

# RC 串联电路暂态过程时间常数的测量

黄贤群

(韩山师范学院 物理与电子工程系, 广东 潮州 521041)

**摘 要:** 推导了 RC 串联电路暂态过程不同波形所对应的电路方程的解, 并给出了测量时间常数的实验方法。实验结果表明, 通过该实验方法测量时间常数, 能够有效减少测量误差, 而且方法简便。

**关键词:** RC 串联电路; 时间常数; 对称; 电路方程

**中图分类号:** TM934.2; TM934.4 **文献标识码:** A **doi:** 10.3969/j.issn.1672-4305.2012.03.028

## Measuring of the transient time constant in RC series circuit

HUANG Xian-qun

(Department of Physics and Electronic Engineering, Hanshan Normal University, Chaozhou 521041, China)

**Abstract:** The circuit equations of different waveforms in RC series circuit transient process are derived, and the corresponding measurement methods are given. The results show that measuring the time constant by this experimental methods can effectively reduce the measurement error, and the measurement method is simple.

**Key words:** RC serise circuit; time constant; symmetry; circuit equation

在 RC 串联电路中, 当电路的输入信号发生突变时, 电容上的电压不会瞬时突变, 电路中的电流或电压出现非稳定的过渡变化, 这个过渡的变化过程称为暂态过程; 而描述暂态变化快慢的特性参数就是充电或放电电路的时间常数。测量 RC 串联电路暂态过程的时间常数是普通物理实验电磁学部分的重要实验内容之一。关于测量 RC 电路的时间常数, 大多数教材只是考虑电容能够充满电和放完电的情况<sup>[1-2]</sup>。本文根据电容是否能充满电或放完电的情况进行讨论, 推导了相应的电路方程的解, 并给出测量时间常数的实验方法。

### 1 实验原理

如图 1 所示, 以信号发生器的方波信号作为信号源, 设方波的频率为  $f$ , 周期为  $T$ , 幅值为  $E$ 。对应于方波信号的上升沿, 相当于图 2 中的 K 拨向 2, 电源  $E$  通过  $R$  对电容  $C$  充电, 电路方程为<sup>[3]</sup>:

$$iR + U_c = E \quad (1)$$

因为  $i = \frac{dq}{dt}$ ,  $q = CU_c$  则(1)式变为:

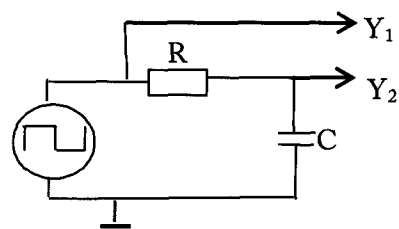


图 1 基于方波信号源的 RC 串联电路图

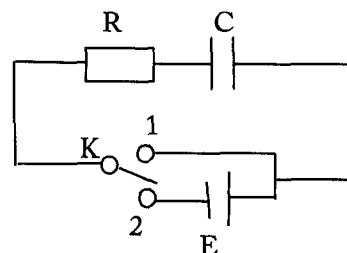


图 2 基于直流电源的 RC 串联电路图

$$R \frac{dU_c}{dt} + U_c = E \quad (2)$$

由此, 利用分离变量法<sup>[4]</sup>, 可求得微分方程的通解为:

$$U_c(t) = E + Ae^{-\frac{t}{RC}} \quad (3)$$

若电容的充放电时间足够长, 电容能够放完电后才充电, 充满电后再放电。则由初始条件  $U_c(0) = 0$ , 可得充电电路微分方程的解为:



$$U_C(t) = E(1 - e^{-\frac{t}{RC}}) \quad (4)$$

对应于方波信号的上升沿,相当于图2中的K拨向1,电容C开始放电,电路方程为:

$$iR + U_C = 0 \quad (5)$$

由初始条件  $U_C(0) = E$ , 可得放电电路微分方程的解为:

$$U_C(t) = Ee^{-\frac{t}{RC}} \quad (6)$$

由(4)、(6)式可知,电容的充放电曲线满足指数上升和指数衰减规律,如图3所示。当电容充电为1个时间常数  $\tau (=RC)$  时,  $U_C(\tau) = 0.632E$ ; 当电容放电为1个时间常数  $\tau (=RC)$  时,  $U_C(\tau) = 0.368E$ 。当充电的时间为5个时间常数时,充电可达突变信号幅值的0.993倍,即0.993E,可认为已充满电;而放电可达突变信号幅值的0.0067倍,也可以认为把电完全放完。

