### 铁氧体微波环形器的 COMSOL 仿真

#### 曹 潇 白翠琴

#### (复旦大学物理学系,上海 200433)

摘要:环形器是微波系统中一种常用的元件,能够选择出射端口定向传播微波.由于微波元件不同于低频的集中参数元件 学生不易形成清晰的物理图像.本文运用 COMSOL 软件建立了铁氧体环形器模型,使用散射矩阵元(*S*参数) 定量地研究了 几何参数对于环形器定向导波性能的影响,并确定了性能较优时对应的几何参数;通过电场分布图和能流流向图直观地展现 了微波在环形器中的传播行为.对学生建立环形器定向传输微波的物理图像很有帮助.

关键词:微波环形器; COMSOL; 模拟仿真 中图分类号: 0 4-1 文献标识码: A 【DOI】10.16854/j.cnki.1000-0712.220035

文章编号:1000-0712 (2022) 0 9-0063-06

微波通常指频率在 300 MHz~300 GHz 之间的 电磁波,其波长约在1mm~1m之间,跟常用的物 体尺寸大约在一个数量级,这一特点提供了一系 列典型的电磁场边值条件,因此微波在遥感、气 象、通讯等方面有重要的应用<sup>[1]</sup>.环形器是一种常 见的微波元件,在现代微波技术中应用广泛,比如 无线通讯、雷达等微波通讯系统中的收发模 块<sup>[2,3]</sup>.微波实验是大学物理实验中较为重要的一 个实验[4],环形器是微波实验中常见的元件,但由 于环形器不同于低频的集中参数元件,在现实的 实验教学中学生往往对环形器的物理图像感到陌 生.环形器通常是封装好的,这不利于学生对其内 部结构和微波在其中的传输行为进行深入了解, 也不利于探究元件的参数对实验造成的影响.为了 研究和设计环形器的结构,通常使用 HFSS、 COMSOL 等软件建立环形器模型进行仿真模 拟[5-8] 这些工作通常着重于设计工艺过程 缺乏 直观的物理图像(如场分布图等),导致学生很难 理解,不容易应用到教学实验中.

本文利用 COMSOL 的建模功能,建立了环形器 模型 模拟了微波在其中传播的行为和性质,通过元 件内场分布图、S 参数曲线等方法,较为清晰地呈现 微波在环形器中的传输行为.本文还用 COMSOL 探 究了几何尺寸对环形器性能的影响这一类现实中很 难研究的问题.这一项工作对于学生建立清晰的微 波传输图像具有重要的意义.

- 1 环形器原理分析
- 1.1 铁氧体材料

环形器中最重要的结构是铁氧体材料.铁氧体 材料是一种主要含有氧化铜、氧化锌等成分的磁性 材料.与铁磁性材料(如铁和钢)相比,铁氧体材料在 微波频段下有高的电阻率各向异性的磁导率张量. 这种各向异性是由外加的直流偏置磁场所诱导的. 假设铁氧体材料处在恒定偏置磁场 $H_0e_z$ 中,外加一 个角频率为  $\omega$  谐变的微波信号微扰 h,满足 $|h| \ll$  $H_0$ .电子的磁矩将会在这样的外场中发生拉莫尔进 动 如图 1 所示.磁矩运动方程为<sup>[9,10]</sup>

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{M}}{\mathrm{d}t} = -\mu_0 \gamma \boldsymbol{M} \times \boldsymbol{H} \tag{1}$$

其中 $\gamma$ 为电子的旋磁比 ,总磁场  $H = H_0 e_z + h$ . 总

磁化强度  $M = M_{s} + \overline{M}$  其中 $M_{s}$ 为直流饱和磁化强度,

#### M为微扰磁场造成的磁矩.

在小信号近似下计算,可以得到 *M* 与 *H* 的本 构关系为<sup>[9,10]</sup>

$$\boldsymbol{M} = [\boldsymbol{\chi}] \boldsymbol{H} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\chi}_{xx} & \boldsymbol{\chi}_{xy} & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{\chi}_{yx} & \boldsymbol{\chi}_{yy} & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} \end{bmatrix} \boldsymbol{H}$$
(2)

张量元素为

收稿日期: 2022-01-27; 修回日期: 2022-03-28

基金项目:复旦大学校级教学改革项目(FD2021A112)

作者简介: 曹 潇(2000—), 男, 云南玉溪人, 复旦大学物理学系 2019 级本科生.

