

深入分析NaI γ 谱仪测量的 γ 能谱

於逸骏 乐永康*

复旦大学物理学系

中国上海邯郸路220号

08300190002@fudan.edu.cn

2011-6-27

摘要

本文利用了NaI(Tl)单晶 γ 能谱仪测量放射性物质的 γ 能谱, 主要以 ^{137}Cs 和 ^{60}Co 为例, 并对其进行了比较深入地探讨。对全能峰、康普顿平台、反散射峰的物理机制进行了解释; 在估算出能量分辨率的情况下对康普顿平台的形状进行了计算机模拟; 测量了反冲电子角分布并与理论计算值作比较。

关键词: NaI γ 谱仪; 康普顿平台; 反冲电子; γ 能谱

Abstract: The paper is mainly concerned about the γ ray detection using an NaI(Tl) single crystal γ ray spectrometer. The mechanisms of the full energy peak, Compton platform, and backscattering peak in γ ray spectra are discussed. The shape of the Compton platform is simulated through computer calculation with the estimation of the energy resolution. Finally, the angular distribution of the recoil electrons are both calculated by theory and measured by experiments.

Keywords: NaI(Tl) single crystal γ ray spectrometer; Compton platform; recoiled electrons; γ ray spectra

1 原理简述

γ 射线与物质有三种相互作用, 分别是光电效应, 康普顿效应和电子对效应。NaI(Tl)单晶 γ 能谱仪主要利用了光电效应来“捕获” γ 射线的能量, 达到进行探测的目的。而康普顿效应和电子对效应在 γ 射线的探测中主要起到了“捣乱”的作用, 因为它们的存在使 γ 射线的能量被分成多个部分, 一部分逃逸, 另一部分被闪烁体计数, 由此得到的能量计数是失真的, 这也是实验中观测到的康普顿平台、反散射峰等等峰形的来源。

一般来说, 探测的准则总是要求尽可能地保持被探测物本身的真实性质而不引入别的误差, 但对 γ 射线的探测上要做到不引入误差十分困难。因为 γ 射线与物质的三种相互作用方式各有一定的比例发生, 三种方式所占的比例与 γ 射线能量和原子序数有关, 如图1所示。

所以从测量准确性的角度来说, 探测 γ 能谱时需要区分哪些是真实的能谱, 哪些是由于相互作用而产生的赝能谱而应予以扣除。

而如果从物理的角度来看, 测量得到的 γ 能谱中蕴含了相当多的信息, 能观察到 γ 和物质的三种相互作用, 测定一些基本的物理参数, 验证理论的正

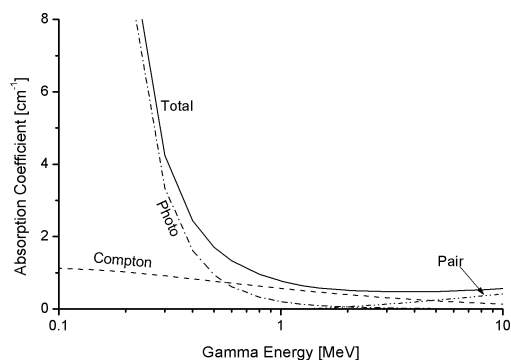


Figure 1: γ 射线与物质的相互作用[1]

确性。

综上所述, 无论是从测量还是物理意义的角度来说, γ 能谱的解谱都至关重要。

具体的实验装置以及步骤请参阅参考文献[2], 这里不再赘述。本文中的 γ 能谱采用FJ-374 γ 能谱探头及光电倍增管, 配合计算机采集系统采集。

2 对能谱中的峰形解释

^{137}Cs 的能谱如图2所示，其中A为全能峰，B为康普顿平台，C为反散射峰，D为 ^{137}Cs 的 β 衰变子体 ^{137}Ba 退激时发生内转换效应放出的K系的X射线特征峰（约32keV）[2]。下面探讨一下这些峰形成的机制。

