μ 子寿命测量-系统响应与交叠统计

张强
合作者：刘洁(中科大) 指导老师：乐永康

摘要：塑料闪烁体探测μ 子使得高能测量进入本科生实验领域。系统将 20us 内发生的事件记录为衰变，基于两个μ 子随机符合的概率计算可以给出本底值 1 个/67ns，与测量值符合；扣除系统前 40ns 响应不及时的影响，能够使寿命测量准确度相对以往实验提升 2%；但是考虑衰变总数，发现以往 1000ns 区间统计方式都来来约 50%偏差，这一偏差随统计区间减小而减小；故提出一种有交叠的统计方式，消除涨落又保证衰变事件符合，测量寿命τ $_0$=（2.14±0.02） us，与标准值相差 2.5%。

关键词：μ 子寿命、塑料闪烁体、随机符合、响应、交叠统计

一．背景

μ 子[i]带有 1e 电荷、1/2 自旋，与 e，τ 子同属于轻子一族，参与弱相互作用；并在弱相互作用下衰变，有 2.197us 的寿命[ii]。地球表面探测的μ 子主要来自原初宇宙射线在大气层内碰撞与衰变。10~15km 高空μ 子形成，并以 0.98c~0.998c 的速度奔向地面，其中狭义相对论的时间膨胀效应得到验证[v]。在海平面上，μ 约为 1 个/min/cm^2，4GeV 能量，为宇宙背景辐射主要来源[ii]。μ 子寿命测量可以验证狭义相对论，对高能物理也有基础作用。

二．实验原理

实验采用仪器与叶竞波博士描述相同[iii,V]，塑料闪烁体对μ 子事件测量：μ 子在塑料闪烁体中留下径迹，电离的电子激发产生次级荧光光子，被光电倍增管探测，经甄别器甄别确认为μ 子记录，并开始计时；较低能量μ 子，停止在闪烁体中并衰变，产生的电子使闪烁体产生荧光，被光电倍增管记录，计录下单个μ 衰变时间。如果μ 子能量很高，直接穿透闪烁体，系统计时超过 20us（对应μ 子存在概率为 $e^{-20us/t0}$≈4.5×10-5），未记录到二次事件将自动清空，μ 子事件增 1，并重新计时。这样，经过长时间（451h）可以统计μ 子存活时间，进一步算出μ 子寿命。

众所周知，衰变粒子分布公式为

$$N(t) = N_0 e^{-t/\tau 0} \quad \cdots\cdots（1）$$

式中 N_0 为初时刻μ 子数目，τ 0 为μ 子寿命，t 为时间。可知在Δt 时间内衰变粒子数

$$\Delta N(t) = N_0 e^{-t/\tau 0} - N_0 e^{-(t+\Delta t)/\tau 0} = N_0\ (1 - e^{-\Delta t/\tau 0})\ e^{-t/\tau 0} \quad \cdots\cdots（2）$$

Δt 时间内衰变数目服从指数衰减规律。概率统计中单次测量多个独立粒子与多次测量单个粒子等效，故多次测得衰变μ 子存活时间Δt，便可以测量出寿命τ $_0$。

三．实验结果

1．随机符合本底

实验测量了 451h，共计约 4.62×10^6 个μ 子事件，平均 3 个/s；衰变事例 $N_{测}$=12943 个，平均 0.5 个/min。考虑 n 秒内 3n 个μ 子随机出现，如果在 20us 进入闪烁体至少两个μ 子，会被系统误以为衰变事件，这是形成测量本底的主要因素。认为在 n 秒内μ 子到达完全随机，则随机符合“伪衰变”事件的概率 P 为:

$$P = 1 - \frac{(5n \times 10^4)!}{(5 \times 10^4 - 3n)!\,(5 \times 10^4)^{3n}} = 1 - e^{ln\,((5n\times10^4)! - ln(5n\times10^4-3n)! - 3nln(5n\times10^4)}$$

$$= 1 - e^{((5n\times10^4-3n)\,ln\left(\frac{5n\times10^4}{5n\times10^4-3n}\right) - 3n} = 1 - e^{-\frac{(3n)^2}{2(5n\times10^4-3n)}+\frac{(3n)^3}{3(5n\times10^4-3n)^2}+\cdots}$$

$$\approx 9n \times 10^{-5}$$

式中用到了 *ln(k!)* $\approx$*k (lnk-1)*，当 k→∞时。

取 n 为 2 时，将有 800 个随机符合事件，相比于本底约 300 偏大；对 n=1 可以精确计算，符合事件 288 个。相当于 1 个/67ns。下图 1a),b)分别是有无扣除随机符合事件的对比，可以看见，计算出的随机符合于测量本底是一致的。

