

# Ramsauer-Townsend 效应与 Child-Langmuir 定律实验

赵元晟, 贾晓瀚, 姚红英

(复旦大学物理学系, 上海 200433)

摘要: 使用 Hartree-极化势分析了用气体闸流管得到的 Ramsauer-Townsend 效应曲线; 考虑了电子存在初速度等因素, 定量分析了 Child-Langmuir 定律实验中出现的  $\ln I$  和  $\ln V_a$  ( $V_a$  为加速电压) 之间的斜率小于  $3/2$  的现象.

关键词: Ramsauer-Townsend 效应; Child-Langmuir 定律; 气体闸流管

中图分类号: O 562.5 文献标识码: A 文章编号: 1000-0712(2018) 10-0047-07

【DOI】10.16854/j.cnki.1000-0712.170632

1921 年, Carl Ramsauer 在研究电子与气体原子的碰撞中, 发现碰撞截面大小与电子速度有关. 1922 年, Townsend J S 也发现了类似的现象<sup>[1-3]</sup>. 此类现象称为 Ramsauer-Townsend 效应, 需要用量子力学才能得到满意的解释.

实验中可以采用气体闸流管测量碰撞概率验证此现象; 同时, 若将闸流管视作工作在空间电荷区的真空二极管, 则可同时研究 Child-Langmuir 定律(即  $3/2$  关系)<sup>[4-5]</sup>.

由于量子散射理论有一定复杂性, 一般教材中对 Ramsauer-Townsend 效应往往只定性解释在低加速电压处的散射截面出现极小值的现象<sup>[6]</sup>. 本文采用 Hartree-极化势计算了散射截面的理论数据, 并对实验结果进行了逐一分析. 同时在实验上研究 Child-Langmuir 定律时, 往往出现  $\ln I$  和  $\ln V_a$  ( $V_a$  为加速电压) 之间的斜率小于  $3/2$  的现象<sup>[7]</sup>, 本文考虑了电子初速度等因素, 对此现象做了一定分析.

## 1 实验测量原理

### 1.1 气体闸流管

实验使用 ZQI 0.1/1.3 型气体闸流管, 其结构如图 1 所示, 其中充有稀薄 Kr 和 Xe 的混合气体. 实验时, 使用灯丝电压  $V_f$  加热阴极 K, 逸出的热电子 ( $I_k$ ) 经 K 极和 S 极之间的加速电压  $V_a$  加速, 部分电子因初速度偏离闸流管轴线方向等原因而会被 S 极板收集 ( $I_{s1}$ ), 剩余电子通过 S 极上的孔 ( $I_0$ ) 进入等势空间 (S 极和 P 极之间区域), 在等势空间电子被气体散射, 被散射的电子也会被 S 极收集 ( $I_{s2}$ ), 未

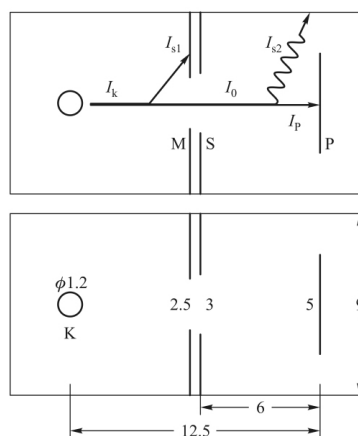


图 1 气体闸流管的结构(单位: mm)

被散射的电子则被 P 极板收集 ( $I_p$ ). S 极和 P 极上连有微安表, 可以测量被极板收集的电子数. 各电流之间的关系为

$$\begin{aligned} I_k &= I_{s1} + I_{s2} + I_p, \\ I_0 &= I_{s2} + I_p, \\ I_s &= I_{s1} + I_{s2} \end{aligned} \quad (1)$$

总管流可以由测量的  $I_s$  和  $I_p$  相加得到, 结合加速电压即可进行 Child-Langmuir 定律的实验.