2.1 全能峰

全能峰被称为全能峰，是因为有各种不同的机制对这个峰有贡献，简单地可以看做主要由两部分的贡献构成。

第一部分是由单次的光电效应引起的，占贡献的绝大多数。高能 γ 射线把能量完全交给了电子，此后，被碰撞的电子克服结合能后将所有能量转换成荧光，另一方面被碰撞的电子离开原子核束缚后形成一个空位，高能级的电子填充空位也会发出荧光，所以整个过程中 γ 射线所有的能量最后都被转化为荧光从而被记录。这一过程相当于把一份 γ 射线的能量均分给了很多个可见光子的能量从而被光电倍增管记录。所以说这部分是对 γ 射线能谱无损的记录。

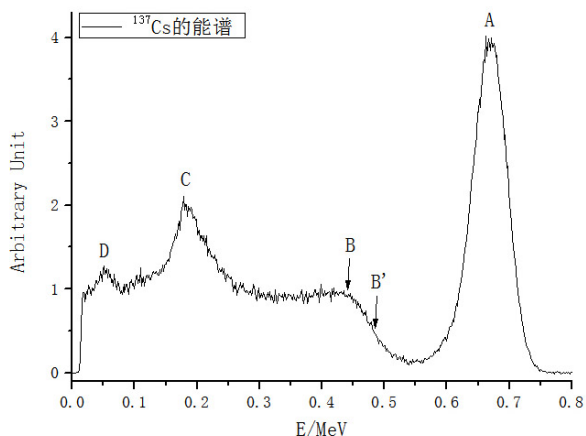


Figure 2: ^{137}Cs 的 γ 能谱

第二部分可以被称为多次效应的贡献。其原因就是由于 γ 射线在闪烁体内不止一次地与物质发生了相互作用。比如先发生一次康普顿散射，散射后的电子的能量产生一部分荧光；而散射后的 γ 射线又发生了一次光电效应，光电效应产生的光电子又会产生一部分荧光。由于光速极快，两部分荧光都是在很短时间内完成，远小于仪器的分辨率，故仪器记录了两部分能量的加和，也就正好是入射 γ 射线的能量。类似地过程也会在全能峰处给出贡献，但

多次效应的概率要远小于单次效应，所以相对贡献的比例也不是很大。但如果把全能峰称作光电峰是有失偏颇的，完全忽略了多次效应的存在。

2.2 康普顿平台

康普顿平台的产生是由于光子和近自由电子的非弹性碰撞造成的，入射 γ 射线和原子核外层电子进行康普顿散射，散射后的电子得到一定的能量产生荧光，散射后的光子逃逸出闪烁体。康普顿效应具体的推导请见参考文献[3]。主要的结论有：

$$E'_e = \frac{\alpha(1 - \cos\theta)E_\gamma}{1 + \alpha(1 - \cos\theta)}$$

$$E'_\gamma = \frac{E_\gamma}{1 + \alpha(1 - \cos\theta)} \quad (1)$$

其中， E'_e 为反冲电子的能量， E'_γ 为散射光子的能量， E_γ 为入射 γ 光子的能量， $\alpha = E_\gamma/m_0c^2$ 为入射光子能量与电子静止能量之比。

当 $\theta = 0$ 时， $E'_{e\min} = 0$ ，不发生散射；

当 $\theta = \pi$ 时， $E'_{e\max} = \frac{2\alpha}{1+2\alpha}E_\gamma$ ，反冲电子能量最大。

在此能量区间内反冲电子连续分布，散射电子数随 θ 变化不是很大，形成一个平台，称为康普顿平台， $E'_{e\max}$ 处对应的位置就称为康普顿边缘。

在图2中，到底应该取B处还是半高位置B'处作为康普顿边缘，将在后文讨论。

2.3 反散射峰

由于闪烁体并不会和所有 γ 射线相互作用，所以总有 γ 射线逃逸出闪烁体，而又未能幸免地和仪器的其他部分相互作用，比如在光电倍增管、仪器内壁等等位置发生康普顿散射，若散射后的 γ 光子又回到闪烁体内与闪烁体发生相互作用，那么就会被记录下来，这样形成的峰叫反散射峰。反散射峰的位置总在 $\frac{E_\gamma}{1+2\alpha}$ 处，这正对应于以 π 角度散射的光子的能量。不难理解 π 角度散射的 γ 射线最容易回到闪烁体内，而以其他角度散射的 γ 射线绝大部分都逃逸出了仪器。