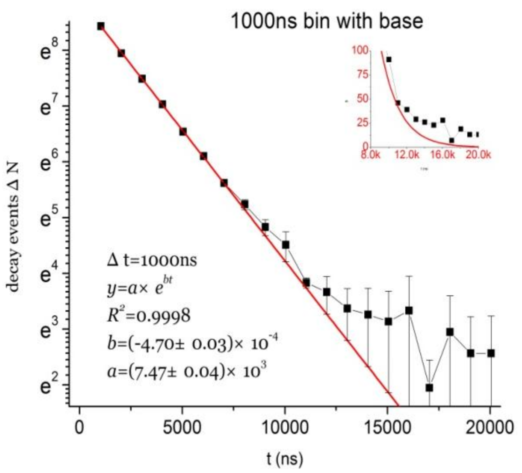

图 1a) 左图未扣除本底下指数拟合图像（纵坐标取对数），明显看到在长时间之后应该趋于 0 的衰变事件仍然存在，有大约 15 个衰变事件的本底

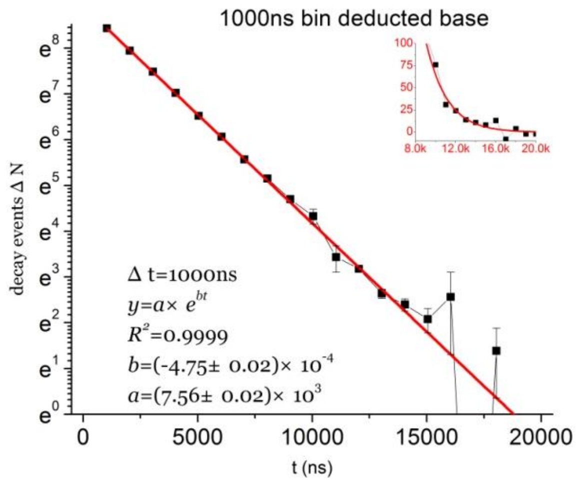

图 1b) 右图通过随机符合概率计算本底，并予以扣除，此时图像很好的符合衰变时间规律。其中插图是未取对数下末端图像，可见右图效果好得多

2．系统响应

注意到系统分辨率为 20ns，在衰变事件测量中，从下图 2 中可以看到时间间隔小于等于 40ns 数据明显偏少（用红圈标注），这源于系统对与快速衰变时间无法测量而将其忽略，为精确考虑，在拟合中扣除小于 40ns 的时间间隔。

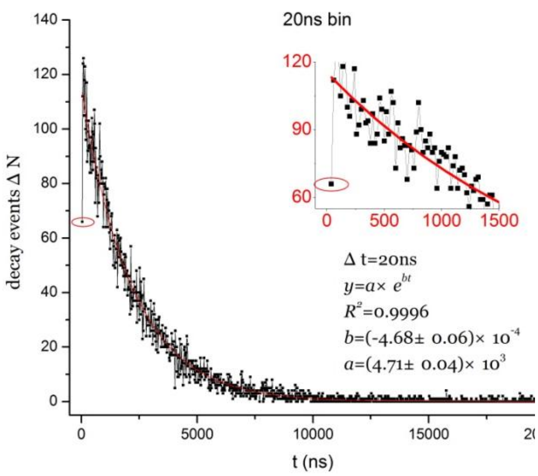

图 2 对衰变时间进行拟合，由于系统分辨率为 20ns，统计Δt 与此一致。看到涨落比较大，而且 40ns 的数据明显偏离拟合线

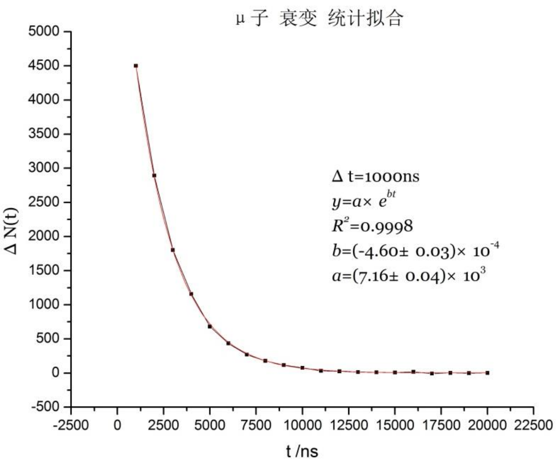

图 3 以Δt=1000ns 间隔进行数据拟合，看到较好的相关性，并且寿命计算结果靠近标准值

同时从图 2 中看到 20ns Δt 区间衰变事件统计涨落达到约 25%。一个通常的处理方法便是选取较大Δt，将存活时间置于统计区间Δt 之间的全部归于Δt，比如Δt=1000ns，则可以减小涨落的影响，甚至忽略前 40ns 的系统测量误差。扣除 15 个随机符合事件本底，拟合如上图 3。

