

文章编号:1007-2934(2007)04-0066-04

用最小二乘法验证转动惯量的平行轴定理

刘竹琴

(延安大学,延安,716000)

摘 要 提出用最小二乘法验证转动惯量平行轴定理的新方法,并通过实验证明了该方法的可行性。

关键词 转动惯量;平行轴定理;最小二乘法;扭摆

中图分类号:O241.2 **文献标识码**:A

1 引言

目前,各高校大学物理实验课普遍开设“物体转动惯量的测定”这一实验^[1],使用的仪器是 TH-1 型智能转动惯量测试仪。利用该仪器是通过测量扭摆的周期来计算物体的转动惯量,同时还可以验证转动惯量的平行轴定理^[2]。为了拓宽测量方法,本文提出利用最小二乘法验证转动惯量的平行轴定理,方法简单,又具有很强的说服力,下面介绍实验原理和实验方法。

2 实验原理

2.1 系统转动惯量与扭摆周期的关系

扭摆装置如图 1 所示,在垂直轴 1 上装有一根片状的螺旋弹簧 2,用以产生恢复力矩。在轴的上方可以装上各种待测物体。垂直轴与支座间装有轴承,以降低摩擦力矩。3 为水平器,用来调整系统平衡

将物体在水平面内转过一角度后,在弹簧的恢复力矩作用下物体就开始绕垂直轴作往返扭转运动。根据虎克定律,弹簧受扭转而产生的恢复力矩 M 与所转过的角度 θ 成立比,即

$$M = -K\theta \quad (1)$$

式中, K 为弹簧的扭转系数。

又根据转动定律,转动系统所受合外力矩 M 合与角加速度 β 的关系为

$$M_{\text{合}} = I\beta \quad (2)$$

式中, I 为该系统对回转轴的转动惯量,合外力矩 M 。主要由弹簧受扭转而产生的恢

收稿日期:2007-09-16

复力矩 M 和轴承的摩擦阻力力矩构成,若忽略轴承的摩擦阻力力矩,则 $M_{\text{合}} = M$,即

$$\beta = -\frac{K}{I}\theta \quad (3)$$

令 $\omega^2 = \frac{K}{I}$, 则 $\beta = \frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{K}{I}\theta = -\omega^2\theta \quad (4)$

上述方程表示扭摆运动具有角简谐振动的特性,角加速度与位移成正比,且方向相反.此方程的解为:

$$\theta = A\cos(\omega t + \varphi) \quad (5)$$

式中, A 为简谐振动的角振幅, φ 为初相位, ω 为角速度,此简谐振动的周期为

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{I}{K}} \quad (6)$$

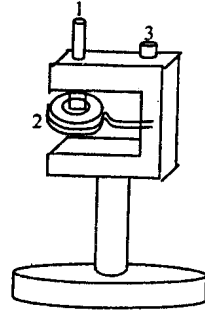


图1 扭摆装置

2.2 平行轴定理的验证

将金属细杆中心通过夹具固定在扭摆转轴上,将两个大小、质量均相等的金属滑块对称地套在金属杆上,设金属滑块质心轴 C 距扭摆转轴 O 的距离为 d ,金属滑块的质量为 m ,相对于质心轴 C 的转动惯量为 I_c ,根据平行轴定理,金属滑块对扭摆转轴 O 的转动惯量为

$$I_1 = I_c + md^2 \quad (7)$$

又设夹具对扭摆转轴 O 的转动惯量为 I_2 ,金属细杆对扭摆转轴 O 的转动惯量为 I_3 ,则整个系统对扭摆转轴 O 的转动惯量为

$$I = 2I_1 + I_2 + I_3 = 2I_c + I_2 + I_3 + 2md^2 \quad (8)$$

因 I_c, I_2, I_3 均为常数,故令 $I_0 = 2I_c + I_2 + I_3$,

则式(8)可表示为 $I = I_0 + 2md^2 \quad (9)$

又由式(6)得,系统的转动惯量 I 与系统的摆动周期 T 的关系为

$$I = \frac{K}{4\pi^2} T^2 \quad (10)$$

由式(9)、(10)得,

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{K} I_0 + \frac{8m\pi^2}{K} d^2 \quad (11)$$

