

文献阅读笔记及相关问题讨论

03.12.2017

阅读笔记

A chain that accelerates rather than slows, due to collisions: how compression can cause tension

Anoop Grewal, Phillip Johnson,^y and Andy Ruina^z
Department of Mechanical Engineering, Cornell University, Ithaca, NY 14853
(Dated: March 13, 2011)

I. 主要观点

一条链子竖直落在地面上，它会被拉近地板（而不是推开）。原因在于，不断地有链子撞击地面从而减速，但它们也同时被上面的链子拖慢，从而使上面的链子加速。

II. 主要内容

1. 链子被拉向地面的程度有多大（链子的加速在理论上有一个限度）
2. 链子的设计如何影响这个限度
3. 实验结果：其中一种链子（即题目中的模型，不妨称其为梯子模型）如何被吸进地板

III. 理论分析

1. 合适的落体图像： $N_2 > 0$

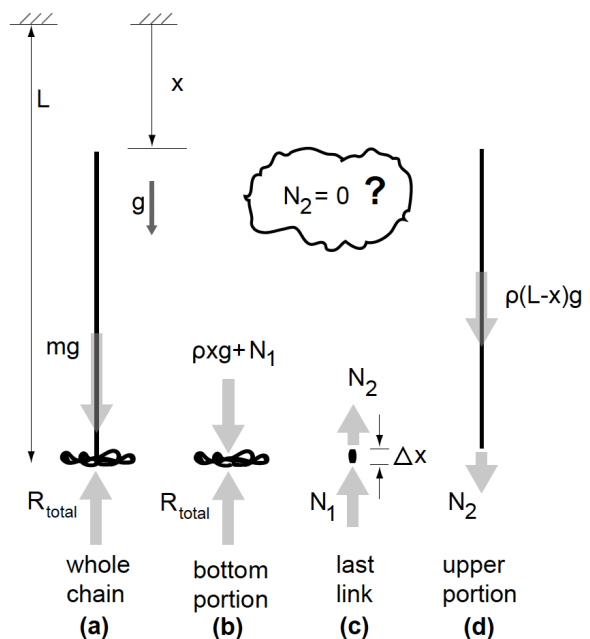
如果我们仍用常规方法求解变质量问题，我们假设链子末端加速度为 g ，我们将得到 $N_2 = 0$

2. 动量守恒

$$\ddot{x} = g + \left(\frac{N_2}{N_1 + N_2} \right) \frac{\dot{x}^2}{L - x}.$$

3. 假设正的机械能耗散： $N_1 \geq N_2$ quasi-thermodynamic restriction:

$$dU = \frac{1}{2} dx (N_1 - N_2).$$



IV. 寻找 $N_2 > 0$ 的实例

*此处为我们提供了一个理论求解梯子模型的思路!

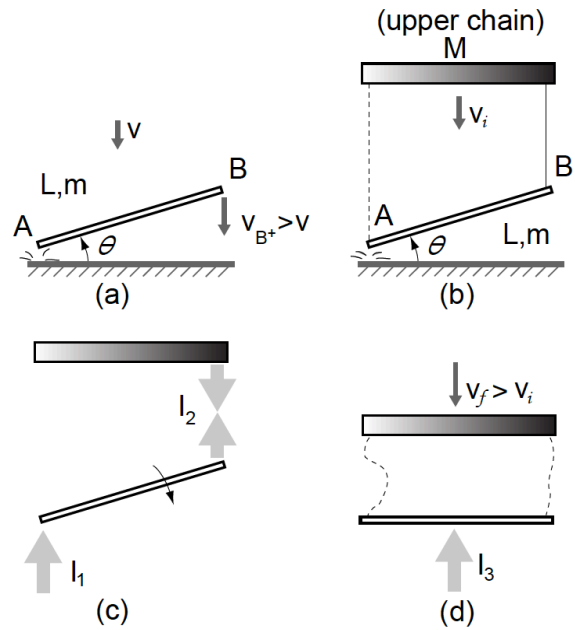
假设所有的棒子具有相同的质量 m 和长度 L , 并且与水平面有一个小角度 θ ($\theta \ll 1$), 它们以速度 v 竖直落向坚硬地面。

1. 先考虑一根棒子的情形

当A接触地面后(假设这是黏性碰撞, 即A点不会移动), B端因为角动量守恒而加速, 这说明B端碰撞地面的速度将大于A。

这里直接给出了B的速度, 并没有阐明原因:

$$v_B^+ = 3v/2 > v.$$



2. 再考虑接上了许多棒子

这里直接给出了各个冲量, 并没有阐明原因:

$$I_1 = mv/3 \quad \text{collision of A}$$

$$I_2 = mv/6 \quad \text{collision of B}$$

$$I_3 = mv/2 \quad \text{final collision with the ground.}$$

假设链子是连续体, 使用 $N_2 = N_1/5$, 得到最后的运动学方程:

$$dv/dt = \frac{v^2}{6(L-x)} + g,$$

V. 实验部分

1. 实验参数

总长度：1.251m (上下2mm)

总质量：218g (上下2g)

节数：25

释放高度*：2.01m

下落总时间：0.59s

超过距离：7.6cm

释放方式：机械释放

(*释放高度：释放点离桌面的高度)