函数关系符合很好，根据拟合结果 *a*，*b* 值可以算得：

$\tau_0=1/a=(2.174\pm0.014)\ us$，相比于标准值 $T_0=2.197us$，偏差 $\gamma=(T_0-\tau_0)/T_0=1.05\%$

如果不考虑前 40ns 系统的响应不及时，算得：

$$\tau'=2.128\ us,\ \gamma'=3.1\%$$

在文献中[iv,v]大约 3.4%偏差的结果大约与对系统响应的忽视有关，而事实上指数衰变的μ 子在前面时间内衰变数目是很多的。通过对这 40ns 的考虑可以使系统测量μ 子寿命精确 2.05%。

四．实验讨论

1．衰变事件数目符合

但是，公式(2)拟合数据，除了可以求得寿命τ_0外，很可以推算出粒子数 N_0'：

$$N_0'=b/(1-e^{-\Delta t/\tau_0})=1.942\times10^4,$$

衰变事件总和 $N_{测}$=12655，考虑到前 40ns 系统响应不及时，测算总衰变事件 N_0满足：

$$N_0-N_0(1-e^{-\delta t/\tau})=N_{测}\qquad N_0=N_{测}(1-e^{\delta t/\tau})=12887$$

衰变事件拟合与测算偏差

$$\eta=(N_0-N_0)/N_{总}=53.0\%$$

不可接受！事实上，在众多文献[v],[IV]的处理中，都选取了Δt=1000ns，拟合出来方差很小，相关系数很大，而且τ_0计算也和理论值很靠近，但是拟合计算 N_0'与观测计算 N_0的巨大偏差没有被考虑过。

Δt 的选取需要一定的评定标准。实践证实，Δt 越小时，尽管相关系数变小，但是也 N_0'与 N_0的偏差η 越小。我们有如下统计：

Δt/ns	***τ_0/us***	***$\sigma_{\tau0}$/us***	***N_0'***	***σ_{N0}'***	***η***	***R^2***
20	2.18	0.02	1.3×10^4	3×10^3	**-3.9%**	0.9549
67	2.15	0.04	1.3×10^4	2×10^3	**-0.4%**	0.9683
100	2.25	0.01	1.30×10^4	3×10^2	**1.1%**	0.9913
200	2.12	0.02	1.36×10^4	3×10^2	**10.2%**	0.9975
667	2.150	0.002	1.69×10^4	1×10^2	**37.0%**	0.9994
1000	2.17	0.01	1.972×10^4	7×10^1	**53.0%**	0.9999

可以看到，衰变统计区间Δt 越大，不均匀性（涨落）抵消更多，而且数据点更少，N_0的不确定度越小，相关系数越大，不确定度和相关系数对统计区间Δt 单调关系，故不能作为统计区间Δt 的判别标准。同时，N_0的与测量值的偏差随统计区间Δt 增大而增大，当Δt=1000ns 时，甚至到达 53%！这和指数拟合时 t 步幅（此处等于Δt，大约为τ_0/2）过大（相当于将一段指数分布线积分值做拟合）、拟合点（20 个）偏少有关。

寿命τ_0计算对于不同Δt 计算出现波动，并无规律性，但是有 6.13%相对偏差，而我们知道这样的偏差完全来自于对于数据处理方式（统计区间Δt 选取不同），因此不仅Δt=1000ns 数据值得怀疑，而且这类实验中估算的寿命偏差 *γ*<6%都将毫无意义。

2．交叠统计

数据处理（统计区间Δt 划分）需要一个自洽的标准，而衰变事件总数 N_0恰好可以衡量。

为了得到拟合 N_0'与测量计算 N_0 更加符合，则需要选择选比较小的统计区间Δ t；但是小的统计区间Δ t（而且 20ns 统计将无法扣除随机符合本底）会使涨落影响加大，估算值不准确。

为了兼顾，我们试图提出一种新的交叠统计的数据处理方式：统计区间Δ t 与拟合步幅 t 并不等值，事实上，我们没有理由要求数据统计区间Δ t 与拟合时数据点的步幅一致。取Δ t=1000ns，但是 t 以 20ns 增加（已经到达测量的分辨极限），即统计[41,1041)，[61,1061)，[81,1081)……区间内的衰变数目，既保证小的步幅使得拟合结果更靠近实测，又有效消除涨落，这相当于每一个拟合中心点从附近“借数据”以减小涨落影响，得到相关系数更大。右图 4 为 20ns 步幅、1000ns 统计区间拟合图像：

