

音叉作受迫振动的速度共振幅频 响应曲线的研究

陈 思, 陈骏逸

(复旦大学 物理系, 上海 200433)

摘 要: 在音叉作“受迫振动与共振”实验中, 运用计算机对音叉作受迫振动的幅频响应曲线进行了精确测量, 测到速度共振幅频响应曲线, 研究了该曲线与位移共振幅频响应曲线在规律与特性上的区别。这一结果对教学和物理规律的深入研究将有很大帮助。

关键词: 受迫振动; 共振; 速度振幅; 位移振幅

中图分类号: O321; G642.423 **文献标识码:** B **文章编号:** 1002-4956(2007)12-0048-03

Study on amplitude-frequency response of velocity resonance in forced vibration

CHEN Si, CHEN Jun-yi

(Department of Physics, Fudan University, Shanghai 200433, China)

Abstract: In the experiment of “forced vibration and resonance”, curve response to amplitude-frequency is measured accurately with computer. The distinction is observed which is between amplitude-frequency response of velocity resonance and amplitude-frequency response of displacement resonance in rule and characteristic. It has been found that the curve which is gotten in the experiment of forced vibration and resonance which uses magnetic core loop as detective loop accords with amplitude-frequency response of velocity resonance vibration in forced vibration but not amplitude-frequency response of displacement resonance which is considered as usual. The result will have much help to teaching and further research on physics rules.

Key words: forced vibration; resonance; velocity amplitude; displacement amplitude

周期力驱动的刚体的振动叫做受迫振动。现有的实验教材中, 通常将音叉作受迫振动时测定的曲线看作系统共振幅频响应曲线, 但我们在应用计算机进行此实验时, 发现测定的曲线与位移共振幅频曲线的形状不一致, 而与速度共振振幅与频率的关系曲线相同。在对实验原理做理论分析后, 也得出实际测得的曲线是速度共振幅频曲线的结论。在诸多实验教材中, 受迫振动实验的原理部分对于测得的曲线属于哪个量的共振曲线没有叙述, 或者认为是位移共振幅频曲线。为更深入、准确地理解物理

概念, 此结论应该引起实验者的重视。由于计算机实测误差小, 实验曲线的精确测量有利于实验者对速度共振曲线和位移共振曲线细微差别的认识和判断, 这也突显了计算机用于物理实验的优点。本文可以作为对现有相关的受迫振动教材的一种补充和纠正。

1 原理

如果外界给系统一个周期变化的强迫力, 则可以使振动持续下去。通常用的是随时间作正弦函数或余弦函数变化的强迫力, 在强迫力作用下的振动叫做受迫振动, 它应满足微分方程

$$\frac{dx^2}{dt^2} + 2 \frac{dx}{dt} + {}_0^2 x = \frac{F}{m} \cos t, \quad (1)$$

式(1)式中, x 为振动系统的位移, m 为振动系统的质量, F 为强迫力的振幅, ω 为强迫力的圆频

收稿日期: 2007-01-15 修改日期: 2007-04-09

作者简介: 陈思 (1985—), 男, 上海市人, 复旦大学物理系 2004 级本科生

通讯作者: 陈骏逸 (1963—), 男, 浙江省鄞县人, 复旦大学物理学学士, 副教授, 从事物理实验教学及教学工作。

率, ω_0 为振动系统固有频率, γ 为阻尼系数, $\frac{dx}{dt}$ 为系统振动速度。式 (1) 解为

$$x = A_0 e^{-\gamma t} \cos(\omega_0 t + \phi) + \frac{F}{m} \frac{\cos(\omega t + \theta)}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\gamma^2 \omega^2}} \quad (2)$$

式 (2) 包括两项: 第一项表示一个暂态振动, 由于阻尼的存在在振动开始后不断衰减, 较快地归为零; 后一项表示稳态振动, 即

$$x = A \cos(\omega t + \theta), \quad (3)$$

$$A = \frac{F}{m \sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\gamma^2 \omega^2}}, \quad (4)$$