### 1.2 散射截面的测量

电子在等势空间被散射的概率为

$$P_s = 1 - \frac{I_p}{I_0} \quad (2)$$

而另一方面, 设气体原子的散射截面为  $\sigma$ , 气体原子密度为  $n$ , 等势空间长度为  $L$ , 则有

$$P_s = 1 - e^{-n\sigma L} \quad (3)$$

收稿日期: 2017-11-20; 修回日期: 2018-04-13

作者简介: 赵元晟(1996—) 男, 浙江杭州人, 复旦大学物理学系 2014 级本科生

通信作者: 姚红英, E-mail: yaohy@fudan.edu.cn



可见测得散射概率就可以得到散射截面的相对大小. 但  $I_0$  无法测量, 为此, 定义几何因子

$$f = \frac{I_0}{I_{s1}} \quad (4)$$

它表征因管子结构不同而在通过  $K$  和  $S$  极板时被  $S$  极收集的电子的比例. 这样就有

$$P_s = 1 - \frac{I_p}{f I_{s1}} \quad (5)$$

为测量  $f$  将闸流管浸入液氮中, 此时气体液化, 几乎没有气体分子, 所以电子不被散射, 因此有

$$f = \frac{I_p^*}{I_s^*} \quad (6)$$

其中“\*”表示在液氮条件下的测量值. 几何因子在常温与低温下应相同. 实验中当  $f \ll 1$  时, 有  $I_s \approx I_{s1}$ , 因此

$$P_s = 1 - \frac{I_p I_s^*}{I_s I_p^*} \quad (7)$$

这样就可测得散射概率<sup>[1]</sup>.

实验中测定不同能量的电子的散射截面, 即可验证 Ramsauer-Townsend 效应.

## 2 Ramsauer-Townsend 效应实验分析

### 2.1 量子散射理论

在量子散射理论中, 我们考虑一列入射平面波与散射势场(实验中, 原子的势场是球对称的)相遇, 产生一列出射球面波. 因此我们需要在如下边界条件下求解薛定谔方程:

$$\begin{cases} \psi \approx A \left( e^{ikz} + f(\theta) \frac{e^{ikr}}{r} \right), & r \rightarrow +\infty \\ |\psi| < +\infty, & r \rightarrow 0 \end{cases} \quad (8)$$

其中  $k = \sqrt{2mE}/\hbar$  为粒子波矢,  $f(\theta)$  为散射振幅, 它与微分散射截面直接联系

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = |f(\theta)|^2 \quad (9)$$

由于势场是球对称的, 薛定谔方程可以分离变量求解

$$\psi(r, \theta) = \sum_l R_l(r) P_l(\cos\theta) \quad (10)$$

其中  $P$  是勒让德多项式, 径向波函数  $R_l(r) = ru_l(r)$  满足方程

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 u_l}{dr^2} + \left[ V(r) + \frac{\hbar^2}{2m} \frac{l(l+1)}{r^2} \right] u_l = E u_l \quad (11)$$

当  $R$  很大时, 势场可以忽略, 此时满足边界条件的解可写为<sup>[2]</sup>

$$R_l^{(2)} = A_l^{(1)} (2l+1) [j_l(kr) + ia_l h_l^{(1)}(kr)] \quad (12)$$

其中  $j$  和  $h^{(1)}$  分别为球贝塞耳函数和第一类球汉克尔函数, 并含有待定参数  $a_l$ ; 在散射区, 散射势不可忽略, 往往需要数值求解径向方程, 将其解记为  $R_l^{(1)}(r)$ . 两个解在交界处  $r = \rho_0$  应满足函数值和导数都连续的连接条件, 因此

$$\left. \frac{R_l^{(2)}(r)}{\partial_r R_l^{(2)}(r)} \right|_{r=\rho_0} = \left. \frac{R_l^{(1)}(r)}{\partial_r R_l^{(1)}(r)} \right|_{r=\rho_0} \quad (13)$$

据此可以求出  $a_l$ , 从而求得微分散射截面  $d\sigma/d\Omega$  和总散射截面  $\sigma$ <sup>[2]</sup>:

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d\Omega} &= \frac{1}{k^2} \left| \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) a_l P_l(\cos\theta) \right|^2, \\ \sigma &= \frac{4\pi}{k^2} \sum_{l=0}^{\infty} |a_l|^2 \end{aligned} \quad (14)$$

### 2.2 定量计算与分析

这里我们希望对实验测得的整条散射截面随电子能量的变化曲线进行分析, 因此需要较为完整的原子势场. Kr 和 Xe 的散射性质接近, 因此这里仅仅对 Kr 进行分析. Holtsmark J (1930)<sup>[8]</sup> 通过计算, 发现使用 Hartree 场外加一个极化修正时, 可以在较大范围内使得理论计算的散射截面与实验结果很好地符合. 原文献中给出了势场的具体数据, 如图 2 所示, 当  $r$  很大时, 极化修正的渐进关系为  $\Phi \approx -2\alpha r^{-4}/2$ , 对于 Kr  $\alpha = 16.33$  a.u.<sup>[8]</sup>.