τ_0=（2.14±0.02） us，　N_0'=（1.262±0.005）$\times10^4$　，η =2.1%，

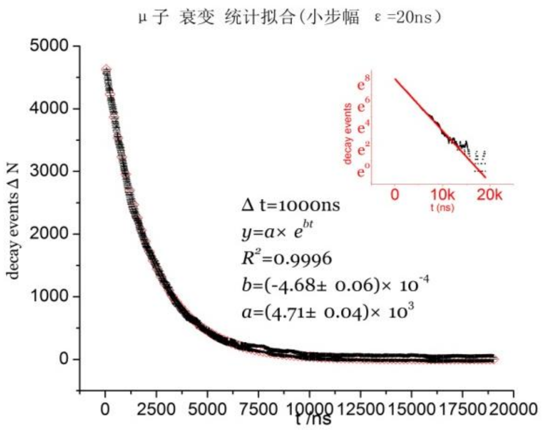

图 4　以Δ t=1000ns 统计衰变，t 步幅改为 20ns，既消除涨落又保证了衰变事件总数自洽

我们知扣除随机符合事件并且考虑系统前 40ns 响应不及时之后 N_0=12887，在计算范围之内；τ 0 的不确定度 20ns，到达系统测量分辨率，统计相关性 0.9996，都认为合理。

τ 0 与标准值 2.197us[i] 相比，有 γ=2.5%的偏离。

*对于叶竞波博士提供的数据和以往同学做过的实验数据，我们同样能够得到类似的结论：采用大的Δ t 将造成衰变事件总数有 50%左右偏离；而我们的交叠统计的方法对于这些数据同样可以使衰变事件总数目计算一致，寿命有好于 3%的精确度。

3．带权重的统计方式

上述的处理方式可以在计算结果上自洽，而衰变事件数目 N_0 也有理由作为数据处理好坏的标准；但是交叠统计却带来了统计权重的问题：中间数据在统计中利用比较多而两侧比较少，人为带来了影响。关于数据处理中权重的问题，需要额外被讨论。

五．实验总结

实验通过简单的塑料闪烁体测量μ 子事件及其衰变，通过对系统计时方式分析，计算随机符合事件造成的本底与测量值一致；考虑到系统在前 40ns 响应不及时，大量衰变事件被遗漏，修正后的寿命计算有 2.1%的提升。但是，也注意到了一般化统计间隔取得太大的处理方式造成衰变事件总数不和的内在矛盾，由此提出衰变事件符合应该作为统计区间选取的重要判据，并由此提出了一种新的交叠统计的方式，尽管权重的影响还需要慎重考虑，其计算出的结论自洽让我们对寿命测量的值 τ_0=（2.14±0.02）us 更加确信。

六．参考文献：

A. 孙腊珍：一种简单的 μ 子测量方法,中国科学大学学报 2010，06
B. 许咨宗《核与粒子物理》中科大出版 2009
C. 宁平治《奇异性核物理》科学出版社 2008
D. 梅镇岳《原子核物理学》科学出版社 1966
E. 维基百科：muon

Muon lifetime measurement-apparatus response and overlapping statistics

Qiang Zhang, Jie Liu and Y.K.Ley

ABSTRACT:

Plastic scintilator detector makes it possible to measure the lifetime of muon in undergraduate experiment. Considering the random coincidence of two muons during 20 us, we calculate the fit background, 1/67ns. Noticing the apparatus's irresponse at the ahead 40ns, we get a nicer value of muon lifetime with 2.05% improvement compared with former experiments after deducting the irresponse. However, we also found that the wide statistic range analysis of the data may bring about 50% error of the decay amount. So we developed a new overlapping statistic approaches which based on the thin pace and wide range and it bring the self-coincidence of decay amount. Finally, we get the muon lifetime τ_0=（2.14±0.02） us, 2.5% deviation compared with the standard value measured through much more costly, precise approaches.

Keywords:

muon lifetime, plastic scinlilator detector, random coincidence, overlapping statistic

---

引用：

[i] J.C.Street: New evidence for muon. PR. **52**,(11)1937
[ii] Review of particle physics. PLB. **592**(6)2004 1-1109
[iii] J. B. Ye: Muon physics
[iv] A simple means for the muon lifetime measurement. Am.J.phys.**10** (38)1970
[v] Muon lifetime for special relativity. Am.J.Phys. **74**(2)2006