A 为受迫振动稳稳下的位移振幅。

将位移 x 对时间 t 求一次导数得振动系统的速度为

$$V = \frac{dx}{dt} = -A \omega \sin(\omega t + \theta) = V_0 \cos\left(\omega t + \theta - \frac{\pi}{2}\right), \quad (5)$$

式 (5) 中, V_0 为受迫振动的速度振幅, $V_0 = A\omega$ 。

A 和 V_0 都是 ω 的函数, 对 A 求导取极值, 即得到位移振幅极大值为

$$A_m = \frac{F}{2m \sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2}}, \quad (6)$$

此时

$$\omega = \omega_0$$

对 V_0 求导取极值, 得 $\omega = \omega_0$, 速度振幅极大值为

$$V_{0m} = \frac{F}{2m}. \quad (7)$$

位移振幅出现极大值时称为位移共振, 速度振幅出现极大值时称为速度共振^[1]。

由 (6) 式和 (7) 式可知, 位移振幅的极大值与速度振幅的极大值不同, 前者与系统固有频率 ω_0 有关, 而后者与其无关^[1]。

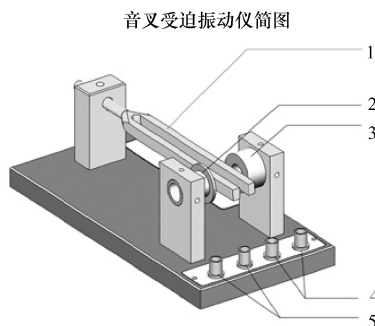
2 实验装置

实验装置如图 1, 由电磁激振线圈、音叉、电磁感应线圈、支座等构成, 其他还有计算机、FD-VR-A 型主机、交流数字电压表、试验仪、质量块、阻尼片、小磁钢、电子天平、连接线等。

3 实验

3.1 测定受迫振动曲线

(1) 仪器接线, 并预热仪器。把信号发生器设置到手动档, 将频率由小到大缓慢增加, 测量系统的共振频率。



1-音叉; 2-驱动线圈 (内有磁芯); 3-探测线圈 (内有磁芯)
4-接交流数字电压表或计算机接口; 5-正弦信号输入

图 1 音叉受迫振动仪简图

(2) 把信号发生器设置在自动档, 将频率调到合适位置, 使共振峰可以处于坐标图的中间, 用计算机测出数据和图像。

3.2 证明测得的曲线是速度共振幅频响应曲线

(1) 信号发生器设在手动档, 慢慢调节驱动频率, 从共振点附近开始逐渐减小。观测音叉振幅 (即电压表示数) 是否随频率的减小而趋近于零。

(2) 用计算机实测音叉作受迫振动振幅, 与频率关系曲线进行比较, 分析测量结果在误差允许范围内是否一致。

(3) 根据速度共振和位移共振的差异, 判断测得的幅频曲线为速度共振幅频响应曲线。

(4) 对实验得到的速度共振曲线进行理论分析和解释。

4 实验数据及分析

实验 1 测得的图像如图 2 所示。

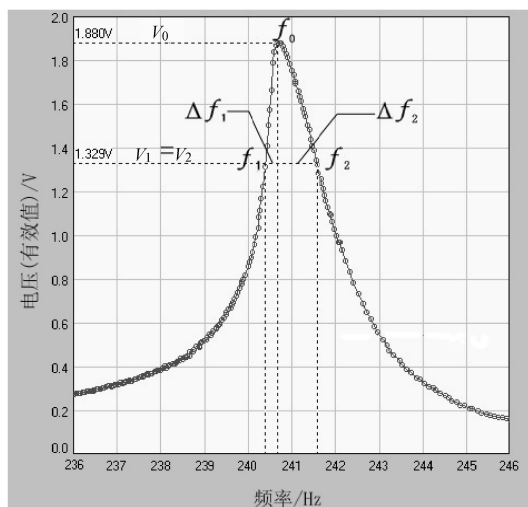


图 2 用计算机实测振幅与频率关系曲线

由图 2 可得:

$$V_0 = 1.880 \text{ V}; f_0 = 240.45 \text{ Hz}$$

$$V_1 = V_2 = 1.329 \text{ V}; f_1 = 240.16 \text{ Hz}$$

$$f_2 = 241.34 \text{ Hz} \quad f_1 = 0.29 \text{ Hz}$$

$$f_2 = 0.89 \text{ Hz}$$

根据以上数据可以直观看出此曲线在共振峰左边上升较快, 较陡; 右边下降较慢, 较缓。

一些物理理论课教材^[2]介绍的位移共振幅频响应曲线和速度共振幅频响应曲线如图 3 所示

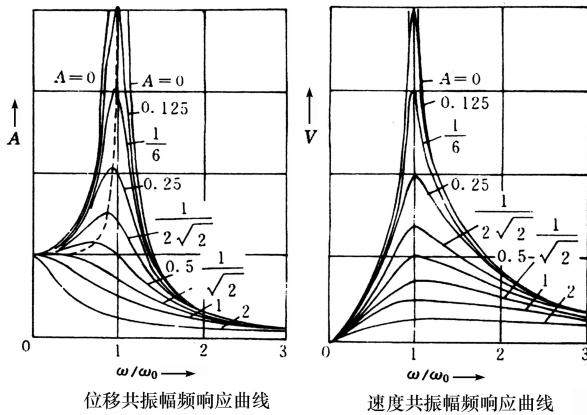


图 3 速度共振与位移共振响应曲线

(图中 A 为位移振幅, V 为速度振幅)。由图 3 可以看出, 速度共振幅频响应曲线在共振峰的左边上升较快, 较陡, 而在右边下降较慢, 较缓; 当频率趋近于零时, 速度振幅也趋近于零; 频率趋近于无穷大时, 速度振幅趋近于零。而位移共振幅频响应曲线在共振峰的左边上升较慢, 较缓, 在右边下降较快, 较陡, 频率为零时, 位移振幅值为定值, $A_0 = \frac{F}{m \omega_0^2}$, 频率趋近于无穷大时, 振幅值为零^[2]。

设 V_1 和 V_2 分别是音叉在共振频率两侧的振动速度, ω_1 和 ω_2 分别是音叉振动速度 V_1 和 V_2 对应的频率与共振频率的差, 由理论分析可得:

$$V_1 = \omega_1 A_1 = \frac{\frac{F}{m} (\omega_0 - \omega_1)}{\sqrt{(\omega_0^2 - (\omega_0 - \omega_1))^2 + 4^2 (\omega_0 - \omega_1)^2}}$$

$$V_2 = \omega_2 A_2 = \frac{\frac{F}{m} (\omega_0 + \omega_2)}{\sqrt{(\omega_0^2 - (\omega_0 + \omega_2))^2 + 4^2 (\omega_0 + \omega_2)^2}}$$

可以推出^[3], 当 $V_1 = V_2$ 时, 有

$$\omega_1 < \omega_2 \quad (8)$$

式 (8) 表明, 在音叉速度共振幅频响应曲线中, 在共振频率两侧, 相同振动速度对应的频率与共振频率的差是不同的, 并且从图像上看, 其趋势是左边较陡, 上升较快, 右边较缓, 下降

较慢。

同理可以推出在音叉位移共振幅频响应曲线中, 在共振频率两侧, 相同振动幅度对应的频率与共振频率的差也是不同的, 并且和音叉速度共振幅频响应曲线相反; 从图像上看, 其趋势是左边较缓, 上升较慢, 右边较陡, 下降较快。

可以根据上述规律判断所测得的图像。从图 2 共振峰两边的上升与下降趋势来看, 测得的图像与速度共振幅频响应曲线相同, 而与位移共振幅频响应曲线相反。

进一步进行实验, 观察在频率趋近于 0 Hz 的过程中, 音叉振幅是否趋近于零。实验中在频率为 202 Hz 附近时, 振幅已经接近于零, 说明这条曲线不是位移共振幅频响应曲线, 而是速度共振幅频响应曲线。