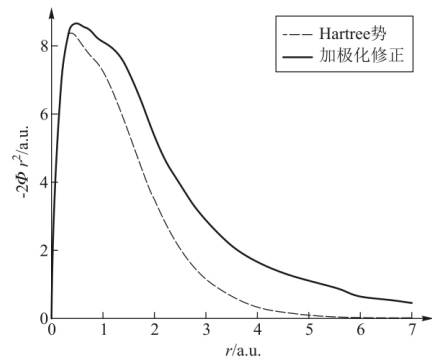


图 2 Kr 的原子势场, 数据来自参考文献[6]

根据以上的原子势场可以计算出散射截面的理论值, 并与实验结果对比, 结果如图 3 所示. 计算结果和原文献的结果(即参考文献[8]中 Fig.7 中的几个点与 Tabelle 3 的几个数据)进行了比对, 两者相符, 表明计算没有错误. 该计算表明, 散射截面出现极小确实是由于  $s$  分波的截面出现极小导致的; 但加速电压更小时,  $p$  分波的截面出现了一个极大, 只是由于这个极大被  $s$  分波的下降覆盖而未显现出来; 在加速电压较大时, 散射截面出现极大主要是  $d$

分波的贡献,但此时其他分波的贡献仍不可忽略.再观察实验结果,可见其变化趋势基本与计算结果符合,但截面极大对应的能量明显偏小;另外在能量很低时,散射截面随能量降低而增加的速率偏慢.

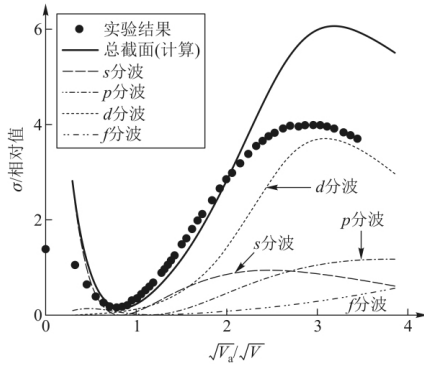


图 3 散射截面的计算与实验结果

由于实验只能测得总有效截面  $n\sigma L$ , 计算与实验结果数值之间会相差一个常数比例因子而无法直接比较大小. 已选取适当的比例常数使得实验结果和计算结果的数值大小尽可能接近(见图 5).

对于散射截面极大对应的能量偏小的现象, 考虑收集电极大小有限造成的影响就可以对实验结果做出很好的解释. 考虑到 P 极存在一定大小(尺寸如图 4 所示), 因此被散射的电子仍有可能被 P 极接收, 而只有当散射角大于一定值  $\theta_m$  时, 才能保证散射的电子不被 P 极接收. 实验测得最小透射率(即此时散射截面最大, 实验条件为  $V_a = 8.71$  V) 约为 0.15. 假设电子束强度在等势区是随通过距离指数衰减的, 则可得平均通过距离为

$$\frac{\int_0^1 x e^{x \ln 0.15} dx}{\int_0^1 e^{x \ln 0.15} dx} \times 6 \text{ mm} = 2.1 \text{ mm} \quad (15)$$

因此可作估计

$$\theta_m \approx \arctan \frac{5}{2 \times (6 - 2.1)} = 0.57 \text{ rad} \quad (16)$$

实验测得的散射截面应为

$$\sigma_e = \iint_{\theta_m < \theta < \pi} \frac{d\sigma}{d\Omega} d\Omega \quad (17)$$

计算得到散射的有效散射截面与实验值的对比如图 5 所示, 可见散射截面极大值对应的电压已被明显修正(更精确的计算方法是用指数衰减规律作卷积, 但计算发现这样做的结果与以上直接用平均值计算的方法相差不大). 当电压较低时散射截面几乎没有被修正, 这是由于低能区散射的角分布是各向

同性的, 与高能区不同, 且散射截面本身就较小. 严格地讲  $\theta_m$  的平均值是与电子速度有关的(因为其表达式中含有与散射概率有关的平均通过距离), 但计算发现这一因素影响不大, 可以在全部加速电压范围内使用截面最大时对应的  $\theta_m$ .

