

双光栅测微弱振动实验原理修正

翟立朋¹, 刘萍¹, 程琳², 张俊武¹, 常凯歌¹, 童童¹, 王雪冬¹

(1. 西安交通大学 理学院 陕西 西安 710049; 2. 西安工程大学 理学院 陕西 西安 710048)

摘要: 本文简述了双光栅形成光拍信号的过程与微弱振动测试的基本原理, 通过仿真计算与实验测试相互对比, 对光拍信号的表达式进行了修正. 振幅修正系数是由于光栅振动带动衍射光斑振动而产生的; 同时, 本文通过仿真计算解释了光拍信号毛刺的产生原理. 光拍信号的毛刺是由于高级衍射带来的, 要想降低毛刺对光拍信号的影响, 应尽量使光栅条纹平行或者降低光路中激光强度, 以此降低高级衍射对光拍信号的影响.

关键词: 双光栅; 振幅修正; 光拍毛刺

中图分类号: O 436.1 文献标识码: A 文章编号: 1000-0712(2019) 10-0041-06

【DOI】10.16854/j.cnki.1000-0712.180673

双光栅测微弱振动实验是利用光的多普勒效应和双光栅衍射光斑的干涉叠加形成光拍信号, 光电探测器将光拍信号转化为电流拍频信号经示波器显示, 在示波器上就可以观察到光拍信号. 根据光拍信号与光栅振动振幅之间的关系, 测得引起多普勒频移的微弱振动的振幅^[1, 2]. 这种测试方法在精密定位^[3]、测微小质量^[4]、弹性模量^[5, 6]、测速^[7]等方面有着广泛的应用, 徐龙等已经研制出相关的测试设备^[8]. 但在大学物理实验教学过程中发现, 示波器上观察到的光拍信号的振幅一般都会产生波动, 有时还伴随信号毛刺和光拍包络等现象^[9-11], 与理论上推导的光拍信号公式不完全吻合, 这是因为从示波器上观察到的光拍信号包含了光栅的高级衍射、光斑振动等不需要的信号. 本文通过对光拍信号的计算机仿真, 与实验结果进行对比分析, 确定了产生光拍信号振幅与理论不符以及产生光拍信号毛刺的原因, 对实验原理进行了修正, 并提出了一种简单的降低光拍毛刺的方法.

1 测量基本原理

假设将一束平面波垂直入射到相位光栅上, 根据光栅方程:

$$d \sin \theta = \pm k \lambda \quad (1)$$

可以确定激光衍射光斑的具体位置, 其中 d 为光栅常数, θ 为衍射角, k 为衍射级数, λ 为光波波长.

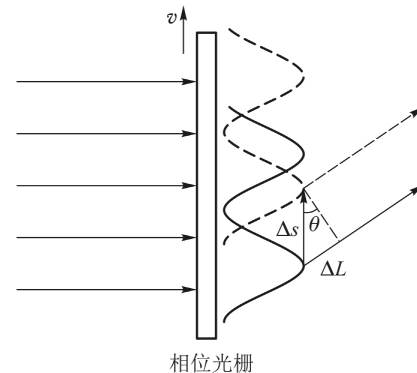


图 1 光栅衍射的多普勒效应

如果相位光栅沿着如图 1 所示的 y 轴方向以速度 v 运动, 光栅衍射的波面也将随着光栅的运动沿着 y 轴方向移动一段距离 Δs . 对于衍射角为 θ 的衍射光, 光栅移动前后同一级衍射光的光程差改变了 $\Delta L = \Delta s \sin \theta$, 所以光栅移动前后的相位差可表示为

$$\Phi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta s \sin \theta \quad (2)$$

在本实验中相位光栅被贴在音叉上, 所以相位光栅会随音叉做周期性简谐振动, 位移 Δs 可表示为

$$\Delta s = A \cos(\omega_d t + \varphi_d) \quad (3)$$

其中 ω_d 和 φ_d 分别代表光栅振动的频率和初相位, A 为音叉振动的振幅, 也是本实验要测量的微弱振动的振幅. 将式 (3) 代入式 (2), 可以得到

收稿日期: 2018-12-11; 修回日期: 2019-04-28

基金项目: 西安交通大学 2018 年本科教学改革项目资助

作者简介: 翟立朋 (1987—), 男, 河南济源人, 西安交通大学物理系助理工程师, 硕士, 主要从事大学物理实验教学和表面等离子体研究工作.