上式反映出金属滑块的位置 d 改变时对转动的的影响,用最小二乘法作线性拟合,令 $y = T^2$, $x = d^2$,

$$a = \frac{4\pi^2}{K} I_0, b = \frac{8m\pi^2}{K}$$

则式(11)变为

$$y = a + bx \quad (12)$$

从 n 组 (x_i, y_i) 值,可求得 a 、 b 值及相关系数 r ,若 r 接近 1,说明 T^2 与 d^2 线性显著相关,平行轴定理得到了验证.

3 实验方法与测量举例

3.1 实验装置的调节

智能刚体转动惯量测试仪是由扭摆、主机和光电传感器三部分组成。主机采用新型的单片机作控制系统,用于测量物体转动和摆动的周期,能自动记录、存贮多组实验数据并能够精确地计算多组实验数据的平均值。光电传感器主要由红外发射管和红外接受管组成,将光信号转换为脉冲电信号,送入主机工作。首先应调节扭摆下面的底脚螺旋,使圆水准器的气泡居中,然后将金属细杆中心通过夹具固定在扭摆转轴上,启动扭摆,检查计时器是否开始记数和到预定周期数时,是否停止记数。调节光电传感器在固定支架上的高度,使金属细杆能自由往返地通过光电门,并能准确挡光。

3.2 测量方法及测量举例

3.2.1 验证转动惯量的平行轴定理

(1)用物理天平称量金属滑块的质量为 $m = 238.40\text{g}$ 。

(2)将金属滑块对称地套在金属细杆两边的靠近扭摆转轴的一对凹槽内,(金属细杆两边对称分布着 5 对凹槽,它们的中心离扭摆转轴的距离分别为 5.00cm, 10.00cm, 15.00cm, 20.00cm, 25.00cm),记录金属滑块中心距扭摆转轴的距离 d ,测定扭摆转动的周期 T 。

(3)将金属滑块分别对称地套在金属细杆的其余凹槽内,同上测定扭摆转动的周期测量数据见表 1。

表 1 验证平行轴定理的测量数据

d/m	5×10^{-2}	10×10^{-2}	15×10^{-2}	20×10^{-2}	25×10^{-2}
T/s	2.361	3.038	3.905	4.865	5.867
d^2/m^2	25×10^{-4}	100×10^{-4}	225×10^{-4}	400×10^{-4}	625×10^{-4}
T^2/s^2	5.5743	9.2294	15.2490	23.6682	34.4217

取 $x = d^2$, $y = T^2$,按 $y = a + bx$ 用最小二乘法求 a 、 b 值得

$$a = 4.3755\text{s}^2, b = 481.9282\text{s}^2/\text{m}^2, r = 0.999996$$

$$s_b = 0.8\text{s}^2/\text{m}^2, s_a = 0.003\text{s}^2$$

由相关系数显著性检查表^[4]得, $n = 5$ (n 为测量次数), $\alpha = 0.01$ (α 为显著性水平), $r = 0.959$ 为显著性标准^[2],现在 $r = 0.999996 > 0.959$,是显著相关,即回归直线的线性性是很好的,说明 T^2 与 d^2 完全线性相关,平行轴定理得到了验证。

3.2.2 根据 b 的值计算弹簧的扭转系数 K

$$\text{由 } b = \frac{8m\pi^2}{K} \text{ 得: } K = \frac{8m\pi^2}{b} = 3.9018 \times 10^{-2} \text{kg} \cdot \text{m}/\text{s}^2$$

因不确定度的 B 类评定较小,略去不计,

$$\text{则 } u(b) = s(b) = 0.8\text{s}^2/\text{m}^2$$

$$K = \frac{\partial K}{\partial b} u(b) = -\frac{8m\pi^2}{b^2} \cdot u(b) = 0.006 \times 10^{-2} \text{kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2$$

$$\therefore K = (3.902 \pm 0.006) \times 10^{-2} \text{kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2$$