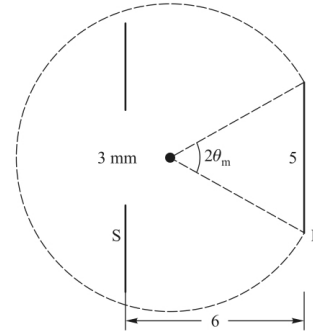


图 4 有效散射角范围示意图. 若散射角落在  $2\theta_m$  内(虚线扇形区外), 电子仍然会被 P 极接收

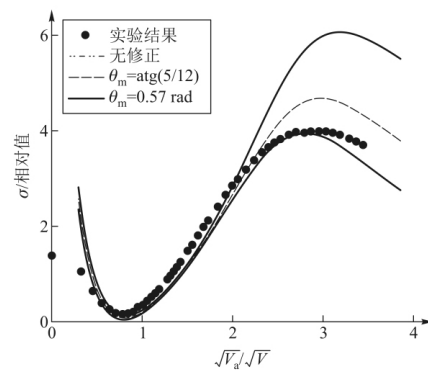


图 5 散射截面的实验结果与作有效散射角范围修正后的计算结果. 可见散射截面极大值对应的电压已被明显修正

对于低能区实验曲线的偏离, 则考虑是电子热初速度以及接触电势差等的贡献. 电子初速度和接触电势差将使曲线整体平移, 实验中确实发现, 在加速电压为很小的负值时  $I_s$  才降为 0, 这说明实际上实验曲线的电压值须要加上一个小量修正. 此外, 电子初速度存在一定分布, 使得实验曲线受到电子速度分布的调制, 这一点也将影响实验结果. 若考虑指数函数的调制, 则结果为实验曲线稍向左移且在低能区数值偏小, 这可以从图 6 中看出. 另外, 由于空间电荷的存在, 阴极附近为减速电压, 只有能量达到一定值的电子才能通过, 且此减速势垒是随加速电压的增大而减小. 在低能区, 此势垒的作用也将显现出来, 使得实际电子的能量比由加速电压得

到的要大. 另一方面, 势垒的大小与加速电压有关, 要做出较精确的电压修正是很困难的.

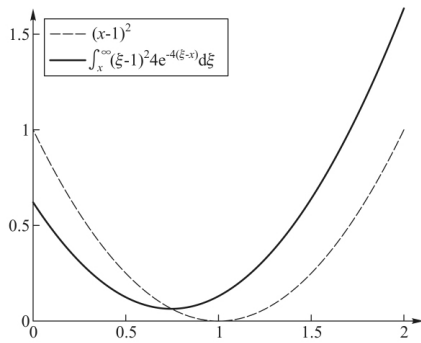


图 6 指数函数的调制示意图. 这里为了简单而用了二次函数作为被调制的函数

实验中还有一个误差来源为电子在从 K 到 S 的过程中被散射后被 S 接收形成  $I_{s3}$  (这与不是由于散射形成的  $I_{s1}$  不同), 由于此过程与电子在 K 到 S 的过程中被散射后被 S 接收形成的  $I_{s2}$  无法区分, 因此存在部分电子还未被完全加速就被散射 (图 7).

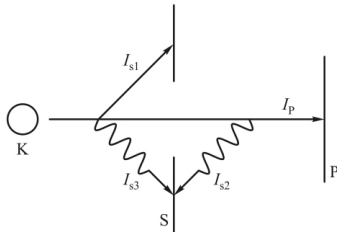


图 7  $I_{s3}$  的形成直线和波浪线分别表示未被散射和被散射的电子

最后简要讨论一下经常用于分析此现象的半径为  $a$ 、深度为  $-V$  的有限深球方势阱

$$\Phi = \begin{cases} -V, & r < a \\ 0, & r > a \end{cases} \quad (18)$$

此时在散射区的波函数可以解析解出

$$R_l^{(1)}(r) = j_l[r\sqrt{2m(E+V)}/\hbar] \quad (19)$$

为与实际情况接近, 我们令有限深球方势阱的空间均值与前面用到的 Hartree-极化势相同, 即

$$\frac{4\pi}{3}a^3V = 4\pi \int_0^{+\infty} r^2 V_{\text{Hp}}(r) dr \quad (20)$$

现调整  $a$  的值, 使得计算曲线形状整体与实验尽可能接近, 可得  $a = 164 \text{ pm}$ . 此时的计算曲线如图 8 所示. 由图可见, 虽总体上计算曲线与实验曲线接近, 但散射截面极小并不是单独由  $s$  分波造成的, 且截面出现极大的主要贡献者变成了  $f$  分波, 这些问题

在测量微分散射截面时会被充分显现出来, 因此我们说这个模型是非常粗糙的, 不能反映真实的情况.

