

2.13 音叉的受迫振动与共振实验

受迫振动与共振等现象在工程和科学研究中经常用到。如在建筑、机械等工程中，经常须避免共振现象，以保证工程的质量。而在一些石油化工企业中，常用共振原理，利用振动式液体密度传感器和液体传感器，在线检测液体密度和液位高度，所以受迫振动与共振是重要的物理规律受到物理和工程技术广泛重现。

【实验目的】

- (1) 研究音叉振动系统在周期性外力作用下振幅与强迫力频率的关系，测量及绘制振动系统的共振曲线，并求出共振频率和振动系统振动的锐度，运用计算机进行实时测量，自动分析扫描的曲线。
- (2) 音叉共振频率与对称双臂质量关系曲线的测量，求出音叉共振频率与附在音叉双臂一定位置上相同物块质量的关系公式。
- (3) 通过测量共振频率的方法，测量一对附在音叉固定位置上物块的质量。

【实验原理】

1. 简谐振动与阻尼振动

许多振动系统如弹簧振子的振动、单摆的振动、扭摆的振动等，在振幅较小而且在空气阻力可以忽视的情况下，都可作简谐振动处理，即此类振动满足简谐振动方程

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x = 0 \quad (1)$$

(1) 式的解为

$$x = A \cos(\omega_0 t + \varphi) \quad (2)$$

式中， A 为系统振动最大振幅， ω_0 为圆频率， φ 为初相位。

对弹簧振子振动圆频率 $\omega_0 = \sqrt{\frac{K}{m + m_0}}$ ， K 为弹簧劲度， m 为振子的质量， m_0 为弹簧的等效

质量。弹簧振子的周期 T 满足

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{K}(m + m_0) \quad (3)$$

但实际的振动系统存在各种阻尼因素，因此 (1) 式左边须增加阻尼项。在小阻尼情况下，阻

尼与速度成正比，表示为 $2\beta \frac{dx}{dt}$ ，则相应的阻尼振动方程为

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\beta \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0 \quad (4)$$

式中 β 为阻尼系数。

2. 受迫振动与共振

阻尼振动的振幅随时间会衰减，最后会停止振动，为了使振动持续下去，外界必须给系统一个周期性变化的力（一般采用的是随时间作正弦函数或余弦函数变化的力），振动系统在周期性的外力作用下所发生的振动称为受迫振动，这个周期性的外力称为策动力。假设策动力有简单的形式： $f = F_0 \cos \omega t$ ， ω 为策动力的角频率，此时，振动系统的运动满足下列方程

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\beta \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = \frac{F_0}{m'} \cos \omega t \quad (5)$$

(5) 式中， m' 为振动系统的有效质量。

式 (5) 为振动系统作受迫振动的方程，它的解包括两项，第一项为瞬态振动，由于阻尼存在，振动开始后振幅不断衰减，最后较快地为零；而后一项为稳态振动的解，其为

$$x = A \cos(\omega t + \varphi)$$

式中

$$A = \frac{F_0}{m' \sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2 \omega^2}} \quad (6)$$

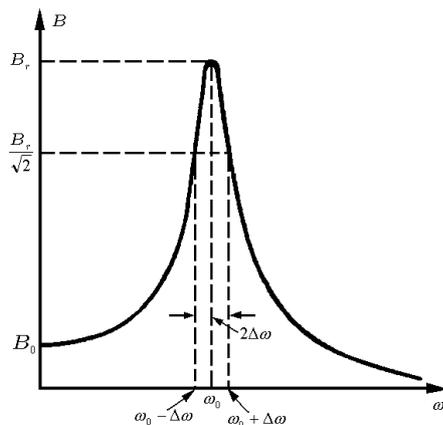


图 1 共振曲线的锐度

3. 共振

由式 (6) 可知，稳态受迫振动的位移振幅随策动力的频率而改变，当策动力的频率为某一特定值时，振幅达到极大值，此时称为共振。振幅达到极大值时的角频率为

$$\omega_\gamma = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2} \quad (7)$$

振幅最大值为

$$A_y = \frac{F_0}{2\beta m' \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}} \quad (8)$$