从实验仪器的工作原理分析也可以得到相同结论。一端的电磁激振线圈在由低频信号发生器供给的正弦交变电流作用下, 产生交变磁场激振音叉, 交变磁场变化的频率随线圈中的正弦交变电流的频率而变, 电流频率越高, 磁场变化越快。另一端线圈因为变化的磁场产生感应电流, 输出到交流数字电压表中。

因为探测线圈中的感生电流 $I = \frac{dB}{dt}$, 而 $\frac{dB}{dt}$ 取决于音叉振动中的速度 v , 即在不考虑惯性滞后和振幅恒定的条件下, 速度越快, 磁场变化越快, 产生电流越大, 电压表显示的数值越大。因此实验中所测得的电压值是和音叉振动的速度、音叉的振幅, 以及音叉振动时惯性大小相关。在驱动频率小于共振频率时, 随着驱动频率的增加, 音叉振动的速度也同时增加, 且音叉振幅也加大, 所以 $\frac{dB}{dt}$ 增加较快; 当驱动频率大于共振频率, 且在共振频率附近时, 由于惯性的影响, 音叉振幅减缓下降, 以及音叉振动速度的影响, 使得 $\frac{dB}{dt}$ 的减小比一般位移共振曲线要缓慢, 因此速度共振曲线在共振频率 ω_0 两侧是不对称的, 即小于共振频率的曲线上上升较快, 而另一侧下降较慢。由实验结果和理论分析, 可以断定: 用磁性线圈作探测器的音叉作受迫振动的共振曲线为速度共振幅频曲线。

5 结束语

本文作者用计算机实测音叉受迫振动, 精确测 (下转第 56 页)

