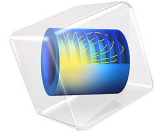


在 COMSOL Multiphysics 5.3 版本中创建



音叉

简介

本例模拟调节乐器的音叉，如果设计合理，音叉应该在频率 440 Hz 时发出 A 音。其中计算了音叉的基本特征频率和特征模态。虽然本例学术性较强，但是石英表和其他电子元器件会用到微型音叉的特征频率和特征模态。

模型定义

模型的几何结构如图 1 所示。音叉的基本频率由叉齿的长度、叉齿的横截面几何结构以及音叉的材料属性决定。

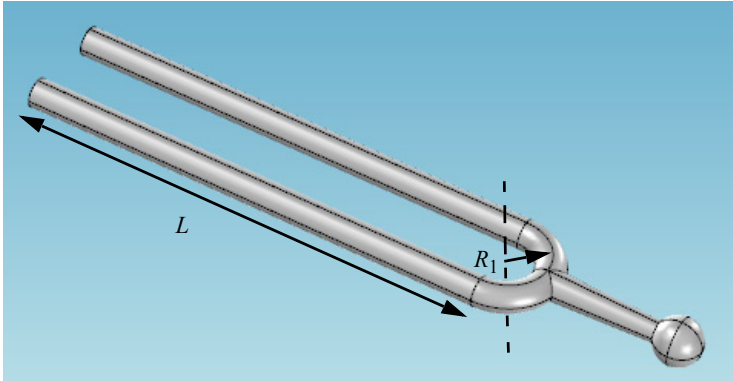


图1：音叉的几何结构。

通过以下公式可以理论估算出横截面为柱状的音叉的基本频率（参考文献 1）：

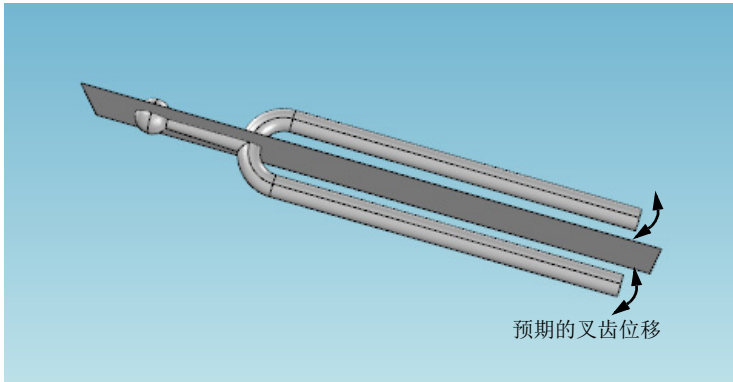
$$f = \frac{1.875^2 R_2}{4\pi L_p^2} \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (1)$$

其中， R_2 是叉齿的横截面半径， E 表示杨氏模量， ρ 是密度。叉齿长度可以估算为

$$L_p = L + \frac{1}{2}\pi R_1 \quad (2)$$

其中， R_1 表示底座半径， L 表示直圆柱部分的长度，见图 1。

在基本特征模态下，叉齿按下图方向振动。因此，叉齿之间的平面是特征模态的对称面。



基本特征模态的优点在于，叉柄的相对位移非常小，这样即使握住音叉也不会产生阻尼。由此还可以利用频率[方程 1](#)所作的理论估计，此估算公式适用于双叉齿均为悬臂梁的音叉。

模型中使用的参数为： $R_1 = 7.5 \text{ mm}$ 以及 $R_2 = 2.5 \text{ mm}$ 。音叉材料为 Steel AISI 4340，其中， $E = 205 \text{ GPa}$ ， $\rho = 7850 \text{ kg/m}^3$ 。

对于频率 $f = 440 \text{ Hz}$ ，根据[方程 1](#)和[方程 2](#)计算得到的柱状叉齿长度为 $L = 7.8 \text{ cm}$ 。该值偏小，因为与直的悬臂梁相比，靠近底座的叉齿部分的抗弯刚度更大。