通信作者: 白翠琴 E-mail: cqbai@ fudan.edu.cn

$$\chi_{xx} = \chi_{yy} = \frac{\omega_0 \omega_m}{\omega_0^2 - \omega^2}$$
(3)

$$\chi_{xy} = -\chi_{yx} = \frac{i\omega \,\omega_m}{\omega_0^2 - \omega^2} \tag{4}$$

其中  $\mu_0 = \mu_0 \gamma H_0$ 为拉莫尔进动频率  $\mu_m = \mu_0 \gamma M_s$ .



#### 图1 电子拉莫尔进动示意图

由本构关系可得磁导率张量为

$$\boldsymbol{\mu}_{n}\boldsymbol{\mu}_{0} = (\boldsymbol{I} + \boldsymbol{\chi}) \boldsymbol{\mu}_{0} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\mu} & \mathbf{i}\boldsymbol{\kappa} & \boldsymbol{0} \\ -\mathbf{i}\boldsymbol{\kappa} & \boldsymbol{\mu} & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{\mu}_{0} \end{bmatrix}$$
(5)

其中

$$\mu = \mu_0 \left( 1 + \frac{\omega_0 \omega_m}{\omega_0^2 - \omega^2} \right) \tag{6}$$

$$\kappa = \mu_0 \left( \frac{\omega \, \omega_m}{\omega_0^2 - \omega^2} \right) \tag{7}$$

可得 B 与 H 的关系为

$$\boldsymbol{B} = \boldsymbol{\mu}_{,\boldsymbol{\mu}_{0}} \boldsymbol{H} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\mu} & \mathbf{i}_{\boldsymbol{\kappa}} & \boldsymbol{0} \\ -\mathbf{i}_{\boldsymbol{\kappa}} & \boldsymbol{\mu} & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{\mu}_{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{H}_{x} \\ \boldsymbol{H}_{y} \\ \boldsymbol{H}_{z} \end{bmatrix}$$
(8)

式(8) 定性地表明磁导率张量能够使 $B_x$ 、 $B_y$ 都 包含 $H_x$ 和 $H_y$ 的线性组合,使得磁场方向改变.定量地



图 2 铁氧体对电磁波传播方向影响(以 TEM 波为例)

求解相对磁导率为张量的麦克斯韦方程<sup>[11,12]</sup>,可发现在铁氧体材料中磁场的偏振方向会发生改变,即旋磁性.如图2所示,一束电磁波进入加了偏置磁场的铁氧体后,由于旋磁性,磁场H′偏振方向发生改变根据E′×H′判断能流方向,可知电磁波传播方向发生了偏转.

#### 1.2 环形器原理

常用的环形器是一种 3 端口微波元件,它能把 一个端口输入的波定向地从另一个端口输出.环形 器的形状如图 3 所示 图 3(a)圆内箭头方向表明了 微波传播的方向,比如微波从端口 1 输入,那么它将 从端口 2 输出而不从端口 3 输出.



## (a) 环形器示意图 (b) 环形器实物图 图 3 环形器图

实验室的环形器装有1个永磁铁,其产生的偏 置磁场能使环形器内部铁氧体材料中的电子发生拉 莫尔进动,产生各向异性如式(5)所示的磁导率张 量,进而导致微波的定向传播.

环形器的性能一般用散射矩阵元(*S*参数)来衡量,假定微波从端口1入射[如图3(a)所示],3端口*S*参数的定义为<sup>[7,8]</sup>

$$S_{11} = 20 \, \lg \frac{|P_{11}|}{|P_i|} \mathrm{d}B$$
 (9)

$$S_{21} = 20 \, \lg \frac{|P_{21}|}{|P_i|} \mathrm{d}B$$
 (10)

$$S_{31} = 20 \, \lg \frac{|P_{31}|}{|P_i|} \mathrm{d}B \tag{11}$$





(c) 正视图及  $d_0$ 、 $d_1$  示意图



(d) 环形器内部实物图图 4 环形器实物及模拟图

其中  $|P_i|$ 为端口 1 入射波的时均功率流大小,  $|P_{11}|$ 、 $|P_{21}|$ 、 $|P_{31}|$ 分别为端口 1 反射波、端口 2 透 射波和端口 3 透射波的时均功率流大小,如图 3(a) 所示. $S_{11}$ 越小,表明端口 1 反射波占比越小,不容易 形成驻波,波的传输性质越好. $S_{21}$ 越大,表明端口 2 透射波占比越大. $S_{31}$ 越小,表明端口 3 透射波占比 越小.