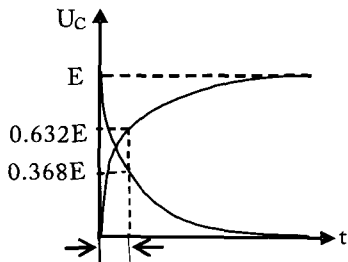


图3 充放电曲线图

据此,通过示波器显示RC串联电路的暂态过程曲线图如图4(a)所示,分别从充、放电图形上找到对应0.632E和0.368E时间轴对应点即可测出时间常数  $\tau$ <sup>[5-6]</sup>。

由于方波信号的周期和占空比会直接影响到电容的充电和放电时间<sup>[7]</sup>,当  $T/2 < 5RC$  时,电容不能满足既充满电和放完电的条件,若设置方波信号的不同占空比,则电容充放电曲线也有所不同,以下根据电容充放电情况进行讨论。

### 1.1 电容不能充满电且不能放完电

当  $T/2 < 5RC$ , 占空比为0.5时,充放电时间一样且较短,电容器不足以充满和放完电,电容经过  $T/2$  的时间充电后,还没达到突变信号E就开始放电,再经过  $T/2$  的时间放电后,电容还没放完电又开始充电,如此循环下去,电容充放电的暂态过程曲线图由图4(a)变为图4(b)。设电容充电的起始电压(即放电的最终电压)为  $E_1$ , 充电的最终电压(即放电的起始电压)为  $E_2$ 。由充电的初始条件  $U_C(0) = E_1$ , 可得充电电路方程的解为:

$$U_C(t) = E - (E - E_1)e^{-\frac{t}{RC}} \quad (7)$$

$$\text{当 } t = \tau \text{ 时, } U_C(\tau) = 0.632E + 0.368E_1$$

由放电的初始条件  $U_C(0) = E_2$ , 可得电容放电

的电路方程的解为:

$$U_C(t) = E_2 e^{-\frac{t}{RC}} \quad (8)$$

$$\text{当 } t = \tau \text{ 时, } U_C(\tau) = 0.368E_2$$

在同一个周期内,电容的充放电时间都为  $T/2$ , 根据(7)、(8)式有:

$$E_2 = U_C\left(\frac{T}{2}\right) = E - (E - E_1)e^{-\frac{T}{2RC}} \quad (9)$$

$$E_1 = U_C\left(\frac{T}{2}\right) = E_2 e^{-\frac{T}{2RC}} \quad (10)$$

联立(9)、(10)式求得<sup>[8]</sup>:

$$E_1 = \frac{E(1 - e^{-\frac{T}{2RC}})}{1 - e^{-\frac{T}{RC}}} \quad (11)$$

$$E_2 = \frac{E(1 - e^{-\frac{T}{2RC}})}{1 - e^{-\frac{T}{RC}}} \quad (12)$$

由(11)+(12)式,得  $E = E_1 + E_2$ , 即:

$$E_2 = E - E_1 \quad (13)$$

由此可知,充放电的最终电压以方波信号平均电压值对称<sup>[9]</sup>。(7)式等价于下式:

$$U_C(t) = E - E_2 e^{-\frac{t}{RC}} \quad (14)$$

$$\text{当 } t = \tau \text{ 时, } U_C(\tau) = E - 0.368E_2$$

### 1.2 电容不能充满电,但能放完电

适当调节方波信号的占空比,使电容能放完电后才开始充电,充放电曲线图如图4(c)所示。根据充电的初始条件可知,充电电路方程的解满足(4)式,而电容放电的起始电压为  $T_0$  时间内充电的最终电压  $E_2$ , 则电容放电电路方程的解满足(8)式,将  $T_0$  代入(4)式可得:

$$E_2 = U_C(T_0) = E(1 - e^{-\frac{T_0}{RC}}) \quad (15)$$

### 1.3 电容能充满电,但不能放完电

适当调节方波信号的占空比,使电容能充满电后才开始放电,充放电曲线图如图4(d)所示。由于信号源是一个周期性方波信号,当电容放电时间不够长,电容还没放完电就开始充电,所以电容放电的最终电压不为零,而电容能充满电后才开始放电。设电容放电的最终电压即充电的起始电压为  $E_1$ , 根据充放电的初始条件可知,电容充电电路方程的解满足(7)而放电电路方程的解满足(6)式,设方波信号一个周期内低电平的时间宽度为  $T'$ , 将  $T'$  代入(6)式可得:

$$E_1 = U_C(T') = Ee^{-\frac{T'}{RC}} \quad (16)$$

根据以上分析,要测量RC串联电路暂态过程的时间常数  $\tau$ , 可以根据不同的暂态图,分别测出  $E$ 、 $E_1$ 、 $E_2$ , 然后根据所对应的充放电方程不同形式的解计算出充放电时间为  $\tau$  时,所对应的电压  $U_C(\tau)$ , 并

分别从充、放电图形上找到对应于该点的时间即可

测出时间常数  $\tau$ 。

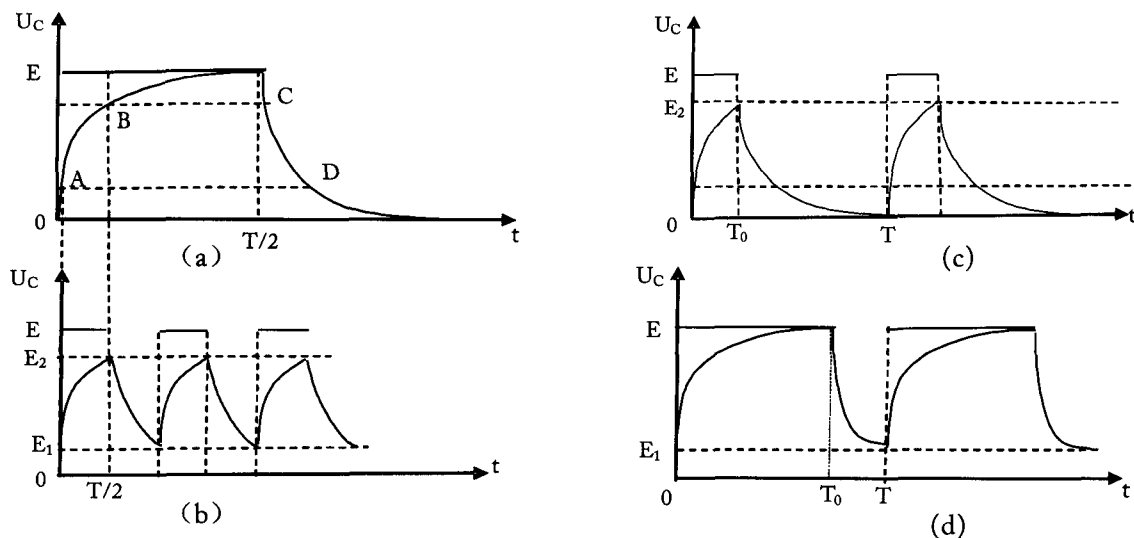


图4 暂态过程曲线图

## 2 实验测量及结果分析

按图 2 连接电路,  $Y_1$ 、 $Y_2$  分别接入 SS-7802A 双踪示波器的两个通道, 信号发生器的内阻  $r$  为  $50\Omega$ , 方波信号的频率为  $20\text{kHz}$ , 幅值  $3\text{V}$ ,  $C = 0.01\mu\text{f}$ ,  $R = 1\text{k}\Omega$ , 调节示波器<sup>[10]</sup>, 显示 RC 串联电路的暂态过程曲线如图 5 所示。测得  $E_1 = 0.28\text{V}$ ,  $E_2 = 2.72\text{V}$ , 计算可得充电时间为  $\tau$  时,  $U_C(\tau) = 2.00\text{V}$ , 利用示波器测得时间常数  $\tau = 10.45\mu\text{s}$ , 而时间常数的理论值  $\tau_{\text{理}} = 10.5\mu\text{s}$ , 测量误差为  $0.48\%$ 。改变方波信号频率和占空比, 测得实验数据及处理结果见表 1 所示, 从表 1 可看出, 利用该方法测量 RC 串联