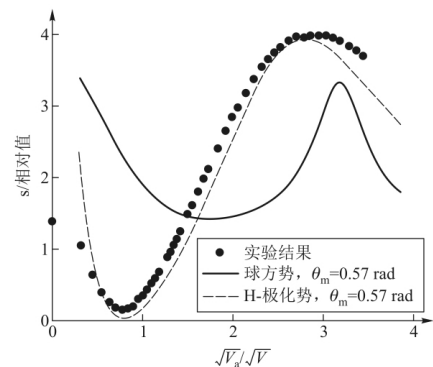
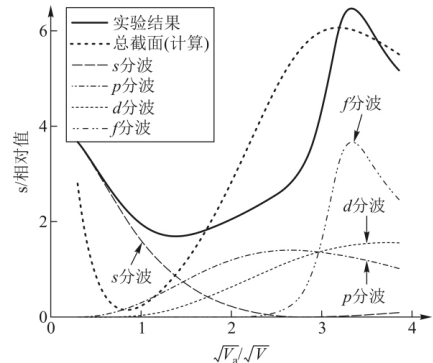


图 8 有限深球方势阱的散射截面以及与 Hartree-极化势的计算结果和实验结果的比较. 我们愿意再次说明, 图中画出数据点的为相对值, 因此不可直接比较数值大小, 而可以比较其变化趋势.

### 3 Child-Langmuir 定律实验分析

#### 3.1 Child-Langmuir 定律推导与实验结果

Child-Langmuir 定律描述了工作在空间电荷区的真空二极管的电压和电流的关系. 为简化讨论, 我们考虑一维情况. 此时 Child-Langmuir 定律可由以下 3 个方程导出<sup>[9]</sup>:

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = -\frac{\rho}{\epsilon_0}, \\ \frac{1}{2}mv^2 = e\Phi, \\ J = \rho v. \end{cases} \quad (21)$$

其中  $\Phi$  为电势,  $e$ 、 $m$ 、 $v$  分别为电子电量、质量、速度,  $\rho$  为电荷密度,  $J$  为电流密度,  $\epsilon_0$  为真空介电常数. 由此即可得到电流正比于加速电压的  $3/2$  次方的结论, 即  $3/2$  关系, 推导过程如下<sup>[9]</sup>: 由上式

消去  $v$  和  $\rho$  得  $\frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = \frac{|J|}{\epsilon_0} \sqrt{\frac{m}{2e\Phi}}$ , 两边乘以  $\frac{\partial \Phi}{\partial z}$  后对  $z$

积分得  $\frac{\partial \Phi}{\partial z} = \left(\frac{|J|}{\epsilon_0}\right)^{1/2} \left(\frac{8m\Phi}{e}\right)^{1/4}$ , 从而解得  $\Phi = \left(\frac{81J^2m}{32\epsilon_0^2e}\right)^{1/3} z^{4/3}$ , 即

$$|J| = \frac{4\epsilon_0}{9L^2} \sqrt{\frac{2e}{m}} V_a^{3/2} \quad (22)$$

其中  $V_a$  和  $L$  分别为加速电压与加速距离. 可以看出  $3/2$  次方关系的比例系数只和电子的加速距离有关. 推导出此关系有 3 条假定:

- > 电子源能提供的电子无限;
- > 电子无初速度;
- > 电子与气体分子等无碰撞.

在低温下, 只有第三点可以满足, 另外两点 (尤其是第二点) 无法满足, 这必然使得实验结果与理论值产生偏离<sup>[8]</sup>.

改变灯丝电压, 测量电流与加速电压的关系, 结果如图 9 所示, 图中 4 条曲线的斜率见表 1 (除  $V_f = 1.50$  V 这一组有明显的非线性, 拟合范围为饱和前的数据, 即电压最小的 5 个点, 其余 3 组线性程度较好, 取了所有点进行拟合). 由实验结果可见,  $\ln I$  和  $\ln V_a$  的线性关系基本成立 (在  $V_f$  较小时曲线明显有向下弯曲趋势) 除了  $V_f$  为 1.50 V 外, 斜率比  $3/2$  要偏小, 且  $V_f$  越大, 斜率越小. 此外, 电流的大小明显与  $V_f$  成正相关, 这是 Child-Langmuir 定律无法解释的.

