

基于彩虹光学原理测量介质材料折射率的新方法

王奇思 孙 健 马世红

(复旦大学 物理学系, 上海 200433)

摘要: 基于彩虹的光学原理, 获得测量介质材料折射率的一种新方法, 且在此基础上设计了一套适应该方法的实验测量装置. 通过该装置, 可以在实验室中简便地模拟彩虹中的光学现象, 深刻地理解彩虹现象的光学本质, 同时能够测量介质材料的折射率.

关键词: 彩虹; 激光光束; 介质材料; 折射率

中图分类号: O 435.1

文献标识码: A

文章编号: 1000-0712(2012)02-0055-04

彩虹是自然界中一种常见的大气光学现象. 由几何光学原理分析, 彩虹是太阳光射入球状水珠经内反射、折射, 发生色散而形成的. 通过理论分析可知, 进入水珠的太阳光, 经多次内反射后, 分别从水滴出射发生色散, 人们就应该可以看到彩虹. 然而, 事实上人们一般只能看到两条彩虹的存在: 一条是经一次内反射形成的主虹, 另一条是经过两次内反射形成的副虹——霓^[1, 2]. 受到彩虹光学现象的启发, 可以运用其中的光学原理对一些介质材料的折射率进行精确测量. 由于水珠是一个高度对称的体系, 可以在普通的教学实验室中用一个三维的球体(形)或二维的圆柱体(形)介质材料模拟或代替水珠来研究自然界中彩虹形成的原因. 本文主要研究上述两级的彩虹现象. 同时基于彩虹的光学原理, 为了精确地获得入射光束的偏折角度值, 对实验室中常规的分光计进行了必要的技术改造, 以便最大程度地满足利用激光器和光功率计能够对圆柱形介质材料的折射率进行精确测量.

1 实验方法的理论分析^[3]

考虑利用单色平行光水平入射到一个圆柱形介质材料的情况(其横截面为圆, 如图 1 所示). 其中: θ 为入射角, ψ 为折射角, 偏折角 A (出射光与入射光之间的夹角) 是入射角 θ 的函数. 折射一次光线偏转 $\theta - \psi$, 反射一次偏转 $\pi - 2\psi$, 故有偏折角:

$$A(\theta) = 2(\theta - \psi) + (\pi - 2\psi) = \pi + 2\theta - 4\psi \quad (1)$$

根据折射定律 $n = \sin \theta / \sin \psi$, 可以得到

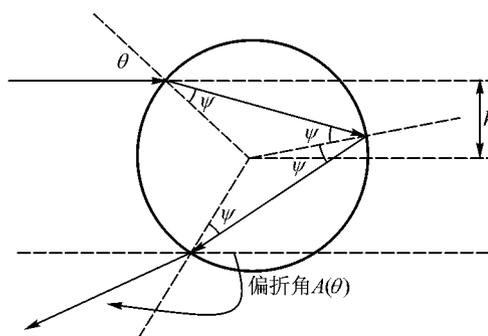


图 1 光路示意图

$$A(\theta) = \pi + 2\theta - 4\arcsin\left(\frac{\sin \theta}{n}\right) \quad (2)$$

显而易见, 光束的入射角 θ 与光束到圆心的距离有关, 设入射光到圆心的距离为 h . 则有关系

$$h = R \sin \theta$$

两边同时微分, 可以得到

$$\Delta h = R \cos \theta \Delta \theta = R \cos \theta \frac{\Delta A}{\Delta A / \Delta \theta}$$

整理得

$$\frac{\Delta h}{\Delta A} = \frac{R \cos \theta}{A'(\theta)} \quad (3)$$

若 $\Delta h / \Delta A$ 越大, 单位出射角度内所分配到的入射光越多, 那么出射光的强度就越大. 也即当 $A'(\theta) = 0$ 时, 出射光的亮度最大. 由于水珠对不同颜色的光的折射率不同, 由式(2)可知各种颜色的出射光最大光强处对应的偏折角不同. 就这样, 颜色在空中排布, 形成了人们所见到的彩虹.

假设光线射入水珠后发生了 m 次反射(称为 m

收稿日期: 2011-02-07; 修回日期: 2011-06-23

基金项目: 国家自然科学基金“国家基础科学人才培养基金”项目(J0730310)资助

作者简介: 王奇思(1990—)男, 江苏徐州沛县人, 复旦大学物理学系 2008 级物理学专业本科生.

阶彩虹) 根据上述的实验现象, 可以得知偏折角具有以下规律

$$A(\theta) = 2(\theta - \psi) + m(\pi - 2\psi) = m\pi + 2\theta - 2(m+1)\psi \quad (4)$$

根据折射定律, 有

$$A(\theta) = m\pi + 2\theta - 2(m+1) \arcsin\left(\frac{\sin\theta}{n}\right) \quad (5)$$

当满足 $A'(\theta) = 0$ 时, 所对应的入射角为^[3]

$$\theta_m = \arccos \sqrt{\frac{n^2 - 1}{m^2 + 2m}} \quad (6)$$

当一束宽度为 Δh 的单色平行光光束从距离圆柱中心 h 的地方垂直轴心入射时, 其 m 级出射光束的偏折角仍然满足式(5), 由 $A'(\theta) = 0$ 就可以求出出射光线最亮、光强最大时的偏折角

$$A_{\max} = m\pi + 2 \arccos \sqrt{\frac{n^2 - 1}{m^2 + 2m}} - 2(m+1) \arcsin\left(\frac{1}{n} \sqrt{\frac{m^2 + 2m - n^2 + 1}{m^2 + 2m}}\right) \quad (7)$$

实验中可以逐渐改变 h , 测定出射光强最大时对应的偏折角 $A(\theta)$, 进而利用式(7) 就可以测得介质材料的折射率 n .