木棍

材料：木头

形状：圆柱体

平均长度：10.5cm

半径：1.25cm

平均倾角：13度

中心点平均距离 (两根木棒质心间距)：5.21cm

悬线

材料：Vectran fibers / Nylon

*Vectran高强度聚芳酯纤维 特点：低延伸性，低吸湿性及耐湿耐磨性

摄像

机器：Phantom V7.1 camera

帧频：2000fps (iphone7 60fps)

2. 其他考虑

- 1) 忽略空气阻力
- 2) 忽略链子内部的张力
- 3) 实验过程中交换两条链子

VI. 讨论

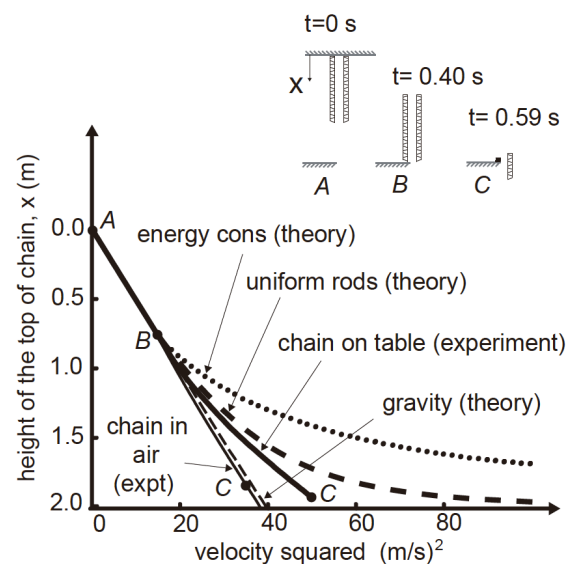
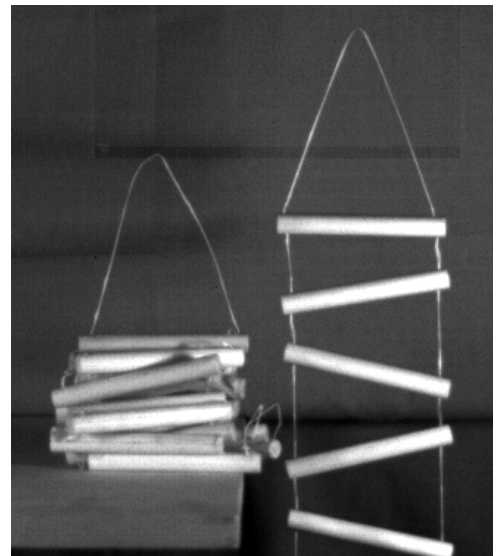
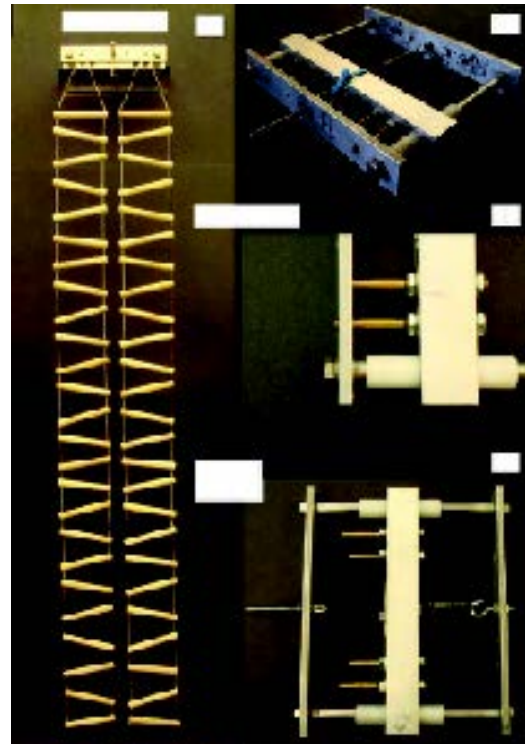
Gravity (theory): 以加速度g下落

Chain in air (expt): 自由下落 (实验)

Chain on table (experiment): 下落到桌面 (实验)

Uniform rods (theory): 用 $N_2=N_1/5$ 理论预测

Energy cons (theory): 用 $N_2=N_1$ 理论计算，即非负耗散链的加速上限



问题讨论

1. 改变实验参数，在何种情形下，这个现象会更明显？

文献中实验部分没有给出相关公式也没有给出定性分析，而是直接给出了实验参数。实验材料、木棍节数、木棍大小、木棍形状和释放高度是否会影响实验结果并未提及。

*释放高度：释放点离桌面的高度

2. 估算：每根棍子大小合适的情况下，连25根棍子，链条的总质量各是多少？

按照康奈尔实验的相关数据并忽略小孔，总体积约为 0.05m^3

材料	密度 (g/cm^3)	总质量 (kg)
铁	7.86	9.825
铝	2.7	3.375
木	0.60	0.75

3. 实验中它们用的是圆棍，可否用扁平的木条？

文献中没有通过实验考查木棍形状对实验结果的影响，只提到链条的形状将影响下落的加速度，并未阐明将如何影响，但肯定链条的耗散性和弹性影响很大。