要对音叉进行微调，可以使用参数化几何并从以上给出的估值开始逐渐增加圆柱长度。为此，为参数 L 设置参数化扫描。

参考文献

1. *Tuning fork*, http://en.wikipedia.org/wiki/Tuning_fork
-

案例库路径：COMSOL_Multiphysics/Structural_Mechanics/tuning_fork

建模操作说明

从文件菜单中选择**新建**。

新建

在**新建**窗口中，单击**模型向导**。

模型向导

- 1 在**模型向导**窗口中，单击**三维**。
- 2 在**选择物理场树**中选择**结构力学 > 固体力学 (solid)**。
- 3 单击**添加**。
- 4 单击**研究**。
- 5 在**选择研究树**中选择**预设研究 > 特征频率**。
- 6 单击**完成**。

全局定义

参数

- 1 在**主屏幕**工具栏中单击**参数**。
- 2 在“**参数**”的**设置**窗口中，定位到**参数**栏。
- 3 在表中输入以下设置：

名称	表达式	值	描述
L	7.8 [cm]	0.078 m	圆柱长度
R1	7.5 [mm]	0.0075 m	底座半径
R2	2.5 [mm]	0.0025 m	叉齿半径

几何 1

可以使用预定义的几何体素高效地构建音叉的几何结构。

圆锥体 1 (cone1)

- 1 在**几何**工具栏中单击**圆锥体**。
- 2 在“**圆锥体**”的**设置**窗口中，定位到**尺寸与形状**栏。
- 3 在**底半径**文本框中键入“R2”。
- 4 在**高度**文本框中键入“2e-2”。
- 5 从**指定最大尺寸的依据**列表中选择**角**。
- 6 在**半角**文本框中键入“2”。
- 7 定位到**位置**栏。在**x**文本框中键入“R1”。
- 8 在**z**文本框中键入“-R1”。
- 9 定位到**轴**栏。从**轴类型**列表中选择**笛卡尔**。

10 在 **z** 文本框中键入 “-1”。

球体 1 (sph1)

- 1 在几何工具栏中单击**球体**。
- 2 在“**球体**”的**设置**窗口中，定位到**尺寸**栏。
- 3 在**半径**文本框中键入 “4e-3”。
- 4 定位到**位置**栏。在 **x** 文本框中键入 “R1”。
- 5 在 **z** 文本框中键入 “-(R1+2.25e-2)”。

圆环 1 (tor1)

- 1 在几何工具栏中单击**圆环**。
- 2 在“**圆环**”的**设置**窗口中，定位到**尺寸与形状**栏。
- 3 在**外环半径**文本框中键入 “R1”。
- 4 在**内环半径**文本框中键入 “R2”。
- 5 在**旋转角度**文本框中键入 “180”。
- 6 定位到**位置**栏。在 **x** 文本框中键入 “R1”。
- 7 定位到**轴**栏。从**轴类型**列表中选择**笛卡尔**。
- 8 在 **z** 文本框中键入 “0”。
- 9 在 **y** 文本框中键入 “1”。
- 10 定位到**旋转角**栏。在**旋转**文本框中键入 “-90”。

并集 1 (un1)

- 1 在几何工具栏中单击**布尔运算和分割**，然后选择**并集**。
- 2 在“**并集**”的**设置**窗口中，定位到**并集**栏。
- 3 清除**保留内部边界**复选框。
- 4 单击**图形**窗口，然后按 Ctrl+A 以选择所有对象。

以上就是音叉的叉柄和底座。

添加两个圆柱，表示叉齿。

圆柱体 1 (cyl1)

- 1 在几何工具栏中单击**圆柱体**。
- 2 在“**圆柱体**”的**设置**窗口中，定位到**尺寸与形状**栏。
- 3 在**半径**文本框中键入 “R2”。
- 4 在**高度**文本框中键入 “L”。