环形器具有较优性能的标准是:  $S_{11}$ 和 $S_{31}较小, S_{21}较大.即微波从端口1定向流往端口2且驻波成分较少.$ 

#### 2 模拟设置

图 4 展示了已标明相应参数的环形器模型图和 实物图.环形器端口 1、端口 2 和端口 3 如图 4(a)、 (b) 所示设定,矩形端口的大小为 20 mm×10 mm.两 块铁氧体分别安装在上下 2 个底座上,如图 4(c)、 (d) 所示.底座和环形器内壁均是直流电导率很大 的金属(如银).

为了探究环形器的一些几何参数对环形器性能 的影响,设定如下几何参数:  $d_0$ : 铁氧体的高度,见图 4(c);  $d_1$ : 底座的高度,见图 4(c); K: 比例因子,用来 调控铁氧体三角形横截面的大小,当K=1时,铁氧 体横截面三角形边长为 10 mm,见图 4(b);  $K_2$ : 比例 因子,用来调控底座三角形横截面的大小,当 $K_2=1$ 时,底座横截面三角形边长为 10 mm,见图 4(b).

模拟使用 COMSOL 的射频模块.环形器内壁和

底座选用"理想电导体"边界条件;端口类型选择 "矩形"模式类型为"横向电场(TE)",模式数为 "10";铁氧体部分的电位移场模型设置为"介电损 耗"磁场本构关系为"相对磁导率",并设置各向异 性的磁导率张量.整个模型的方程选用频域下的 Maxwell 方程.

模拟中环形器偏置磁场*H*<sub>0</sub>、铁氧体饱和磁化强 度*M*<sub>3</sub>等相关物理量的设定是按照目前较为普遍的 环形器铁氧体参数进行设置的<sup>[78]</sup>.

#### 3 结果分析及讨论

图 5 展示了频率为 9.05 GHz 的TE<sub>10</sub> 波从端口 1 入射时 S 参数随各几何参数的变化曲线.在图 5(a) 中 S 参数随 $d_0$  变化关系图呈现出如下特征:  $S_{11}$  和  $S_{31}$ 呈现出谷的形式,谷底在 $d_0$  = 2.90~2.95 mm 附 近. $S_{21}$ 呈现出缓峰的形式,峰顶在 $d_0$  = 2.9 mm 附近.  $d_0$  = 2.9 mm 时 $S_{11}$ 最小(-43.04 dB)、 $S_{21}$ 较大(-0.06 dB)、 $S_{31}$ 较小(-25.35 dB) 根据式(9)、(10)、(11) S 参数的定义可知此时端口 1 反射的回波比例最小, 端口 2 透射的微波比例较大,端口 3 透射的微波比 例较小,此时微波能顺利地从端口 1 定向传播到端 口 2 ,环形器性能较好.越偏离 $d_0$  = 2.9~2.95 mm 区 域  $S_{11}$ 和 $S_{31}$ 将越大  $S_{21}$ 将越小 表明端口 1 回波成分 以及端口 3 透射波成分将越大,端口 2 透射波成分 越少,环形器定向导波功能越差.

图 5(b)、5(c)、5(d)中 *S* 参数也呈现出类似 图 5(a) 谷和峰的特征,说明只有几何参数在一定范 围内环形器才能更好地发挥作用.通过寻找 $S_{11}$ 最小、  $S_{21}较大$ 、 $S_{31}较小时对应的几何参数,可确定频率为$  $9.05 GHz 时,环形器性能最优时的几何参数为: <math>d_0$  = 2.9 mm、K = 1.0、 $K_2$  = 1.3 和 $d_1$  = 1.5 mm.

值得注意的是,图 5(b) 中 $S_{11}$ 和 $S_{31}$ 的谷及 $S_{21}$ 的 峰较(a)、(c)、(d) 中的谷和峰更加明显,说明 K(铁 氧体大小) 对于环形器的性能影响更大.



(a) S 参数随  $d_0$  变化关系图



为了较为清晰地看出几何参数对于环形器性能 的影响,画出不同d<sub>0</sub>和 K 对应的电场模分布图以及 时均能流流向图,见图 6.

当 $d_0$  = 3.3 mm 偏离最优参数时 [如图 6(a)], 端口 1 周围电场模出现了类似驻波的图样,说明其 回波成分较大,驻波的形成不利于微波的传输;从图 6(a)还可看出有一部分能流从端口 3 流出.以上这 些特点都与图 5(a)中 $d_0$  = 3.3 mm 时 $S_{11}$ 、 $S_{31}$ 相较于 2.9 mm 时大、 $S_{21}$ 相较于 2.9 mm 时小的特征相吻合, 此时环形器的传输方向选择性能较弱.