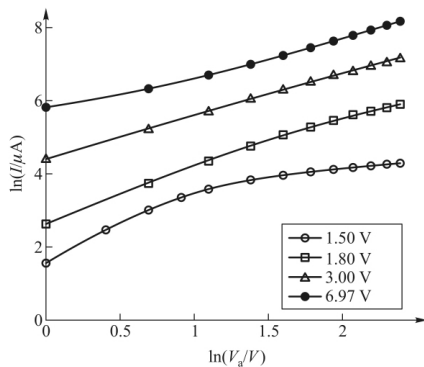


图 9 Child-Langmuir 定律的实验结果

表 1 图 9 中各  $\ln I - \ln V_a$  曲线的斜率

$V_f$ (V)	1.50	1.80	3.00	6.97
斜率	1.86(11) <sup>†</sup>	1.36(4)	1.148(9)	1.01(3)

<sup>†</sup> 在饱和前, 即电压最小的 5 个点.

### 3.2 Child-Langmuir 定律的修正

为解释该实验现象, 现对以上的结论作修正.

先考虑电子存在一定初速度  $v_0$ , 但所有电子的初速度相同. 此时式 (21) 的第二条应改为

$$\frac{1}{2}m(v^2 - v_0^2) = e\Phi \quad (23)$$

求解得电流与加速电压  $V_a$  的关系为

$$J \propto \frac{(2eV_a + mv_0u)^2}{u} \quad (24)$$

其中  $u = \sqrt{v_0^2 + 2eV_a/m} - v_0$ . 取电子的加速距离为 6 mm (与实验条件相同), 利用式 (24) 得到的  $\ln J$  和  $\ln V_a$  关系为很好的线性, 其具体数值结果如表 2 所示, 其中斜率取的是  $V_a$  为 0 和 10 V 的割线 (由于  $\ln J$  和  $\ln V_a$  的线性关系非常好, 这样做是可以的). 我们看到, 计算的斜率确实小于  $3/2$ , 且电流大小与初速度  $v_0$  成正相关, 但随  $v_0$  的依赖关系太弱.

表 2 考虑电子初速度的修正结果

$mv_0^2/2k_B/K$	300	1000	1500	2500
$\ln [J(V_a = 1 \text{ V})] / A \cdot m^{-2}$	-2.32	-2.05	-1.93	-1.76
斜率 (1~10 V)	1.38	1.31	1.28	1.25

### 3.3 进一步的修正

以上的讨论是基于所有电子初速度相同的, 非常粗糙. 若进一步修正, 考虑电子初速度的分布, 则可以将发射电子总数考虑进去.

没有空间电荷时, 热电子发射满足 Richardson-Dushman 方程<sup>[10]</sup>

$$J = \frac{ek_B^2mT^2}{2h^3\pi^2} \exp\left(-\frac{W}{k_B T}\right) \quad (25)$$

其中  $W$  为逸出功,  $k_B$  为 Boltzmann 常数. 逸出电子的能量分布是一个很复杂的函数. 为简单, 将其简化为指数函数  $f(E) \sim \exp(-E/k_B T)$ , 当温度不太高时, 这其实是一个很好的近似, 在温度较高时它也能在一定程度上反映出能量分布函数的特征. 现修改式 (21) 的 3 个方程. 第一个方程不变, 其解可写为

$$\Phi(z) = -\int_0^z \frac{\rho(\zeta)}{2\epsilon_0} |z - \zeta| d\zeta + a + bz \quad (26)$$

其中  $a$  和  $b$  为参数使得  $\Phi(0) = 0$  以及  $\Phi(L) = V_a$ . 第二个方程应改为在  $z$  处, 单位时间内通过的电子的动能分布与电势的关系. 在空间电荷区, 在表面为减速场, 电势随  $z$  增大先下降后增大, 存在一个最小值  $\Phi_m < 0$  (取阴极表面为电势零点), 设此时的  $z$  值为  $z_m$  (图 10 处于饱和区时  $z_m = 0$ ). 当  $z < z_m$  时, 存在被势垒拦回而反向移动的电子, 我们用  $E < 0$  表示这部分电子; 而  $z > z_m$  时则不存在此部分电子. 由电

