

RC 充、放电实验的再研究

刘建科 杨卫平

(西北轻工业学院物理教研室, 咸阳 712081)

(收稿日期: 2000-09-19; 修回日期: 2000-10-27)

摘要 对 RC 充、放电实验中易于被忽视的: ① 方波频率对电容充、放电的影响; ② 对 RC 电路时间常数实验测定数值小于理论值 (RC 乘积) 等问题, 给出了理论分析和精确的实验结果。

关键词 RC 电路; 充放电; 时间常数

RE-RESEARCHES ON THE RC CHARGE AND DISCHARGE EXPERIMENT

Liu Jianke Yang Weiping

(Physics Teaching and Research Group, Northwest Institute of Light Industries, Xianyang, 712081, China)

Abstract The following question are discussed theoretically with accurate experimental results: ① the influence of square wave frequency over charge and discharge of capacitor; ② the experimental value of the time constant of RC circuit is smaller than the theoretical value (R, C product).

Key Words RC circuit; charge and discharge; time constant

1 引言

RC 电路是电磁学的简单电路单元, 是工科院校学生最基础的实验电路之一, 因此正确分析和掌握该电路的充放电特性是学习复杂电子电路的基础。通常的理论^[1]对 R、C 电路充放电特性的分析是利用图 1 示电路, 电源认为是恒压电源, 电路中的电阻、电容认为是理想元件, 从而得出充放电曲线如图 2 所示, 其中 a、b 两条曲线分别对应的充放电电压随时间变化的关系为

$$U(t)_{\text{充}} = U_0(1 - e^{-t/\tau}), U(t)_{\text{放}} = U_0 e^{-t/\tau}$$

其中, $\tau = RC$ 为该电路固有的时间常数, 是理想情况下电容器上从充电开始到充电电压达恒压源电压 U_0 的 $(1 - e^{-1})$, 即 63.2% U_0 时

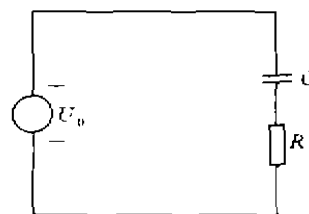


图 1 RC 充、放电电路

所需的时间。但在实验中为了适时地动态观察这一全过程常采用示波器, 同时用周期为 T 、幅值为 U_0 的直流方波代替恒压电源, 得到的是周期为 T 的充放电曲线, 而由该曲线依上述说明来计算充放电电路的时间常数时发现与理论值 $\tau = RC$ 有较大的误差, 究其主要原因有以下两点: ① 方波不同于恒压源, 采用方波信号时必须考虑电容的阶响应及方波频

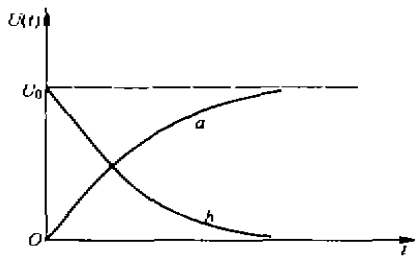


图2 充放电曲线

率的影响；②对RC电路，利用周期为T的充放电曲线来实现对时间常数测定时发现测定值并不是电容充电电压为曲线幅值的63.2%时所需的时间，因为RC并非理想元件，以下分别讨论。

2 RC充、放电电路对周期性方波的阶响应

2.1 用电路基本规律进行分析

当RC电路接入图3所示周期为T、幅值为 U_0 的直流方波电压 $U(t)$ 时，方波通常写作

$$U(t) = \begin{cases} U_0, & kT \leq t < t_p + kT \\ 0, & t_p + kT \leq t < (k+1)T \end{cases}$$

k 取整数(以下各式同)