电子对效应产生的湮灭峰[2]在 ^{137}Cs 的能谱测量中不会出现，故先不讨论。X射线特征峰[3]也不是本文的主题，也不进行讨论。

3 康普顿平台的峰形模拟

3.1 峰形的理论推导

散射光落在单位立体角 Ω 的概率就是微分散射截面,对于无偏振的均匀入射光, Klein-Nishina公式给出微分散射截面为:

$$P(\Omega) = \frac{d\sigma}{d\Omega} \propto \left(\frac{E'_\gamma(\theta)}{E_\gamma}\right)^2 \left(\frac{E'_\gamma(\theta)}{E_\gamma} + \frac{E_\gamma}{E'_\gamma(\theta)} - \sin^2 \theta\right) \quad (2)$$

由于康普顿效应中反冲电子散射角 φ 和光子散射角 θ 之间的关系

$$\tan \varphi = \frac{\cot(\theta/2)}{1 + \alpha} \quad (3)$$

是单调的,所以电子以 φ 角散射的概率等于光子以 $\arctan(\frac{\cot(\theta/2)}{1+\alpha})$ 角散射的概率。而每个散射角对应的能量也是唯一的,所以光子以 E'_γ 散射的概率等于电子以能量 $E'_e = E_\gamma - E'_\gamma$ 散射的概率,两者是一一对应的关系。所以可以通过(2)式求得散射光子以及反冲电子的能谱[4]。

由链式求导法则以及反函数求导法则,容易得到:

$$P(E'_e) = \frac{d\sigma}{dE'_e} = \left(\frac{dE'_e}{d\theta}\right)^{-1} \frac{d\Omega}{d\theta} \frac{d\sigma}{d\Omega} \quad (4)$$

$$P(E'_\gamma) = \frac{d\sigma}{dE'_\gamma} = \left(\frac{dE'_\gamma}{d\theta}\right)^{-1} \frac{d\Omega}{d\theta} \frac{d\sigma}{d\Omega} \quad (5)$$

对(4)式进行具体计算,得到反冲电子的能谱为:

$$I(E'_e) \propto \frac{1}{E_\gamma + E'_e} \left[\frac{E_\gamma - E'_e}{E_\gamma} + \frac{E_\gamma}{E_\gamma - E'_e} + \frac{1}{\alpha^2} \left(\frac{E'_e}{E_\gamma - E'_e}\right)^2 - \frac{2}{\alpha} \frac{E'_e}{E_\gamma - E'_e} \right] \quad (6)$$

对于 $E_\gamma = 0.662 \text{ MeV}$ 的 ^{137}Cs 来说,在 $0 \leq E'_e \leq \frac{2\alpha}{1+2\alpha} E_\gamma = 0.478 \text{ MeV}$ 时,能谱由(6)式给出;若 $E'_e > 0.478 \text{ MeV}$,则由(1)式的限制,对能谱的贡献恒为0。