通信作者: 张俊武, E-mail: zhangjunwu@mail.xjtu.edu.cn

大学物理

$$\Phi_k = \frac{2\pi}{\lambda} A \cos(\omega_d t + \varphi_d) \sin \theta \quad (4)$$

再将光栅方程(1)代入式(4),将波长和衍射角替换为光栅常数和衍射级数,可以得到

$$\Phi_k = \frac{2\pi}{d} A \cos(\omega_d t + \varphi_d) k \quad (5)$$

公式(5)即为经过振动的光栅衍射之后,第 k 级衍射光相对于原本静止光栅的第 k 级衍射光所产生的附加相位。

静止光栅的第 k 级衍射光的振幅 E_k 表示为

$$E_k = E_{k0} \cos(\omega_0 t + \varphi_0) \quad (6)$$

其中 E_{k0} 为第 k 级衍射光的振幅,由光栅衍射的光强分布公式决定^[12]。 ω_0 为入射光的频率, φ_0 为激光入射相位光栅时的原始相位。激光在通过衍射光栅以后,会形成一排衍射光斑,任意两个衍射光斑之间的光程相差波长的整数倍,所以任意两个衍射光斑之间的相位相差 2π 的整数倍,这相当于所有衍射光斑都同相位,所以本文中全部用 φ_0 来表示。

将由式(5)产生的附加相位加入到式(6)中,可以得到振动光栅的第 k 级衍射光的振幅,可表示为

$$E_k = E_{k0} \cos \left[\omega_0 t + \frac{2\pi}{d} A \cos(\omega_d t + \varphi_d) k + \varphi_0 \right] \quad (7)$$

可以看出,因为振动光栅和入射光在 y 轴方向上有相对运动,衍射光的振幅相对于入射光的振幅产生了由 $\frac{2\pi}{d} A \cos(\omega_d t + \varphi_d) k$ 决定的附加相位,与光栅常数、振动振幅、振动角频率和衍射级数都有关系。

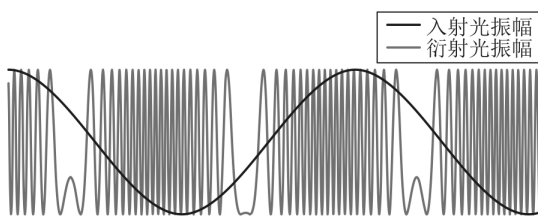


图2 衍射光与入射光振幅对比

以1级(即 $k=1$)衍射斑为例,对式(6)和式(7)进行仿真计算。本文使用的激光波长为 $\lambda = 635 \text{ nm}$,即 $\omega_0 = 2\pi \frac{c}{\lambda} = 2.968 \times 10^{15} \text{ rad/s}$;光栅常数为 $d = 1 \times 10^{-5} \text{ m}$;光栅的振动频率 $f = 511.2 \text{ Hz}$,即 $\omega_d = 2\pi f = 3.212 \times 10^3 \text{ rad/s}$;光栅的振幅为 $A = 9.85 \times 10^{-5} \text{ m}$,光栅振动的初相位和光波入射的初相位都设为0。得到如图2所示的衍射光与入射光的振幅图像。与入射光相比,衍射光的频率发生了改变而振幅保持不变,

这相当于产生了频移,这就是多普勒频移。图2中所示的衍射光的振幅信号不仅包含了微弱振动所产生的频移 ω_d ,还包含光频率信息 ω_0 ,这超出了光电探测器的响应范围,所以要想检测微弱振动的振幅所产生的多普勒频移,由单个振动的光栅不能完成,必须要再加一级静止的衍射光栅,这样经过前后两级动、静光栅之后,才有可能出现两个传播方向相同、振动方向相同、有微小频率差的振动的叠加,从而形成多普勒拍频信号,再从光拍信号中计算微弱振动的振幅。