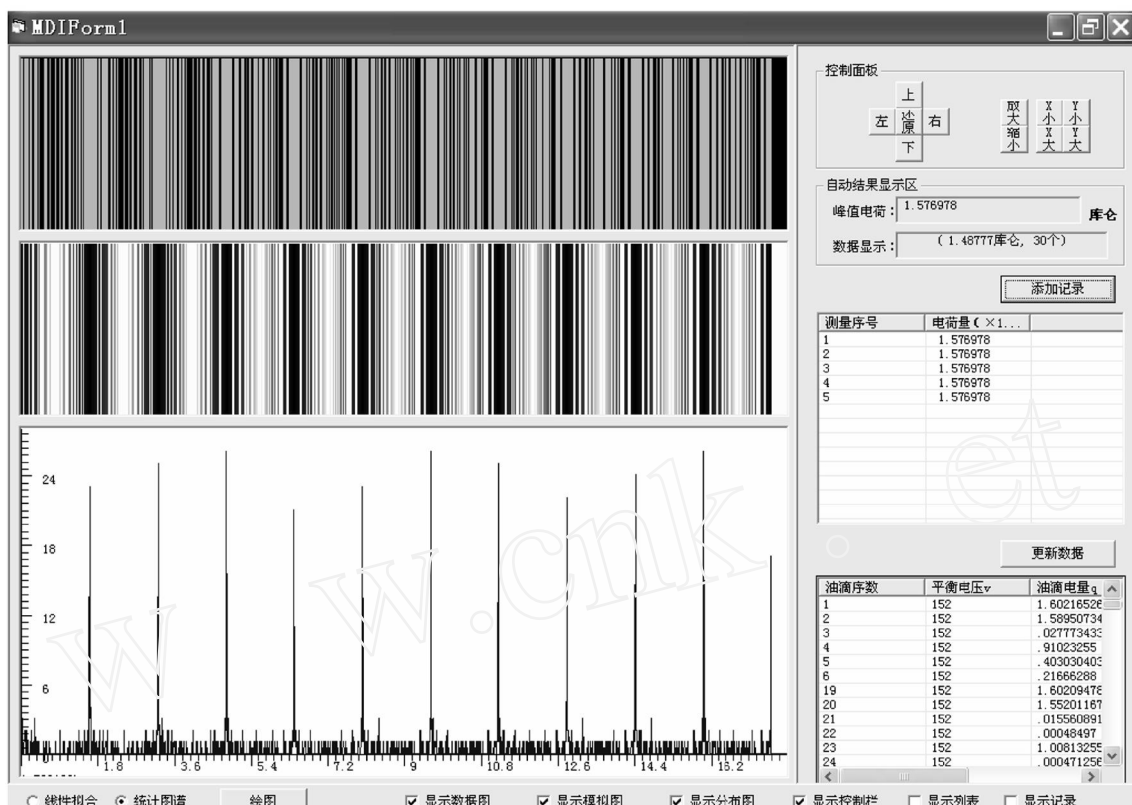


图 8 “统计法”数据处理子界面

参考文献 (References):

- [1] 吴金勇, 刘先昆, 虞致国. 密立根油滴实验的测—算一体化实现 [J]. 实验技术与管理, 2003, 20 (2): 31-34.
- [2] 李湘江, 彭建. 基于 VB 的实时数据采集程序设计 [J]. 微计算机信息, 2003, 19 (10): 38-39.
- [3] 李飞, 王江萍, 孙志英. 基于 VB 的数据采集与处理系统的研究 [J]. 计量技术, 2004 (6): 24-27.
- [4] 蒋永平, 徐度, 郑胜林, 等. 信息技术与实践课程整合的探索

[J]. 实验技术与管理, 2004, 21 (2): 232-236

- [5] 周海涛, 董有尔. 大学物理实验辅助教学系统的开发 [J]. 实验技术与管理, 2006, 23 (7): 220-224.
- [6] 刘圣才, 李春葆. Visual Basic6 程序设计导学 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2002.
- [7] 董有尔. 大学物理实验 [M]. 合肥: 中国科技大学出版社, 2006.
- [8] 蒋斌. Visual Basic6 程序设计 [M]. 北京: 电子工业出版社, 2001.

(上接第 50 页)

量音叉受迫振动的曲线。通过实验数据的比较和理论分析, 证明实验曲线是速度共振幅频响应曲线, 而不是通常认为的位移共振幅频响应曲线。此实验充分显示了应用计算机的优点, 即测量数据的精确性和高效性, 因而能发现过去教学和教材中的一些模糊概念, 这对深入研究物理规律大有裨益。

在本课题研究中, 得到了复旦大学陆申龙教授指导帮助, 在此表示感谢。

参考文献 (References):

- [1] 潘元胜, 冯璧华, 于瑶. 大学物理实验 (第二册修订版) [M]. 南京: 南京大学出版社, 2004.

- [2] 赵凯华, 罗蔚茵. 新概念物理教程: 力学 [M]. 北京, 高等教育出版社, 1995 (2000重印).
- [3] 陆申龙, 曹正东. RLC 串联谐振教学实验的研究 [J]. 物理实验, 1996, 16 (3): 109-111.
- [4] 陈莹梅, 陆申龙. 音叉的共振频率与双臂质量的关系研究及其应用 [J]. 物理实验, 2006, 26 (7): 6-9.
- [5] 马学坤. 线形受阻阻尼振动发生共振的条件及特征 [J]. 大学物理, 2001, 20 (2): 3-7.
- [6] 陶湘. 从功能关系讨论受迫振动的振幅 [J]. 大学物理, 1994, 13 (11): 5-9.
- [7] 陆同兴, 台启权. 关于 RLC 电路谐振特性曲线的对称性问题 [J]. 大学物理, 1996, 15 (11): 5-6.
- [8] 王亿, 杨玉屏, 赵健生. 受阻阻尼振动系统动力学性质的研究 [J]. 大学物理, 2001, 20 (7): 22-25.