对于反冲电子能谱作图,得到理论推导下的康普顿平台峰形,见图3中的虚线。可以看见平台的边缘高起,并发生突变,和实验符合得不好。下面一节来给出说明和修正。

3.2 能量分辨率对能谱形状的影响

由于仪器的能量分辨率有限,所以一个点脉冲信号在测量时会发生展宽,展宽后的脉冲信号可以近

似为一个高斯分布的峰。

$$\delta(E - E_0) \rightarrow C e^{-\frac{(E-E_0)^2}{2\sigma^2}}$$

上式中的方差 σ 正比于能量分辨率 ϵ 。可以证明[3],能量分辨率 ϵ 可以表达为: $\epsilon = \frac{C}{\sqrt{E}}$ 其中C为常数,它的值和能量,闪烁体转换效率、光收集效率、光阴极的量子效率有关。很容易理解低能部分分辨率总是差一些,而高能部分能量分辨率总是好一些,但实际上整条能谱上除了接近零点处以外,能量分辨率差异不是很大。故可以取为常数,本文中,将取 0.662 MeV 实验测得值10%,相应的 $\sigma = 0.028$ 。

由于能量分辨率的限制,展宽的信号会对其邻近道数上的计数给出贡献,所以有:

$$I_\sigma(E) = \int_0^{+\infty} I(E') e^{-\frac{(E-E')^2}{2\sigma^2}} dE' \quad (7)$$

根据(7)式,对能谱作数值模拟的弥散修正,见图3中的蓝色实线。

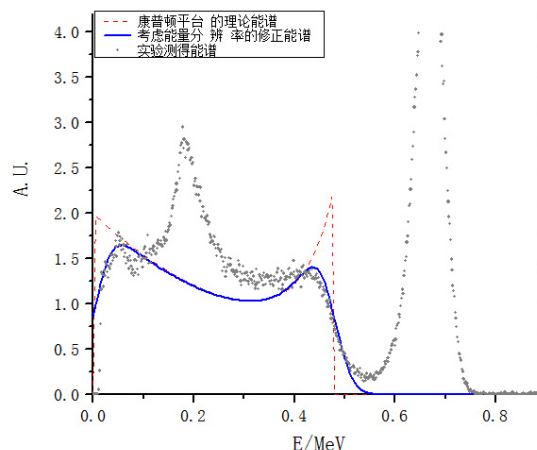


Figure 3: ^{137}Cs γ 能谱康普顿平台的模拟

可见修正后的曲线对比实验数据大致趋势符合得较好,只是计算得到的曲线弧顶更加弯曲。

值得注意的是,理论计算出的康普顿边缘位于经过弥散修正的康普顿峰形的半高位置,这也就证明了从能谱图中读取康普顿边缘要读半高(图2中的B'点)而不能读看似边缘的那点(图2中的B点),这就是能量分辨率对于的能谱形状的最直接影响。

另外,笔者对 ^{60}Co γ 能谱的康普顿平台也进行了计算机模拟, ^{60}Co 的 γ 能谱有两个全能峰,所以也应有对应的两个康普顿平台,只是一个可能淹没在了全能峰里。将两个全能峰峰高之比设为康普顿平台高度之比,进行数值计算得到了图(4),峰形趋

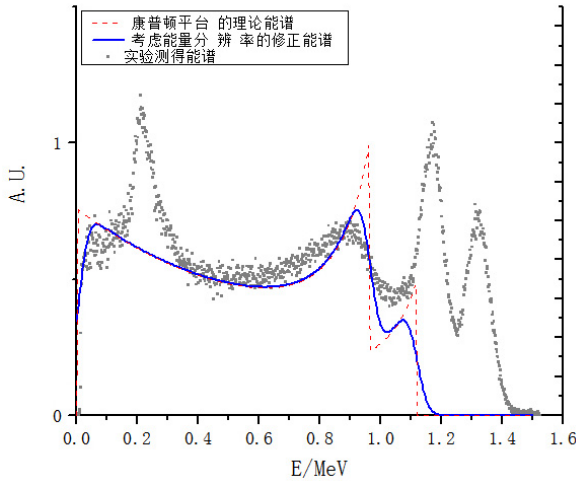


Figure 4: ^{60}Co γ 能谱康普顿平台的模拟

势与实验测得大致吻合，但能量较高的那个康普顿平台的弧顶比实验值要低。这是由于第二个康普顿平台与 1.17MeV 处的全能峰离得较近，受其影响所致。

4 反冲电子的角分布

由(2)式和(1)式，按照(4)式的推导方式，再结合(3)式，考虑到光子-电子一一对应的关系，应用链式求导法则，即可求得反冲电子的角分布。

$$I_{\sigma}(\varphi) = \frac{d\sigma}{d\Omega} \frac{d\Omega}{d\theta} \frac{d\theta}{d\varphi} \quad (8)$$