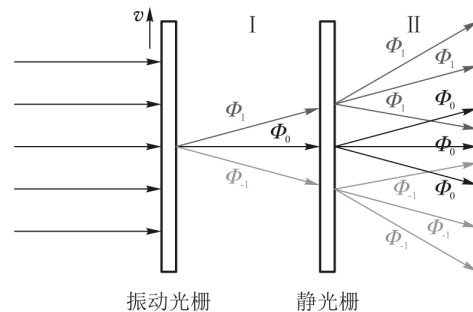


图3 双光栅干涉模型

图3所示为双光栅干涉的模型图,一束平面波垂直入射到振动光栅以后会产生光栅衍射,并伴随多普勒效应,本文以+1级、0级、-1级衍射为例。因为多普勒效应带来的直接影响是对衍射光产生附加相位差,所以在图3中用相位符号 Φ_1 、 Φ_0 和 Φ_{-1} 来区分不同的衍射光,相位值由式(5)决定。3个衍射光斑经过静止光栅以后,各自再产生光栅衍射,由于第二级光栅是静止,不会产生多普勒效应,所以就不会再出现由式(5)带来的附加相位差,而光栅衍射不会带来相位的改变,所以静止光栅之后的衍射光还用 Φ_1 、 Φ_0 和 Φ_{-1} 来表示。衍射光的振幅虽然跟衍射级数有关^[12],但最后影响的只是光拍信号振幅的大小,不影响光拍信号与微弱振动之间的关系,为简化推导过程,经过静光栅之后衍射光的振幅依然用式(7)来描述,如图3中II区域所示为衍射光分布情况。 Φ_1 和 Φ_{-1} 引起的多普勒频移只有符号差异,对拍频信号没有影响,所以可以将 Φ_1 和 Φ_{-1} 两种衍射光斑作为同一种光斑进行计算。图3还给出了探测器可放置的3个位置,但是不管选择哪一个位置放置探测器,最终都是衍射光斑 Φ_0 和 Φ_1 的叠加, Φ_0 和 Φ_1 对应的衍射光斑的振幅由式(7)可得

$$E_1 = E_{10} \cos \left[\omega_0 t + \frac{2\pi}{d} A \cos(\omega_d t + \varphi_d) + \varphi_0 \right] \quad (8)$$

$$E_0 = E_{00} \cos [\omega_0 t + \varphi_0] \quad (9)$$

光电转换以后, 光电流的大小与振幅平方成正比, 所以 3 个衍射光斑干涉叠加后光电流的大小为

$$I = \xi (E_1 + E_0)^2 \quad (10)$$

其中 ξ 为与探测器有关的常数. 将式 (8)、(9) 代入到式 (10) 中, 因为光波振动频率 ω_0 非常高, 超出了光电探测器的响应范围, 所以将所有包含 ω_0 的项去掉, 只保留光栅振动 ω_d 的信息, 得到光拍信号的表达式为^[1]

$$I \propto E_{00} E_{10} \cos \left[\frac{2\pi}{d} A \cos (\omega_d t + \varphi_d) \right] \quad (11)$$

根据微弱振动的振幅与光拍信号之间的关系, 可以测得光栅做微弱振动的振幅 A 为^[1]

$$A = \frac{d}{2} N \quad (12)$$

其中 d 为衍射光栅的光栅常数, N 为由式 (11) 所得光拍信号半个周期内波的个数.

2 光拍信号表达式的修正

根据式 (11) 对光拍信号进行仿真计算, 仿真所需要的参数与实验测试完全保持一致. 本文实验过程中所用的光源波长为 $\lambda = 635 \text{ nm}$ 、光栅常数为 $d = 1 \times 10^{-5} \text{ m}$, 仪器光路调整好以后, 测得振动频率为 $f = 511.2 \text{ Hz}$ 时音叉振动的振幅最大, 光拍信号波的个数最多, 此时振动的角频率为 $\omega_d = 2\pi f = 3210.336 \text{ rad/s}$. 如图 4 (b) 所示为实验测得的光拍信号, 其中正弦曲线表示的是音叉的简谐振动, 根据式 (12) 计算得到此时音叉振动的振幅 $A = 9.85 \times 10^{-5} \text{ m}$. 将以上参数代入到光拍信号的理论公式 (11) 中, 可以得到如图 4 (a) 所示的波形.

从图 4 中实验测试与仿真计算的光拍信号来看, 除振幅信息有差异之外, 波形周期和波的个数吻合得非常好. 对比仿真与实验结果的振幅, 可以得到两个非常明显的结论: 第一, 实验测量的光拍信号振幅是周期性变化的, 而理论仿真得到的振幅是稳定不变的; 第二, 实验测量的光拍信号振幅的变化周期与音叉振动 (图中正弦曲线) 的周期一致. 理论计算与测试得到的拍频信号振幅有差异, 说明公式 (11) 给出的理论公式还不能完全描述光拍信号, 需要进行修正.