(a) d<sub>0</sub>=3.3 mm 场分布图

(b) K=0.5 场分布图



(c) 最优参数下场分布图

图 6 不同几何参数下的场分布图 [9.05 GHz 的 TE<sub>10</sub>波 从端口 1 入射; 灰度代表电场模的大小,单位是 V/m; 箭头代表时均能流方向; (c) 中的最优参数 指 d<sub>0</sub> = 2.9 mm、K=1.0、K<sub>2</sub> = 1.3 和 d<sub>1</sub> = 1.5 mm]

当K=0.5 时 [图 6(b)],端口 1 周围电场模也 出现了类似驻波的图样,说明其回波成分较大、 $S_{11}$ 较大,驻波的形成不利于微波的传输;且能流较为均 匀地流向端口 2 和端口 3 ,说明 $S_{21}$ 和 $S_{31}$ 相当,环形器 丧失了仅选择端口 2 出射的能力,这些特征都对应 于图 5(b)中 *S* 参数的行为.此时环形器的导波能力 极差.当几何参数取最优参数时 [图 6(c)],端口 1 周围无明显的驻波图样, $S_{11}$ 较小,为-43.0 dB(图 5),无驻波形成微波能顺利地传输;能流箭头方向 由端口 1 指向了端口 2 ,说明环形器传输方向选择 性能较好.

在最优参数 $d_0$  = 2.9 mm、K = 1.0、 $K_2$  = 1.3 和 $d_1$  = 1.5 mm 下进行频率扫描,得到频域下的 *S* 参数图,见图 7(a)所示.按照一般标准<sup>[7 8]</sup>  $S_{11}$ 和 $S_{31}$ 低于-15 dB  $S_{21}$ 大于-0.5 dB 就可以认为环形器具有定向传输微波的能力.图 7(a)中 *S* 参数满足此要求的频率范围大致是 8.8~9.5 GHz,这便是环形器的工作频带.此频带与实验室中常用的环形器的频带是基本吻合的.

图 7(b) 频率 8.00 GHz 在工作频带之外,电场 模在端口1周围出现驻波图样,能流有较大一部分 流向了端口3,此时环形器定向导波能力差.图 7(c) 频率 9.05 GHz 在工作频带之内,能流从端口1几乎 全部流向端口2,此时环形器定向导波能力较好.

图 8 展示了微波从端口 2 和端口 3 入射时的场 分布图.结合图 7(c) 微波仅从端口 1 入射的情况, 可以看出环形器的导波方向是端口 1 到端口 2,端 口 2 到端口 3 ,端口 3 到端口 1 ,满足图 3(a) 规定的 绕行方向.



(a) S 参数随频率变化关系图



(b) 8.00 GHz

(c) 9.05 GHz

图 7 不同频率下的 S 参数变化和场分布图(TE<sub>10</sub>波从端口 1入射; 灰度代表电场模的大小,单位是 V/m; 箭头代 表时均能流方向)





(a) 从端口 2 入射

(b) 从端口 3 入射

- 图 8 9.05 GHz 的 TE<sub>10</sub>波从不同端口入射的场分布图(灰度代表电场模的大小 单位是 V/m;箭头代表时均能流方向)
- 4 总结

本文使用 COMSOL 软件建立了微波铁氧体环

形器模型,利用 S 参数定量分析了几何参数 $d_0$ 、K、  $K_2$ 和 $d_1$ 对环形器性能的影响,并找到了使得环形 器性能较好的最优参数:  $d_0$  = 2.9 mm、K = 1.0、 $K_2$  = 1.3 和 $d_1$  = 1.5 mm,确定了环形器模型的工作频带 约为 8.8~9.5 GHz.通过绘制电场模分布图和能流 流向图等方法较为直观地展示了不同几何参数和 不同频率下微波在环形器中的传输行为,展示了 环形器只能在一定几何参数和工作频带下定向导 波的特点.本文的工作弥补了传统微波实验图像不 清晰的缺点,有利于加深同学们对于环形器物理 图像的理解.且模拟工作对实验时的频率选择、环 形器的设计等均有指导作用.可以根据模拟结果, 在实验中选择合适的频带进行扫描;并且本文分 析几何参数对 S 参数的影响的整套方法还可以用 于环形器结构的设计.