由(3)式，

$$\theta = 2 \arctan\left(\frac{\cot \varphi}{1 + \alpha}\right) \quad (9)$$

$$\frac{d\theta}{d\varphi} = -\frac{2 \csc^2 \varphi}{(1 + \alpha)[1 + \cot^2 \varphi / (1 + \alpha)^2]} \quad (10)$$

将(10)式和(2)式代入(8)式，将其中所有的显含 θ 的部分替换为由(9)式决定的以 φ 为参数的函数，即求得反冲电子的角分布 $I_{\sigma}(\varphi)$ 。由于公式太繁琐，故不再列出，有兴趣的可以参阅参考文献[5]。

利用计算机绘图，参见图5。由计算的结果可知，康普顿电子以大约20度左右的散射角散射的概率最大，并且康普顿电子不可能以大于90度的散射角散射。

能谱经过适当的变换也能得到反冲电子角分布的实验值，具体的方法是：先对能谱数据作变换，先用(1)式把散射电子能量轴变换为光子散射角 θ 轴，

再利用(3)式将光子散射角 θ 轴变换为反冲电子散射角 φ 轴，最后得到的数据见图5。

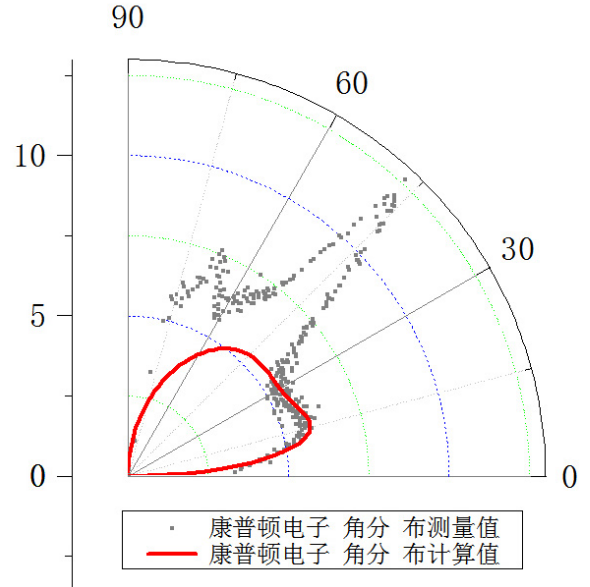


Figure 5: 康普顿反冲电子角分布(计算值和实验值)

实验数据在30度之前和计算得到的数据符合地很好，但由于反散射电子和X射线特征峰的干扰，在30度以后实验数据远远偏离于计算值。

5 结论

本文对NaI(Tl)单晶 γ 能谱仪测量的能谱进行了深入的分析：分析了各个峰形成的原因；对康普顿平台进行了峰形模拟，得到的结果和实验测量比较符合；对反冲电子的角分布进行了计算，实验数据在没有干扰峰的情况下(30度以前)与计算结果符合得比较好。

参考文献

- [1] Gamma Ray, from Wikipedia http://en.wikipedia.org/wiki/File:Gamma_Abs_Pb.png
- [2] 戴道宣等. 《近代物理实验》[M],北京:高等教育出版社,2006.
- [3] 杨福家. 《原子物理学(第四版)》[M],北京:高等教育出版社,2008.
- [4] L.Anderson, "Compton Scattering", 2007. <http://ugastro.berkeley.edu/~landerso/compton.pdf>
- [5] 戴雾昕,刘弋. 《一种测量康普顿反冲电子角分布的方法》. 物理实验[J],18(1),1998.