实验测试过程中产生的振幅变化, 是由于光栅在振动过程中除了产生多普勒效应之外, 还会带动激光光斑的位置产生微弱的振动, 所以进入探测器的光斑可能不稳定. 如图 5 所示, 黑色圆圈代表探测

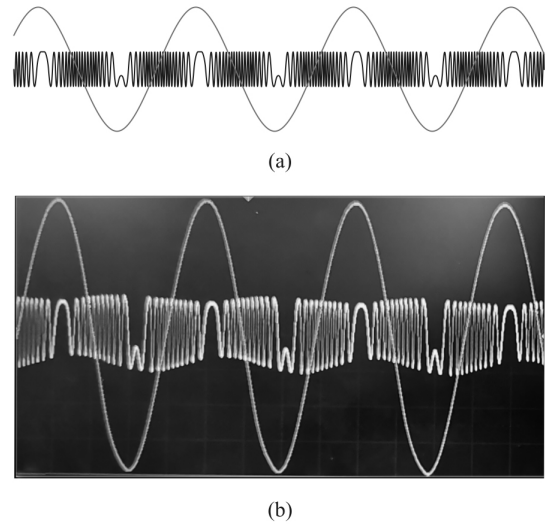


图 4 光拍的仿真与实测信号

器的探测范围, 红色圆点代表被探测的衍射光斑. 因为光斑会随着光栅振动, 所以光斑与探测器的相对位置会发生改变, 如图 5 所示. 相对位置由图 5 (a) 变化到图 5 (b) 时, 探测器探测到的光强度会逐渐减小, 从而导致振幅减小, 当光斑随着振动光栅做简谐振动再回到图 5 (a) 位置时, 探测到的光强逐渐增强, 振幅也会相应增强, 所以光拍信号振幅的变化周期与音叉所带动的光栅振动的周期是一致的.

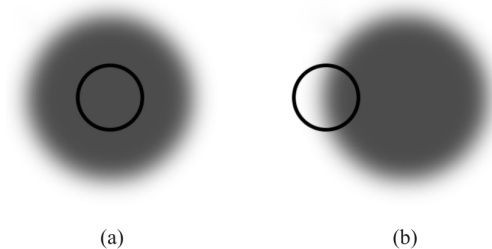


图 5 衍射光斑与探测器的相对位置关系

基于以上分析, 从理论上要想完全描述光拍信号, 需要在式 (11) 前加入修正系数 $M(t)$ 来表示因光斑振动带来的振幅的周期性变化, 即

$$I \propto M(t) E_{00} E_{10} \cos \left[\frac{2\pi}{d} A \cos (\omega_d t + \varphi_d) \right] \quad (13)$$

根据图 5 的模型并结合图 4 所示的光拍测量结果可以看出, 振幅的变化基本上是线性的, 所以本文将修正系数 $M(t)$ 确定为周期为 ω_d 、振幅在 $[0.7, 1]$ 区间内变化的三角波函数. 三角波函数的最小值取决于微弱振动的振动幅度, 如果振动幅度比较大, 如图 5 (b) 中所示光斑会偏移的更多, 进入探测器的光强更小, 三角波函数的最小值会降低. 依据修正后

的光电流强度表达式,再次计算得到的光拍信号如图6所示.经过修正的光拍信号与实际测量的结果在振幅上吻合的更好一点.

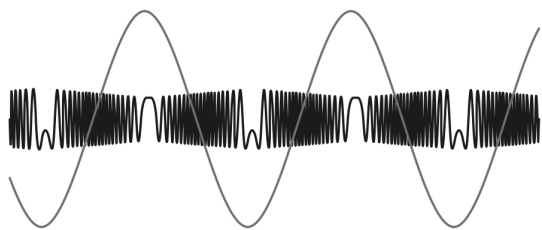


图6 经修正的光拍仿真信号

如果光拍信号的振幅被修正的幅度过大,一定有一部分光拍信号的振幅会比较小,在计算波的个数时^[1]会带来较大误差,这就要求在实验过程中尽量将光斑对准探测器的探测口,将光栅振动而引起的光斑振动对光拍信号的影响降到最低.