可见，在阻尼很小（ $\beta \ll \omega_0$ ）的情况下，若策动力的频率近似等于振动系统的固有频率，振幅将达到极大值。显然， β 越小， $A \sim \omega$ 关系曲线的极值越大。振幅与角频率的关系（ $B \sim \omega$ ）如图 1 所示，描述曲线陡峭程度的物理量为锐度，其值等于品质因素

$$Q = \frac{\omega_0}{\omega_2 - \omega_1} = \frac{f_0}{f_2 - f_1} \quad (9)$$

4. 可调频率音叉的振动周期

一个可调频率音叉一旦起振，它将某一基频振动而无谐频振动。音叉的二臂是对称的，以至两臂的振动是完全反向的，从而在任一瞬间对中心杆都有等值反向的作用力。中心杆的净受力为零而不振动，从而紧紧握住它是不会引起振动衰减的。同样的道理音叉的两臂不能同向运动，因为同向运动将对中心杆产生震荡力，这个力将使振动很快衰减掉。

可以通过将相同质量的物块对称地加在两臂上来减小音叉的基频（音叉两臂所载的物块必须对称）。对于这种加载的音叉的振动周期 T 由下式给出

$$T^2 = B(m + m_0) \quad (10)$$

其中 B 为常数，它依赖于音叉材料的力学性质、大小及形状， m_0 为每个振动臂的有效质量有关的常数。利用（6）式可以制成各种音叉传感器，如液体密度传感器、液位传感器等。通过测量音叉的共振频率可求得音叉管内液体密度或液位高度。

【实验装置】

FD-VR-C 型受迫振动与共振实验仪控制主机两台，音叉振动系统实验平台一个，电子天平或者物理天平一台（实验室可公用）。

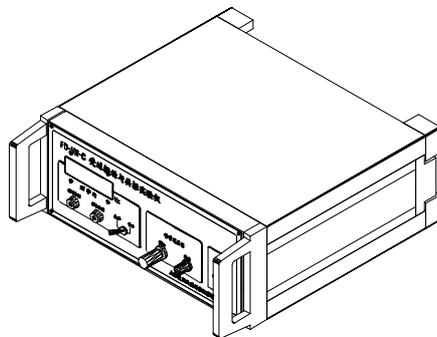


图 2 控制主机（频率计和信号发生器）

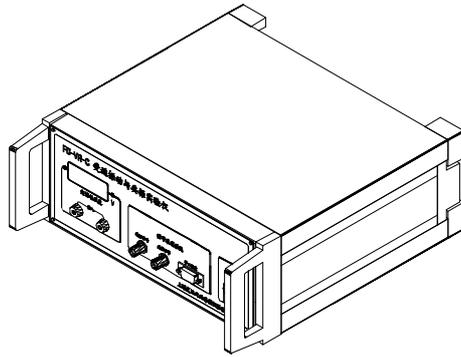


图3 控制主机（交流电压测量和信号采集系统）

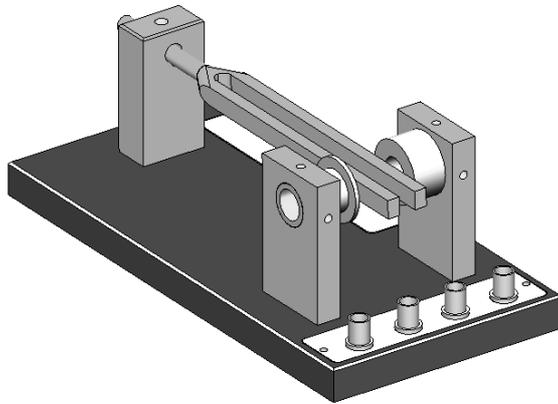


图4 音叉振动系统实验平台

【实验内容】

一、必做实验

1. 仪器接线用屏蔽导线把低频信号发生器的输出端与激振线圈的电压输入端相接；用另一根屏蔽线将压电换能片的信号输出端与交流数字电压表的输入端连接。

2. 接通电子仪器的电源，使仪器预热 15 分钟。

3. 测定共振频率 ω_r 和振幅 A_r 。

将低频信号发生器的输出信号频率，由低到高缓慢调节（参考值约为 250Hz 左右），仔细观察交流数字电压表的读数，当交流电压表读数达最大值时，记录音叉共振时的频率 f_0 和共振时交流电压表的读数 A_r 。

4. 测量共振频率 f_0 两边的数据。

在信号发生器输出信号保持不变的情况下，频率由低到高，测量数字电压表示值 A 与驱动力的频率 f 之间的关系，注意在共振频率附近应多测几点。总共须测 16~20 个数据。