电路时间常数的误差都比较小。

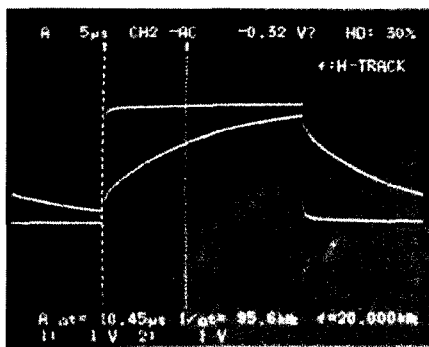


图5 暂态过程实例图

表 1 实验数据及处理结果

| 方波频率/kHz | 占空比  | 电容充放电情况 | $U_C(\tau)$ /V | 时间常数/ $\mu\text{s}$ | 测量误差/% |
|----------|------|---------|----------------|---------------------|--------|
| 10       | 0.5  | 能充满电    | 充电: 1.89       | 10.60               | 0.95   |
|          |      | 能放完电    | 放电: 1.11       | 10.55               | 0.48   |
| 20       | 0.5  | 不能充满电   | 充电: 2.00       | 10.45               | 0.48   |
|          |      | 不能放完电   | 放电: 1.00       | 10.45               | 0.48   |
| 20       | 0.25 | 不能充满电   | 充电: 1.89       | 10.30               | 1.90   |
|          |      | 能放完电    | 放电: 0.765      | 10.40               | 0.95   |
| 20       | 0.75 | 能充满电    | 充电: 2.22       | 10.25               | 2.38   |
|          |      | 不能放完电   | 放电: 1.11       | 10.35               | 1.43   |

## 3 结束语

基于方波信号激励下的 RC 串联电路时间常数的测量, 应根据方波信号的频率、占空比、电阻和电容等参数, 先判断电容的充放电情况, 结合暂态过程

图, 选择相应的充放电方程的解, 准确计算充放电时间为  $\tau$  时, 所对应的电压  $U_C(\tau)$ , 再进行测量, 可以有效减少测量误差。

(下转 90 页)

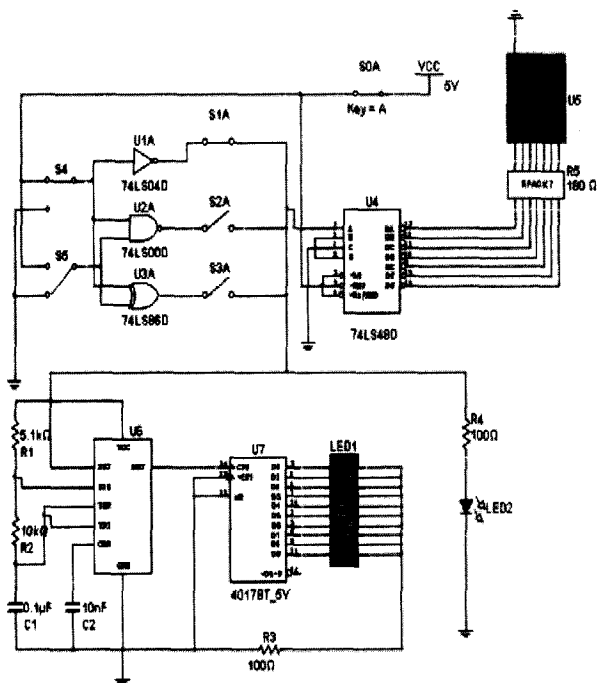


图 10 TTL 非门输入为低电平时的电路及仿真

为低电平“0”，所以驱动器输出为  $a=1; b=1; c=1; d=1; e=1; f=1; g=0$ ，也就是说只有数码管中间那一段不亮，所以数码管显示为“0”。同时由于 555 谐振电路和 4017 计数器的 VCC 是由门电路的输出提供的，所以，NE555 和 CD4017 都不工作，此时 LED1 组就不会流动发光，LED2 指示灯暗。这样就直观的通过显示器显示为 0 和输出端没有电路流动的方式反映了非门的输出为低电平“0”。

②若再拨动 S4 使得非门的输入为低电平“0”，则非门输出为高电平“1”，驱动器的输入端 D, C, B, 均为低电平而 A 为高电平，驱动器的输出为  $a=0; b=1; c=1; d=0; e=0; f=0; g=0$ ，所以数码管显示为 1。同时 NE555 和 CD4017 均工作，所以 10 只 LED1 组灯以流水形式闪烁，象征输出回路有电流流动，LED2 指示灯亮，通过 LED1 组、LED2 和数码管直观

参考文献 (References) :

[1] 杨述武. 普通物理实验[M]. 北京: 高等教育出版社, 2000: 288-289.