3 光拍毛刺现象的仿真与分析

除了光拍信号的理论振幅与实际测量有差异之外,实际上在大学物理教学过程中发现很多设备上得到的光拍信号上有毛刺现象,如图7所示.这与在第2部分中得到的理论仿真结果差异非常大,严重时会影响光拍信号波个数的计数,从而影响微弱振动的测量结果,如图7(b)所示.所以接下来具体分析形成毛刺信号的原因,并给出降低毛刺信号的操作方法.

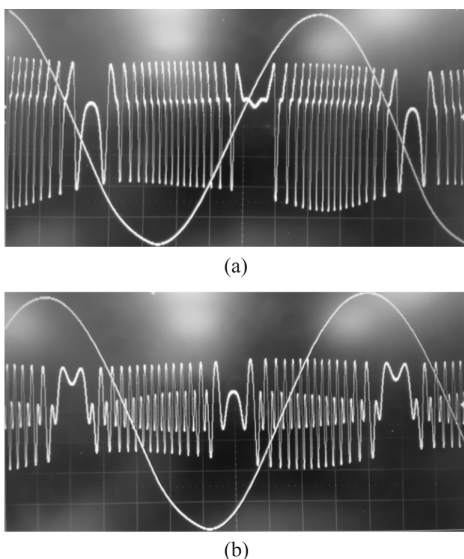


图7 光拍毛刺信号

如式(11)所述,我们期望得到的光拍信号是

Φ_0 和 Φ_1 的叠加,但实际上光栅衍射还有更高级的衍射光斑,如 ± 2 级、 ± 3 级、 \dots 等高级衍射光斑,这将会对应更多的相位附加值 Φ_2 、 Φ_3 、 \dots 等.所以实际测量结果会包含更复杂的附加相位.本文考虑一种最简单的情况,即在式(10)的基础上,考虑附加相位为 Φ_2 的高级衍射光斑,此时光电流可表示为

$$I = \xi (E_0 + E_1 + E_2)^2 \quad (14)$$

将式(7)考虑 $k=0, 1, 2$ 代入式(14),并去掉所有包含 ω_0 的项得

$$I \propto \left\{ E_{00}E_{10} \cos \left[\frac{2\pi}{d} A \cos (\omega_d t + \varphi_d) \right] + E_{10}E_{20} \cos \left[\frac{2\pi}{d} A \cos (\omega_d t + \varphi_d) \right] + E_{00}E_{20} \cos \left[\frac{4\pi}{d} A \cos (\omega_d t + \varphi_d) \right] \right\} \quad (15)$$

衍射光栅每一级的衍射光斑强度是不同的,所以 E_0 、 E_1 和 E_2 三级衍射光斑的振幅 E_{00} 、 E_{10} 和 E_{20} 是逐渐减小^[12],这在光栅衍射理论中有比较全面的阐释.本文使用 $E_{00} : E_{10} : E_{20} = 1 : 0.7 : 0.3$ 的参数来仿真高级衍射斑对光拍信号的影响.使用与本文第2部分完全相同的参数,可以得到如图8所示的光拍信号.

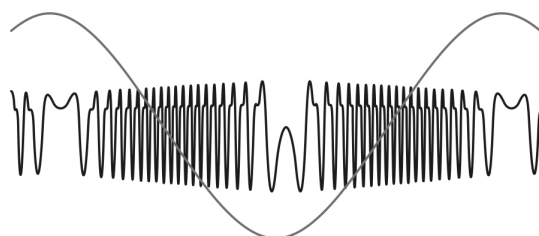


图8 光拍弱毛刺信号仿真

可以看出,加入 ± 2 级衍射以后,光拍信号出现明显的毛刺,这与实验结果图7(a)非常相似.此时虽然有毛刺信号,但是毛刺信号较小,只要不影响整个光拍信号波的个数,就不会影响光拍测量结果,无需对实验设备进行干预,可直接进行测量.如果 ± 2 级衍射光的相对强度逐渐增加,本文使用参数 $E_{00} : E_{10} : E_{20} = 1 : 0.7 : 0.5$ 再次对光拍信号进行仿真,得到如图9所示的光拍信号,可以看到毛刺信号会明显变大,这与实验结果图7(b)非常相似,此时的毛刺信号已经严重影响识别波峰与波谷信号,必须采取措施降低毛刺对光拍信号的影响.这也说明了毛刺信号来源于光栅的高级衍射.