#### 参考文献:

- [1] 张德海,郑震藩,姜景山."神舟"四号中的微波遥感[J].物理,2004(1):49-53.
- [2] 陈文兵. 基于带线环形器的非互易负群时延电路[J]. 电讯技术, 2018 58(3): 338-343.
- [3] 周雁翎,王小陆. 配置环行器的雷达馈线系统驻波特 性研究[J]. 雷达科学与技术, 2018(4):435-438.
- [4] 庄娟 李雪春 ,杨华 ,等. 虚实结合微波系列实验教学 改革探索[J]. 物理与工程 , 2019(z1): 34-36.
- [5] 杨现志 /葛俊祥 ,李浩 ,等. X 波段波导环形器的设计 与实现[J]. 中国电子科学研究院学报 , 2016 ,11(6): 659-662.
- [6] 范宇. 宽带 X 波段波导结环行器的研究 [J]. 雷达科学 与技术, 2008 6(4): 315-317.
- [7] 郝天琪.基于铁氧体的微波环行器/隔离器的研究与设计[D]. 南京邮电大学 2019.
- [8] 柯浩. 5GHz 微带环形器的仿真设计及制备研究 [D].华中科技大学, 2016.
- [9] David M. Pozar. 微波工程[M].3 版.张肇仪 ,等 ,译.北 京: 电子工业出版社 2010: 380-415.
- [10] R. E. Collin. Foundations for microwave Engineering [M]. 2nd ed. IEEE Press, 2000.
- [11] 蔡圣善 朱耘 徐建军.电动力学[M].2版.北京:高等 教育出版社,2002:180-229.
- [12] John David Jackson. Classical electrodynamics [M]. 3rd ed. John Wiley&Sons Inc ,1999: 302–335.

#### COMSOL simulation of ferrite microwave circulator

CAO Xiao , BAI Cui-qin

( Department of Physics , Fudan University , Shanghai 200433 , China)

Abstract: The circulator is a commonly used element in the microwave system, which is capable of selecting the directional propagation of microwaves. Since the microwave element is different from a low frequency centralized parameter element, the students are not easy to form a clear physical image. In this paper, the model of ferrite circulator is established by using COMSOL software. The influence of geometric parameters on the directional guided wave performance of circulator is quantitatively studied by using scattering matrix element (*S* parameter), and the corresponding geometric parameters when the performance is better are determined; The propagation behavior of microwave in the circulator is intuitively displayed by electric field distribution diagram and energy flow direction diagram. It is very helpful for students to establish the physical image of directional transmission of microwave by circulator.

Key words: microwave circulator; COMSOL; simulation

(上接20页)

# Potential algebra of Schrödinger equation with Coulomb potential constraint and supersymmetric spontaneous breaking

WANG Hai-nan, WEN Li, CHEN Jian-lan, XIONG Lu-lin, LUO Guang

( College of Physics and Electronic Engineering , Chongqing Normal University , Chongqing 401331 , China)

Abstract: Supersymmetric quantum mechanics is a very important method in solving the exact solution of Schrödinger's equation. The solution of Schrödinger equation with the Coulomb potential is also a classic problem in quantum mechanics. Based on supersymmetric quantum mechanics, it is also undoubtedly of great significance to study the potential algebra related problems of the stationary Schrödinger equation with Coulomb potential. The potential algebraic correlation problems of the stationary Schrödinger equation with Coulomb potential are studied based on Supersymmetric Quantum Mechanics. First, the shape invariance of partner potential is deduced from the superpotential of radial equation and angular equation, and the eigenvalue and the zero energy ground state wave function of those equations are acquired. Then, the shape invariance is discussed with potential algebraic method. Finally, starting from the radial wave function is not normalizable, we discuss the supersymmetry spontaneous broken.

Key words: shape invariance; supersymmetry spontaneous broken; potential algebra; Coulomb potential

#### (上接 50 页)

the perspective of analytical mechanics. The factors affecting the coupled motion state of Wilberforce pendulum are analyzed , and the experiment is used to study the influence of moment of inertia of Wilberforce pendulum on the coupled motion state. Wilberforce pendulum undergoes three motion states with the increase of moment of inertia: strong coupling , weak coupling and approximate decoupling. control variates are used to study the influence of the initial elongation of the string on the motion of Wilberforce pendulum. The results are in good agreement with the theoretical analysis.

Key words: Wilberforce pendulum; moment of inertia; coupled vibrations; Fourier analysis