圆柱体 2 (cyl2)

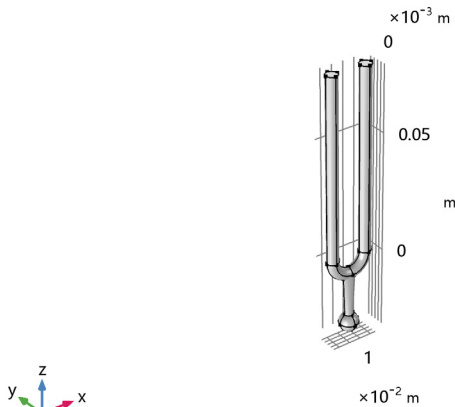
- 1 在几何工具栏中单击**圆柱体**。
- 2 在“**圆柱体**”的设置窗口中，定位到**尺寸与形状**栏。
- 3 在**半径**文本框中键入“R2”。
- 4 在**高度**文本框中键入“L”。
- 5 定位到**位置**栏。在 **x** 文本框中键入“2*R1”。

使用虚拟几何操作，避免短边和狭窄区域，此操作可以改进网格的生成。

忽略边 1 (igel1)

- 1 在几何工具栏中单击**虚拟操作**，然后选择**忽略边**。
- 2 在对象 **fin** 中，选择“边” 22、23、29、32、33、39、42 和 43。
- 3 在几何工具栏中单击**全部构建**。
- 4 在“**忽略边**”的设置窗口中，单击**切换到默认视图**。

完整的几何应如下图所示：



添加材料

- 1 在**主屏幕**工具栏中，单击**添加材料**以打开**添加材料**窗口。
- 2 转到**添加材料**窗口。
- 3 在模型树中选择**内置材料 > Steel AISI 4340**。
- 4 单击窗口工具栏中的**添加到组件**。

5 在主屏幕工具栏中，单击**添加材料**以关闭**添加材料**窗口。

网格 1

- 1 在**模型开发器**窗口的**组件 1 (comp1)**节点下，单击**网格 1**。
- 2 在“**网格**”的**设置**窗口中，定位到**网格设置**栏。
- 3 从**单元尺寸**列表中选择**细化**。

自由三角形网格 1

- 1 右键单击**组件 1 (comp1)**>**网格 1** 并选择**更多操作**>**自由三角形网格**。
- 2 选择“**边界**”6 和 24。
- 3 在“**自由三角形网格**”的**设置**窗口中，单击**构建选定对象**。

扫掠 1

- 1 在**模型开发器**窗口中，右键单击**网格 1** 并选择**扫掠**。
- 2 在“**扫掠**”的**设置**窗口中，定位到**域选择**栏。
- 3 从**几何实体层**列表中选择**域**。
- 4 选择“**域**”1 和 3。

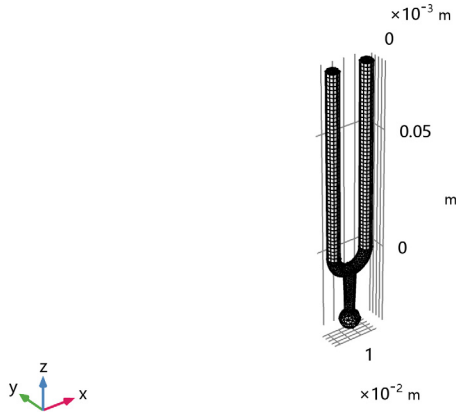
分布 1

- 1 右键单击**组件 1 (comp1)**>**网格 1**>**扫掠 1** 并选择**分布**。
- 2 在“**分布**”的**设置**窗口中，定位到**分布**栏。
- 3 在**单元数**文本框中键入“50”。

扫掠 1

- 1 在**模型开发器**窗口的**组件 1 (comp1)**>**网格 1**节点下，单击**扫掠 1**。
- 2 在“**扫掠**”的**设置**窗口中，单击**构建选定对象**。
- 3 在**模型开发器**窗口中，右键单击**网格 1** 并选择**自由四面体网格**。