为了降低毛刺信号对测试的影响,黄壮雄^[10]等

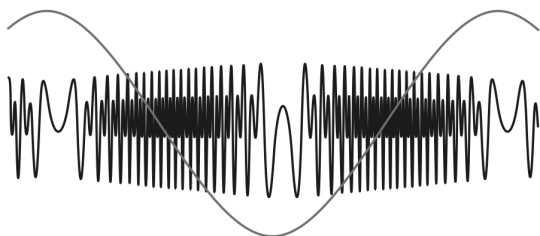


图 9 光拍强毛刺信号仿真

提出改变双光栅之间的距离,从根本上去除毛刺信号。结合本文中用到的参数,两个光栅之间的距离在 [4.72 cm, 9.45 cm] 之间即可,是一种非常有效的方法。但大学物理实验教学所用到的实验设备无法调节动、静光栅的距离,所以本文提出应尽量将动、静两个光栅的光栅条纹调整到相互平行或降低整个光路激光强度,从而降低高级衍射对光拍信号的影响。

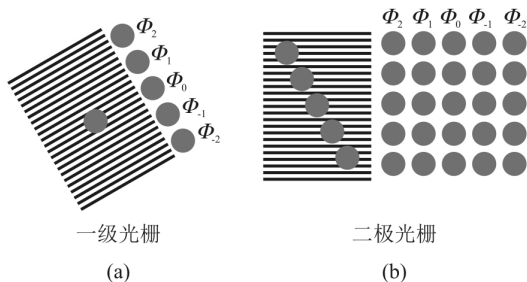


图 10 双光栅狭缝位置

如图 10 所示,黑白相间的条纹代表光栅的条纹方向,红色圆点代表激光光斑。假设在图 3 所示的双光栅结构中,动、静光栅条纹不完全平行,如图 10 中一级光栅发生了倾斜,激光光斑打在一级光栅上以后产生的衍射光斑 Φ_0 、 $\Phi_{\pm 1}$ 和 $\Phi_{\pm 2}$ 也会产生倾斜。经过一级光栅之后,倾斜的衍射斑入射到第二级的静光栅,每一个光斑都会再产生一排衍射光斑,如图 10(b) 所示,此时不同相位的衍射光斑不能重合,也无法进行干涉叠加,所以无法产生光拍信号。在实验操作过程中应逐渐调节两个光栅条纹的方向使其相互平行,这样图 10(b) 中所示的 $\Phi_{\pm 1}$ 和 $\Phi_{\pm 2}$ 将逐渐向 Φ_0 靠近,直到最后 $\Phi_{\pm 1}$ 、 $\Phi_{\pm 2}$ 和 Φ_0 完全重合。如果 $\Phi_{\pm 1}$ 、 $\Phi_{\pm 2}$ 和 Φ_0 不能完全重合,这些光斑都将会被探测器检测并分辨出来,就会出现由高级衍射叠加引起的毛刺信号。而当 $\Phi_{\pm 1}$ 、 $\Phi_{\pm 2}$ 和 Φ_0 完全重合时,根据光栅衍射理论^[12], Φ_0 和 $\Phi_{\pm 1}$ 的振幅比 $\Phi_{\pm 2}$ 要大, $\Phi_{\pm 2}$ 在整个光拍信号中所占的比重降低,这相当于降低了高级衍射的相对强度。所以应尽量调节两个光栅之间的条纹平行,确保 $\Phi_{\pm 1}$ 、 $\Phi_{\pm 2}$ 和 Φ_0

尽量重合,降低高级衍射光对光拍信号的影响。要想严格平行操作上是不太可能的,应先粗调光栅方向使第二级衍射光之后的衍射光斑重叠为一排,然后再根据拍频信号调节光栅方向,直到毛刺最小或信号不影响计算拍频信号波的个数,将高级衍射光对信号的影响降到最低。

也可以降低激光光源的强度,直到高级衍射光 $\Phi_{\pm 2}$ 强度降低到零,但此时 Φ_0 和 $\Phi_{\pm 1}$ 强度不为零,也就是只有 Φ_0 和 $\Phi_{\pm 1}$ 的干涉叠加了。这相当于降低了高级衍射的绝对强度。

虽与文献[10]等提出的方法不同,但本质上都是为了降低或去掉高级衍射对光拍信号的影响。这种方法不需要对测试装置进行改进,可直接在大学物理实验设备上调节,相对更便捷。

