_{2,eff} = 0.2291$ 。理论上该值应等于 $T_1$ ，对比表 2 中数据，相对误差仅为 0.6%。但是测得的 $\Delta\lambda$ 仍有 34% 的误差，可能来源于以下几个原因：

1. 假设 1 或假设 2 不成立。
2. 光强计数率只统计了 $35.4^\circ \sim 78.5^\circ$ 这一区间，而 $T_{2,eff}$ 的计算是要对 $\lambda$ 全范围进行积分，这一简化导致图 4 的结果产生偏差。
3. 实验所用 X 光波长大约在 $30\text{pm} \sim 80\text{pm}$ 之间，与康普顿散射波长位移 $\Delta\lambda$ 相比较，对波长 1% 的测量误差，将放大 10 多倍体现在 $\Delta\lambda$ 的误差上。

## 5 实验总结

本实验测量了 X 光管产生的 X 光经 Zr 滤波片后的光强密度随波长 $\lambda$ 的分布，数据证明其并非理想的单色光，从而证明 LEYBOLD Physics Leaflets 中提供的测量方法在该实验环境下是错误的。笔者通过给定两个假设，利用数值计算的方法直接求得康普顿散射波长位移 $\Delta\lambda$ ，该方法适用于波长任意分布的复色 X 光。

因为本实验测量的数据组数较少，两个假设也尚未进行实验验证，第二种数值方法仅是一个方向，需要更多的工作来验证、完善这一思路。

## 致谢

感谢搭档李小龙的帮助与讨论，以及实验中心俞熹老师的指导。

## 参考文献

- [1] LEYBOLD Physics Leaflets, Compton Effect.
- [2] 张艳席等. 用 X 射线衍射验证康普顿效应的实验研究. 物理实验, 2007: 45~48
- [3] 沈元华, 陆申龙. 基础物理实验. 北京: 高等教育出版社, 2003, 343~351