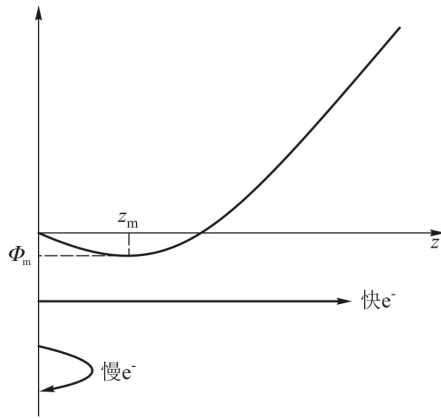


图 10 阴极表面电场示意图

子的能量守恒可得  $z$  处电子的动能分布函数  $f_z$  的表达式为:

$$f_{z < z_m}(E) = \begin{cases} f_0[E - e\Phi(z)], & E > 0 \\ f_z(-E), & \Phi_m - \Phi(z) < E/e < 0 \\ 0, & \Phi_m - \Phi(z) > E/e \end{cases}$$

$$f_{z > z_m}(E) = \begin{cases} f_0[E - e\Phi(z)], & \Phi(z) - \Phi_m < E/e \\ 0, & \Phi(z) - \Phi_m > E/e \end{cases} \quad (27)$$

其中  $f_0(E)$  为初始电子能量分布(已经将能量分布近似为指数分布)

$$f_0(E) = \frac{ek_B m T}{2\hbar^3 \pi^2} \exp\left(-\frac{W+E}{k_B T}\right) \quad (28)$$

第三个方程则自然地推广为  $\rho$  和  $f$  的关系

$$\rho(z) = -e \int_{-\infty}^{+\infty} f_z(E) \sqrt{\frac{m}{2|E|}} dE \quad (29)$$

以上三个方程实际上反映了  $\Phi, f, \rho$  之间的自治关系, 可以对  $\Phi(z)$  进行迭代求解, 从而确定  $f$  和  $\Phi$ . 最终可得

$$J = e \int_{-e\Omega_m}^{+\infty} f_0(E) dE \quad (30)$$

实验用的阴极为氧化物阴极, 取逸出功 1.9 eV 进行模拟. 先作 Benchmark 测试, 将电子能量分布的展宽缩小, 即令  $f(E) \sim \exp(-RE/k_B T)$ , 增大  $R$  的值, 发现计算结果将趋近 Child-Langmuir 定律, 这说明 Child-Langmuir 定律可作为以上推广的极限情况, 且计算无误.

利用以上方法计算, 结果如图 11 所示. 由图可见, 灯丝温度较高时  $\ln J - \ln V_a$  曲线的下凸现象较为明显(前面不考虑电子速率分布的方法的计算结果中曲线非常直), 这与实验结果符合; 电流与灯丝温

度有明显的依赖关系, 相比之前的结果有所改进; 并且可以反应实验中出现的电流饱和现象. 但此结果仍然存在两个问题: 曲线的斜率相对实验结果明显偏小以及电流随灯丝温度的依赖关系仍太弱(实验中不能测得灯丝温度, 但 2500 K 已基本达到灯丝工作极限温度).

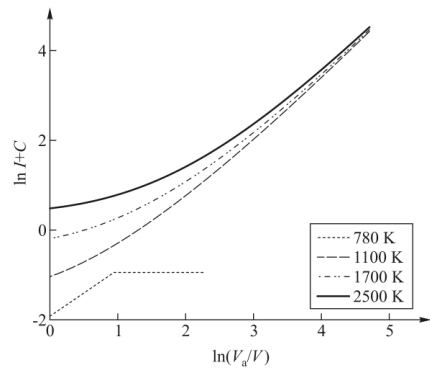


图 11 Child-Langmuir 定律的计算结果

如果扩大加速电压的范围, 发现当加速电压较大时, 电流大小逐渐变得与  $V_f$  无关, 与 Child-Langmuir 定律的结果一致, 且斜率也逐渐增大, 在曲线最末端的斜率约为 1.4. 可以预测, 若增加加速电压, 实验结果会更加接近 Child-Langmuir 定律的结果. 此结果的物理图像为加速电压较大时, 电子初速度就可以忽略, 于是结果回到 Child-Langmuir 定律的结果.