4 结论

双光栅测微弱振动实验中,产生光拍信号的衍射光斑因为受到振动光栅的影响,光斑也会产生振动,导致光拍信号的振幅发生变化,振幅变化的频率与光栅振动的频率一致,要想降低振幅调制对光拍信号的影响,应该尽量调节衍射光斑,使其对准光电探测器的探测孔;光拍信号的毛刺是由高级衍射光斑产生的,要想降低高级衍射光斑对光拍信号的影响,应该让 0 级和 1 级衍射光斑尽量对准,或者降低整个光路的激光强度。

参考文献:

- [1] 王红理,俞晓红,肖国宏.大学物理实验[M].2版.西安:西安交通大学出版社,2018.
- [2] 范菁津,邱文杰,郑志远.双光栅测量微弱振动位移量的实验研究[J].大学物理实验,2017,30(2):41-43.
- [3] 凌志弘,李新章.双光栅精密定位[J].大学物理,1992,11(5):32-34.
- [4] 易静.用双光栅开展设计性实验的探讨[J].天津城市建设学院学报,2009,15(4):314-316.
- [5] 李柱峰,徐秀平.双光栅弹性模量测量实验方法[J].物理实验,2013,33(1):20-22.
- [6] 黄琪莉,钱圳,彭艺,等.动态法测量固体材料的杨氏模量的一种新方法[J].大学物理实验,2018,31(3):25-28.
- [7] 陈水波.双光栅测速[J].大学物理,2008,27(1):39-42.
- [8] 徐龙,何章宏,黑杨辉,等.双光栅衍射位移测量实验仪的研制[J].实验技术与管理,2011,28(7):85-87.
- [9] 周丽,王美娜.“激光多普勒效应测微振动”实验改进探析[J].大学物理实验,2015,25(4):18-20.

- [10] 黄壮雄,潘永华,宋伟,等.激光双光栅法测微小位移中光拍信号波形改进[J].大学物理,2004,23(4):59-62.
- [11] 张鹏,周惠君,王思慧.激光双光栅法测微小位移中光拍信号的振幅调制[J].实验室研究与探索,2009,28(2):15-19.
- [12] 吴百诗.大学物理学(下册)[M].北京:高等教育出版社,2012.

Theory modification of the weak vibration in double grating

ZHAI Li-peng¹, LIU Ping¹, CHENG Lin², ZHANG Jun-wu¹, CHANG Kai-ge¹,
TONG Tong¹, WANG Xue-dong¹

(1. School of Science, Xi'an Jiaotong University, Xi'an, Shaanxi 710049, China;

2. School of Science, Xi'an Polytechnic University, Xi'an, Shaanxi 710048, China)

Abstract: In this paper, the formation of the optical beat in double grating diffraction and the related principle of weak vibration measurement are presented. By comparing the simulation results with the experimental results, a modification of the optical signal expression is established. It is found that the vibration of the grating induces the vibration of the diffraction spots and causes the modification. In addition, the mechanism of the burr signal caused by the senior diffraction of the grating is revealed and the suppression methods are studied. One of the methods is to make two gratings as parallel as possible, while the other method is to suppress senior diffractions by reducing the intensity of light source properly.

Key words: double grating; amplitude modification; Burr signal

(上接 29 页)

- [3] 费恩曼,莱顿.费恩曼物理学讲义[M].上海:上海科学技术出版社,2013:152-156.
- [4] 朗道.理论物理学教程 第三卷[M].6版.严肃,译.北京:高等教育出版社,2008:184-190.
- [5] 胡家骏,李先胤.泡利矩阵的几种导出法[J].大学物理,1994,13(10):29-31.

Discussion on spin being angular momentum

CHENG Jian-jian, ZHENG Hua

(School of Physics & Information Technology, Shaanxi Normal University, Xi'an, Shaanxi 710119, China)

Abstract: Only taking into account the results measured in Stern-Gerlach experiment, we obtain that the commutator relations of spin operators are similar to the ones of orbital angular momentum operators by using the rule of taking trace of matrix without introducing the matrix representation of spin operator. Then we conclude that the spin and orbital angular momentum belong to the same kind: angular momentum, which is different from the original concept of spin introduced in history and the one in quantum mechanics textbooks. We attempt to discuss about that the spin belongs to angular momentum with the philosophy "birds of a feather flock together".

Key words: Stern-Gerlach experiment; spin; trace of matrix; commutator; operator

大学物理