[2] 梁华翰, 朱良银, 张立. 大学物理实验[M]. 上海: 上海交通大学出版社, 1996: 276-277.

[3] 沈元华, 陆申龙. 基础物理实验[M]. 北京: 高等教育出版社, 2003: 182-183.

[4] 四川大学数学系高等数学教研室编. 高等数学[M]. 北京: 高等教育出版社, 1995: 248-251.

[5] 李达, 黄兰喜, 徐曼琪. RC 串联电路暂态过程时间常数的分析[J]. 重庆文理学院学报, 2009, 23(3): 24-26.

[6] 曹惠贤. 普通物理实验[M]. 北京: 北京师范大学出版社, 2007:

地显示了非门的输出与输入的逻辑关系。

4 结语

通过对非门电路的仿真演示,关于与非门、异或门电路仿真演示只要拨动相应的开关就可以使数码管和 LED 灯显示出相应的逻辑关系,此仿真电路也可以将门电路进行代换,演示与门、或门、或非门等门电路的逻辑功能,操作的方法类似。我们还可以按仿真电路图安装一个实际的门电路逻辑功能演示教具,把每个门电路的逻辑符号、输入输出状态指示灯及各控制开关装在演示教具正面,将实际电路安装在演示教具背面,作为一个课堂演示教具就更完美了,读者不妨进行试做。

参考文献 (References) :

[1] 阎石, 王红编著. 数字电子技术基础[M]. 北京: 高等教育出版社, 2006: 489-497.

[2] 刘瑞华. 基于 DDS 技术的高速等效采样示波器设计[J]. 实验室研究与探索, 2011, 30(9): 58-62.

[3] 张肃文. 高频电子线路[M]. 北京: 高等教育出版社, 2009: 15-20.

[4] 孙余凯. 基础电路使用技术[M]. 北京: 电子工业出版社, 2009: 267-272.

[5] 吴建明, 张红琴. 电子工艺实训教程[M]. 北京: 机械工业出版社, 2008: 124-156.

[6] 陈文辉. 以电子技术应用为目的的实践教学改革与探讨[J]. 实验室科学, 2010(1): 41-43.

[7] 王良成. 浅谈结合电子设计竞赛进行电子实验类教学改革[J]. 实验室科学, 2011, 14(3): 46-49.

[8] 张晓光. 模拟电流流向演示器[J]. 电子世界, 2011(2): 42-45.

[9] 陈汉军. 创新型物理演示实验室建设的探索与实践[J]. 实验室研究与探索, 2011, 30(9): 185-187.

[10] 吴根忠, 李剑清. 基于 Multisim 的电工学虚拟实验教学[J]. 实验室科学, 2011, 14(3): 19-21.

收稿日期: 2012-03-01

作者简介: 景彦君 (1955-), 女, 山西临汾人, 高级实验师, 主要从事电子实验教学工作。

186-187.

[7] 曹新亮, 杨红霞, 宋永东. 测量一阶电路时间常数的实验方案探讨[J]. 延安大学学报, 2005, 24(1): 61-62.

[8] 夏樟根. 在 RC 串联电路中  $\tau$  值的修正[J]. 大学物理实验, 2003, 16(2): 6-8.

[9] 龙姝明, 王凤华, 杨俊海, 等. RC 电路时间常数的电压对称法快速测量[J]. 大学物理, 2010, 29(8): 41-43.

[10] 吕伟锋. RC 积分微分电路实验的误差分析方法[J]. 实验室研究与探索, 2009, 28(11): 34-35.

收稿日期: 2012-02-21

作者简介: 黄贤群 (1979-), 男, 广东饶平人, 硕士, 实验师, 主要从事实验教学、虚拟实验技术研究。