3.2.3 测量金属载物盘的转动惯量 I_0

将金属细杆取下,装上金属载物盘,并调整光电探头的位置使载物盘上的档光杆处于其缺口中央且能遮住发射、接收红外光线的小孔,测定摆动周期 T_0 ,测量结果见表 2。

表2 金属载物盘转动周期测量数据

次数	1	2	3	4	5
T_0/s	0.7168	0.7167	0.7169	0.7167	0.7166

$$\bar{T}_0 = 0.71674s$$

由式(10)得

$$I_0 = \frac{K}{4\pi^2} T^2 = \frac{3.902 \times 10^{-2}}{4 \times 3.142^2} \times 0.71674^2 = 5.076 \times 10^{-4} \text{kg} \cdot \text{m}^2$$

3.24 测量实心塑料圆柱体的转动惯量 I

将塑料圆柱体垂直放在载物盘上,测量摆动周期 T,测量结果见表 3.

表3 塑料圆柱体放在载物盘上的转动周期测量数据

次数	1	2	3	4	5
T/s	0.9826	0.9827	0.9822	0.9819	0.9826

$$\bar{T} = 0.9824s$$

$$I = \frac{K}{4\pi^2} T^2 - I_0 = 4.462 \times 10^{-4} \text{kg} \cdot \text{m}^2$$

根据 $m_{\text{圆球}} = 375.20\text{g}$, $D_{\text{直径}} = 10 \times 10^{-2}\text{m}$

可求得圆柱体对柱体轴线的转动惯量的理论值^[5] I' 为

$$I' = \frac{1}{8} mD^2 = \frac{1}{8} \times 375.20 \times 10^{-3} \times (10 \times 10^{-2})^2 = 4.465 \times 10^{-4} \text{kg} \cdot \text{m}^2$$

测量结果 I 与理论值 I' 相比,其相对误差为 $\epsilon = 0.07\%$,测量结果较满意.

参 考 文 献

- [1] 杨述武主编. 普通物理实验(一.力学及热学部分).[M]北京.高等教育出版社,2000
- [2] 白泽生等. 大学物理实验(第二版)[M]西安.陕西人民出版社,2006
- [3] 邱菊等. 用扭摆验证转动惯量平行轴定理的新办法[J]大学物理,2006
- [4] 龚镇雄. 普通物理实验中的数据处理[M]西安.西北电讯工科学院出版社,1985
- [5] 漆安慎、杜焯英. 力学基础[M]高等教育出版社,1987

THE VERIFICATION OF THE PARALLEL AXIS THEOREM WITH LEAST SQUARE METHOD

Liu Zhuqin

(Yan'an University, Yan'an, 716000)

Abstract: A new method using least square method to verify the parallel axis theorem is reported.

Key words: moment of inertia; parallel axis theorem; least square method; torsion pendulum

用最小二乘法验证转动惯量的平行轴定理

作者: [刘竹琴, Liu Zhuqin](#)
作者单位: [延安大学, 延安, 716000](#)
刊名: [大学物理实验](#)
英文刊名: [PHYSICAL EXPERIMENT OF COLLEGE](#)
年, 卷(期): 2007, 20(4)

参考文献(5条)

1. [杨述武](#) [普通物理实验\(一.力学及热学部分\)](#) 2000
2. [白泽生](#) [大学物理实验](#) 2006
3. [邱菊](#) [用扭摆验证转动惯量平行轴定理的新办法](#)[期刊论文]-[大学物理](#) 2006(9)
4. [龚镇雄](#) [普通物理实验中的数据处理](#) 1985
5. [漆安慎;杜婍英](#) [力学基础](#) 1987

引用本文格式: [刘竹琴, Liu Zhuqin](#) [用最小二乘法验证转动惯量的平行轴定理](#)[期刊论文]-[大学物理实验](#) 2007(4)