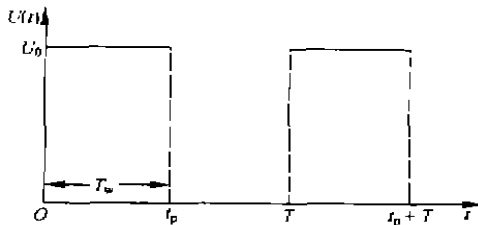


图3 直流方波

这相当于在 $kT \leq t < t_p + kT$ 这段时间内给RC电路加直流电压 U_0 ，其余时间将RC电路短路。依环路定律和克希霍夫定律^[2]可以解得电容器上所加电压 $U_c(t)$ 为：

$$U_c(t) = \begin{cases} U_0(1 - e^{-t/\tau}), & kT \leq t < t_p + kT \\ U_0(1 - e^{-t_p/\tau}), & t = t_p + kT \\ U_0(1 - e^{-t_p/\tau})e^{-(t-t_p)/\tau}, & t_p + kT \leq t < (k+1)T \end{cases}$$

在RC电路时间常数 τ 和方波脉冲宽度 T_w 相近的情况下 $U_c(t)$ 随时间的变化曲线如图4所示。理论和曲线表明电容电压只有从增长转变为衰减这样的连续变化而不能跃变，且

没有极性的变化；同样可以分析电阻上电压 $U_R(t)$ 可以跃变，因为放电电流和充电电流方向相反， $U_R(t)$ 的极性当然随之改变；理论和曲线还表明在 $t = t_p$ 时 $U_c(t_p)$ 并未达到方波幅值 U_0 ，而是与 U_0 相差 $\Delta_1 = U_0 e^{-t_p/\tau}$ 数值；在 $t = kT$ 时 $U_c(kT)$ 也并未达到零数值，而是与零值相差 $\Delta_2 = U_0(1 - e^{-t_p/\tau})e^{-(T-t_p)/\tau}$ ，且当 $T_w = t_p = T/2 \approx 5\tau$ 时， $\Delta_2 \approx \Delta_1 = U_0 e^{-t_p/\tau} \approx U_0$ ， Δ_1 与 Δ_2 及其与 U_0 的差别在1%以内。由此可见，R、C电路对周期性方波的响应是：电容器上所充最高电压与最后放电所剩电压值均与引言中通常理论的分析不同，表现出对方波频率或周期的依赖性，T与 τ 愈接近这种差别愈大，只有当 $T \gg \tau$ (通常情况下^[3] $T > 10\tau$)时这一差别才可以被忽略。

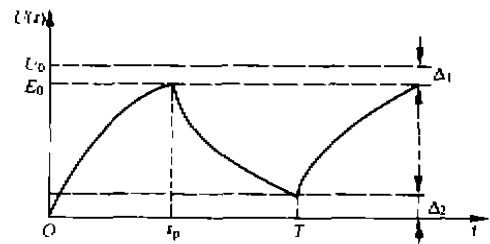


图4 电容对直流方波的阶响应

当然，造成充电过程中电容器上所充最高电压低于未接R、C元件之前方波高度的另一个原因是方波发生器本身输出阻抗不为零，这样在接入R、C元件之前方波发生器输出的是开路信号，接入R、C元件之后方波发生器内阻上有压降，只有当其输出阻抗接近零值时，方波发生器本身的影响才可以被忽略。

2.2 用傅立叶函数进行分析

由于频率为 ω 的交流电加在电容器上的电压有效值^[2]为

$$U_c(\omega) = \frac{U_{\text{交流电压有效值}}}{\omega C \sqrt{R^2 + (1/\omega C)^2}}$$

同时相位较交流电亦有一定的滞后。对由方波发生器产生的图3所示的直流方波信号，在 $t_p = T/2$ 时按傅立叶级数展开为

$$U(t) = \frac{U_0}{2} + \frac{2U_0}{\pi} \cdot$$

$$\left[\sin\omega t + \frac{\sin 3\omega t}{3} + \frac{\sin 5\omega t}{5} + \dots \right]$$

式中 ω 为方波的圆频率,且 $1/\omega = T/2\pi$, $U_0/2$ 及余下的部分分别为直流分量和交流分量,这样在接入 R 、 C 元件后,忽略方波发生器阻抗的影响时,加在电容器上的充电电压应为上式中直流全部与交流分量两部分之和,即各种频率的源信号瞬时值在电容器上电压之和,直流电压全部加在电容上,而交流分量由于电容的“隔直通交”作用,高频成分几乎在电容上没有分压,低频成分在电容上才有压降.同时由于 RC 串联电路被方波多次正反向交替充电之后,考虑到对称性,哪一个方向也不会占优势,固可以证明在 $t = T_n = t_1$ 时加在电容器上的电压即此时充电电压应为 $U_0(1 - e^{-t_1/\tau})$,比方波电压幅值低 $U_0 e^{-t_1/\tau}$,与用电路基本规律分析得出的结论一致.此时可以明显地看到充、放电规律与方波周期(频率)的紧密联系,而且只有当 $RC = \tau < T/10$ 时,才可以认为充放电过程是充分的,是接近理想情况的.