在以上模拟中我们没有考虑场发射, 这实际上是实验结果中  $V_f = 1.5$  V 时饱和平台略微上升的原因<sup>[1]</sup>, 那一组实验中斜率偏大很可能也与此有关. 另外根据闸流管的几何结构, 实际情况并不能简化为一维情况: 首先电场不是沿着一个方向的(阴极是柱形的), 其次实际情况下也存在接收率的问题, 即不是全部电子都被 S 极或 P 极接收. 以上的模拟是一个简化的模型, 因而在定量上与实验还存在一定差异.

#### 4 结论

本文使用 Hartree-极化势计算了 Kr 原子对电子的散射截面, 与 Ramsauer-Townsend 效应实验的测量结果比对, 发现实验结果与理论结果相符, 并分析得到实验中主要误差来源为有效的散射角范围, 电子初速度, 接触电压等, 还通过具体计算说明了教材上有限深球方势阱为一粗糙的模型. 通过实验发现闸流管管流与加速电压的关系偏离 Child-Lang-

muir 定律,分析得出其原因主要为实验中 Child-Langmuir 定律的先决条件不满足(主要为电子源可提供电子有限,电子存在热初速度),并尝试根据实验条件修正 Child-Langmuir 定律,得到了半定量上的正确结果.

### 参考文献:

- [1] 戴道宣,戴乐山.近代物理实验[M].2版.北京:高等教育出版社,2006:67-93.  
 [2] 胡永茂,张桂樯,等.氙原子散射截面反常现象的观测分析[J].物理实验,2008,28(7):40-44.  
 [3] 顾恩遥,白翠琴,吕景林.冉绍尔-汤森效应实验仪自动化改进[J].物理实验,2013,33(11):11-15.  
 [4] 李依然,董国波,唐芳.弗兰克-赫兹实验控制栅电压

- 对板流的作用探究[J].大学物理,2014,33(12):56-60.  
 [5] 林琼桂.中心力场低能散射分析[J].大学物理,2011,30(2):2-4.  
 [6] David J Griffiths.量子力学概论[M].2版.贾瑜,胡行,李玉晓,译.北京:机械工业出版社,2009:261-265.  
 [7] 曹钧植,杨新菊,姚红英.冉绍尔-汤森效应及其电流电压关系[J].物理实验,2015,35(3):1-6.  
 [8] Holtmark J. Der Wirkungsquerschnitt des Kryptons für Langsame Elektronen[J]. Physik J Z, 1930, 66: 49.  
 [9] Child C D. Discharge From Hot CaO [J]. Physical Review. Series I. 1911, 32 ( 5 ): 492-511.  
 [10] Massey H S W ,Burhop E H S. Electronic and Ionic Impact Phenomena [M]. Oxford: The Clarendon Press. 1971: 01-407.

## Ramsauer-Townsend effect and Child-Langmuir law experiments

ZHAO Yuan-sheng ,JIA Xiao-han ,YAO Hong-ying

( Department of Physics , Fudan University , Shanghai 200433 , China)

**Abstract:** Using a Hartree-polarization potential , the curve of the Ramsauer-Townsend effect obtained by a thyratron is analyzed. We also quantitatively investigate the phenomenon which occurs in the experiment of the Child-Langmuir law that the slope between  $\ln I$  and  $\ln V_a$  ( where  $V_a$  is the accelerating voltage) is less than  $3/2$  , by considering that the electrons have initial velocity.

**Key words:** Ramsauer-Townsend effect; Child-Langmuir law; Thyratron

(上接 46 页)

## Quantitative study on the vibration of the siren membrane

CHEN Sheng-nan , BAI He

( College of Physics and Materials , Tianjin Normal University , Tianjin 300387 , China)

**Abstract:** Based on the theoretical study of free vibration of plane film , combined with the Eighth National College Physics academic competition , the phenomenon of sound vibration of the whistle is studied. According to the free vibration equation of the circular film , the different modes of the circular film vibration are analyzed by using the Bessel function. We make the 3D printing technology to make different specifications of the whistle. The circular tube changes the experimental condition , we use a high-speed camera to record the vibration process of the circular film , and use the Audacity software to analyze the fundamental frequency of the circular film vibration. The quantitative study of the vibration of the circular film is realized. The results show that the size of the tension of the circular film in the vibration is the choice of the vibration mode in the linear interval of the elastic deformation of the circular film. The main factor is that in the same vibration mode , changing the length and inner diameter of the whistle tube has no effect on the vibration form.

**Key words:** whistle sound; circular film; free vibration; spectrum analysis; fundamental frequency

大学物理

<http://dxwl.bnu.edu.cn>