5. 绘制 $A \sim f$ 关系曲线。求出两个半功率点 f_2 和 f_1 ，计算音叉的锐度 (Q 值)。

6. 在电子天平上称出不同质量块的质量值，记录测量结果。

7. 将不同质量块分别加到音叉双臂指定的位置上，并用螺丝旋紧。测出音叉双臂对称加相同质量物块时，相对应的共振频率。记录 $m \sim f$ 关系数据。

8. 做周期平方 T^2 与质量 m 的关系图，求出直线斜率 B 和在 m 轴上的截距 m_0 。

9. 用一对未知质量的物块 m_x 替代已知质量物块，测出音叉的共振频率，求出未知质量的物块 m_x 。

二、选做实验

1. 在音叉一臂上用双面胶纸将一块阻尼片贴在臂上，用电磁力驱动音叉。测量在增加空气阻尼的情况下，音叉的共振频率和锐度 (Q 值)。

2. 用示波器观测激振线圈的输入信号和压电换能片的输出信号，测量它们的相位关系。

【实验数据】

1. 共振曲线的测量。

测量得到音叉驱动力频率 f 与交流数字电压表读数 U 之间的关系：

表 1 音叉动力频率与交流电压表读数测量数据

$f(\text{Hz})$											
$U(\text{V})$											
$f(\text{Hz})$											
$U(\text{V})$											
$f(\text{Hz})$											
$U(\text{V})$											

用作图法作图得到音叉共振曲线

2. 音叉的共振频率与双臂质量的关系测量。

研究音叉的共振频率与双臂质量的关系，逐次在音叉双臂上指定位置上（有标记线）加质量已知的金属块，调节信号发生器的输出信号频率，观测交流电压表读数，测量其共振频率，

表 2 共振频率与音叉双臂上金属块的质量之间的关系

m/g						
f/Hz						
$T^2 \times 10^5/s^2$						

用作图法作图进行曲线拟合，求出 T^2 — m 关系式

【注意事项】

1. 电磁激振线圈和检测线圈外面有保护罩防护，使用者不可以将保护罩拆去，或用工具伸入保护罩，以免损坏引线。
2. 注意每次加不同质量砝码时的位置一定要固定。
3. 实验中所测量的共振曲线是在策动力恒定的条件下进行的，因此实验中都要保持信号发生器的输出幅度不变。

【思考题】

1. 实验中策动力的频率为 200Hz 时，音叉臂的振动频率为多少？
2. 实验中在音叉臂上加砝码时，为什么每次加砝码的位置要固定？

【参考资料】

- [1] 周殿清 大学物理实验 武汉大学出版社 2002: 59-61
- [2] 南京大学 大学物理实验（二）南京大学出版社 1996: 64-67
- [3] 吕秋捷、陈因、陆申龙 第三届亚洲物理奥林匹克竞赛力学实验试题解答与分析。物理实验第 22 卷第 11 期，2002.11: 34-37
- [4] 陆申龙 金浩明 曹正东 振动式液体密度传感器和液位传感器技术 大学物理 第 133 期（1991 年第五期）.1991.5: 38-40
- [5] 陆申龙 金浩明 液体密度传感器的研制及特性测量 计量与测试技术，1988 年第二期（总第六十五期），1988.6: 24-25
- [6] 赵凯化 罗蔚茵，新概念物理教程：力学，北京高等教育出版社，2000

【附录】

振动式液体密度传感器简介

随着石油、化工工业发展，迫切需要一种液体密度传感器和液位传感器，能够对各种油料和液体化工原料在生产流程中进行计算机实时测量和监控。所以，上世纪六十年代末开始，各国投入一定的人力、财力研究各种新型音叉式液体密度传感器和液位传感器。这种传感器待测量与传感器谐振频率构成唯一的函数关系，因而只要测量出其谐振频率，就可以求得待测液体密度或储液罐中液位高度。

国际上现已采用的振动式传感器有：**(1) 双管式液体密度传感器**，此种传感器由振动双管、电磁驱动器及电磁敏感元件组成。**(2) 单管式液体密度传感器**，它由单根振动管、电磁驱动器及电磁敏感元件组成，振动单管的壁很薄，单管的一端被钢性的固定在基座上，另一自由端能以圆形变形为椭圆形式自由振荡。**(3) 音叉式液体密度传感器**，此种传感器具有单管式灵敏度高的优点，又具有双管式通用较强的特点。它用一对压电陶瓷片作为驱动器和振动感应元件。

振动式液体密度传感器内流动的液体密度 ρ 和传感器的振动频率 f 存在如下关系：

$$\rho = A + \frac{B}{f^2}$$

式中 A、B 为待定常数，它们取决于管子的几何结构和材料。A、B 可由已知密度的液体来定标，对流动的液体，A、B 值与液体的流速、粘滞系数均无关，液体密度仅是传感器谐振频率的函数。

有关振动式液位传感器详见参考资料 4。