3 RC 电路中对时间常数的测定及要求

在纯 RC 电路或 RC 变形电路中经常要对时间常数进行精确测定,由引言部分可知电容放电当 $t = 0.698\tau$ 时, $U = U_0 \ln 2$,这就要求电容器上充放电曲线在 $t = \tau$ 时的电压与方波幅值电压作比较.由第二部分理论分析知, $t = t_p$ 时,电容器充放电曲线上电压最大值比方波幅值低 $U_0 e^{-t_p/\tau}$,而 t_p 接近 τ 甚至 $\tau > t_p$ 时此值更大;电容器上电压为放电过程及反向充电过程的叠加.此时可以证明^[3], RC 电路时间常数可转化为对电容器充电幅值 E_c 及方波幅值 U_0 的测定并由下式

$$\tau = \frac{T}{2 \ln \{ (U_0 + E_c) / (U_0 - E_c) \}}$$

计算,并且在 $t_p = T/2$ 时,上式化为

$$\tau = \frac{T}{2 \ln [2e^{t_p/\tau} - 1]}$$

测量过程中为减小实验误差,要从以下几方

面加以考虑:① 所加方波的频率不能太小,一般取 $\tau \approx T/10$ 即可,因为这样才可以认为在 $t = t_p$ 时加在电容器上的电压接近方波电压幅值 U_0 ,频率太小致使充放电曲线相对斜率过大, τ 的测量相对误差较大;② 所加方波的频率也不能太大,因为频率太大将使充电还未结束而放电已经开始了,放电尚未结束,下一个周期的充电又开始了,充放电均不充分;③ 示波器应选用输入阻抗很大的,且可以通过自身标准方波信号与外输入直流方波信号比较的示波器.由于大多数型号的示波器满足这一条件,示波器的影响可以忽略;④ 对电阻元件应选用频率对其阻值影响较小的碳膜电阻,对电容器应选用漏电流小的铝电容等;⑤ 如前所述,方波发生器输出阻抗要趋于零等.理论分析和实验结果证明了这几项.以下仅举一例来说明:在 RC 电路中测定时间常数 τ 时,电阻 $R = 3020\Omega$,电容 $C = 0.1025\mu\text{F}$,直流方波的圆频率 $\omega = 1646\text{Hz}$ (R 、 C 、 ω 的误差均在 0.5% 以内),满足了 $\tau \approx T/10$ 的条件,当充电电压为方波幅值的 63.2% 时,时间常数 τ 的测量值 $\tau_{\text{测}} = 0.00039\text{s}$,而时间常数 τ 的理论值 $\tau_{\text{理}} = 0.00038\text{s}$,误差仅为 2.6%;改变 R 、 C 的数值,同时相应改变方波频率使得 $\tau \approx T/10$ 的条件依然满足,同样可得 $\tau_{\text{测}}$ 与 $\tau_{\text{理}}$ 误差在 3% 以内,理论与实验符合得比较好.

本文给出了 RC 充放电电路中对时间常数测定的要求和实验结论,对 RC 电路充放电规律的理解及学生进行大学物理实验具有借鉴和指导作用.同时通过对未知 RC 电路时间常数的测定,进一步可以实现对电容 C 较准确的测定,因为 $C = \tau_{\text{理}}/R$.

参 考 文 献

- [1] 王开宗等.大学物理实验讲义.咸阳:西北轻工业学院,1990.74.
- [2] 孙骆生等.电工学基本教程.北京:高等教育出版社,1990.216.
- [3] 华中工学院等.物理实验(工科用).上海:高等教育出版社,1981.155,157.