- 在“网格”的设置窗口中，单击**全部构建**。
几何在网格剖分后应如下图所示。



研究 1

对圆柱长度 L 设置参数化扫描，并在 440 Hz 附近搜索特征频率。

参数化扫描

- 在研究工具栏中单击**参数化扫描**。
- 在“参数化扫描”的设置窗口中，定位到**研究设置**栏。
- 单击**添加**。
- 在表中输入以下设置：

参数名称	参数值列表
L	range(0.078, 1e-4, 0.0795)

步骤 1: 特征频率

- 在**模型开发器**窗口的**研究 1**节点下，单击**步骤 1: 特征频率**。
- 在“特征频率”的设置窗口中，定位到**研究设置**栏。
- 选中**所需特征频率数**复选框。
- 在**关联文本框**中键入“1”。
- 在**特征频率搜索基准值**文本框中键入“440”。

解 1 (sol1)

- 1 在**研究工具栏**中单击**显示默认求解器**。
- 2 在**模型开发者**窗口中展开**解 1 (sol1)**节点，然后单击**特征值求解器 1**。
- 3 在“**特征值求解器**”的**设置**窗口中，定位到**常规**栏。
- 4 在**相对容差**文本框中键入“1e-3”。
- 5 在**研究工具栏**中单击**计算**。

结果

振型 (solid)

执行以下步骤，在表格中查看计算得到的所有特征频率：

全局计算 1

- 1 在**结果工具栏**中单击**全局计算**。
- 2 在“**全局计算**”的**设置**窗口中，定位到**数据**栏。
- 3 从**数据集**列表中选择**研究 1/ 参数化解 1 (sol2)**。
- 4 从**表列**列表中选择**内部解**。
- 5 单击**表达式**栏右上角的**替换表达式**。从菜单中选择**模型 > 组件 1 > 固体力学 > 全局 > solid.freq - 频率**。
- 6 单击**新表格**。

表格

- 1 转到**表格**窗口。

可以看到，圆柱长度为 0.0791 m 时，特征频率最接近 440 Hz。还可以根据需要做进一步微调。

结果

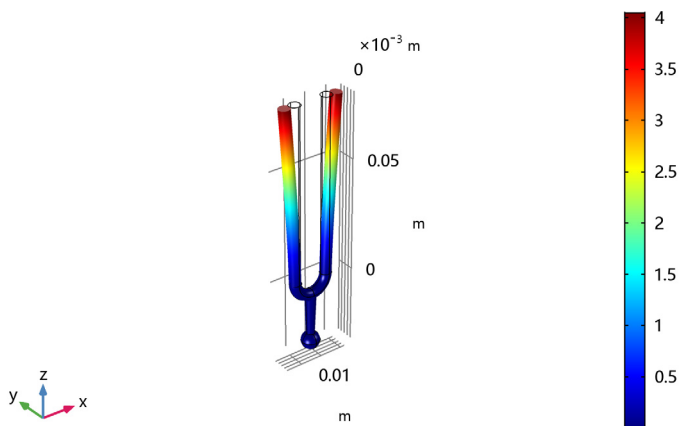
执行以下步骤，查看此频率对应的特征模态：

振型 (solid)

- 1 在**模型开发者**窗口的**结果**节点下，单击**振型 (solid)**。
- 2 在“**三维绘图组**”的**设置**窗口中，定位到**数据**栏。
- 3 从**参数值 (L)**列表中选择**0.0791**。
- 4 在**振型 (solid)**工具栏中单击**绘制**。

5 在图形工具栏中单击**缩放到窗口大小**按钮。

L(12)=0.0791 特征频率=440.13 Hz 表面: 总位移 (m)



图中可以清晰地看到模态是对称的，并且与叉齿的位移相比，叉柄处的位移非常小。这意味着在叉柄处握住音叉时，减振效果可以忽略不计。