2 实验部分

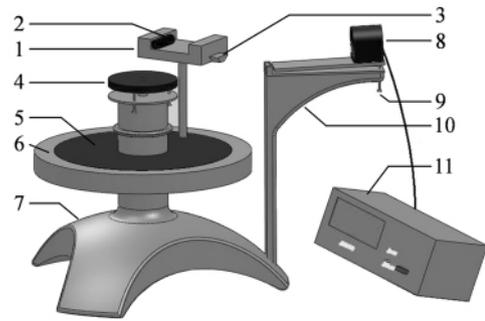
2.1 实验装置设计

实验测量装置如图2所示. 装置主体部分主要由分光计改造而成^[4], 将望远镜及平行光管拆除. 1 为一个带有刻度的可移动小型光具座, 上面水平固定着激光器, 并将其固定在内转盘上. 8—11 为光强探测部分, 是可调节狭缝宽度的光功率计, 9 是调节螺丝, 可调节其高度, 从而可以调节进入光孔的光量. 在实验过程中, 始终将外盘保持固定.

2.2 结果与讨论

实验时采用波长为 632.8 nm 的 He-Ne 激光, 需要测定出射激光光束通过载物台中心轴直接射入到光功率计狭缝时左右刻度盘的读数 β_1 、 β_2 , 如图3中的光线 O, 然后放入圆柱, 旋转内转盘, 使某级(本实验测定了一级和二级出射光) 出射光光斑照到光功率计狭缝上使光功率达到极大值时的左右刻度盘的读数 β'_1 、 β'_2 , 以及通过平移光具座改变的 h 值、石英圆柱半径 R 和圆柱中心到光功率计狭缝的水平距离 L (实验时需保证圆柱与载物台共轴放置).

当出射光方向保持不变时, 固定光功率接收器



1. 激光器放置平台; 2. He-Ne 激光器; 3. 标尺; 4. 载物台; 5. 内转盘; 6. 外转盘; 7. 底座; 8. 光功率计接收器; 9. 调节螺丝; 10. 接收器支架; 11. 光功率计读数部分

图2 实验装置设计图

8 的位置不变, 入射光转过的角度即为 $\beta = \frac{(\beta_1 - \beta'_1) + (\beta_2 - \beta'_2)}{2}$, 如图3所示, 虚线 $1'$ 与入射光线 1 平行, 出射光线 3 与入射光线 1 的夹角(即偏转角)为 β 再加上一个角度修正. 如图3所示, 未放圆柱时, 出射光是通过载物台轴心射入狭缝的(光线 2), 经过圆柱折射后, 出射光线不再通过载物台轴心射入狭缝(光线 3), 由几何关系

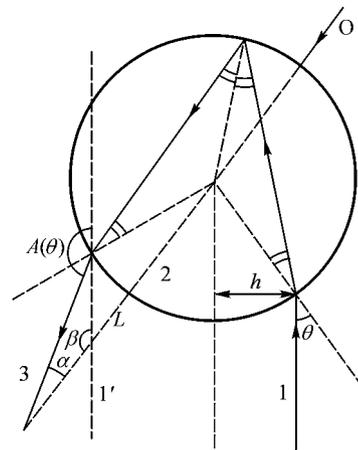


图3 偏转角修正光路图

$$\frac{\sin\alpha}{R} = \frac{\sin\theta}{L} \quad (8)$$

$$\sin\theta = \frac{h}{R} \quad (9)$$

从而得到出射光偏折角

$$\alpha = \arcsin(h/L) \quad (10)$$

因此总的偏转角

$$A(\theta) = \beta + \alpha \quad (11)$$

表 1 列出了上述所有物理量的实验测量数据.

表 1 实验数据

阶数	β_1	β_2	β_1'	β_2'	h/cm	L/cm	R/cm
一	69°49′	249°50′	284°13′	104°15′	1.93	14.50	2.20
二	69°49′	249°50′	179°55′	359°58′	2.05	14.50	2.20

对于圆柱形石英玻璃材料的折射率的计算, 可以利用以下 3 种不同的计算方法.

计算方法 1:

首先, 一些物理量的计算结果如表 2 所示.

表 2 计算结果

阶数	α	β	θ_m	$A(\theta)_{\max}$
一	7°39′	145°36′	61°19′	153°15′
二	8°8′	249°53′	68°43′	258°1′

将 $A(\theta)_{\max}$ 代入式 (7) 中, 利用 Mathematica 软件工具所编制的程序, 可以得到: 一阶极大位置对应的: $n = 1.4591$; 二阶极大位置对应的: $n = 1.4526$.

通过比较上述数值可知: 利用一、二阶出射光束偏折角度所得到的折射率数值, 两者还是较为吻合的, 但是他们两者之间毕竟还有 0.0065 的差值. 误差存在的主要原因是: 二阶出射激光光束的强度比一阶弱很多, 而且角度的展宽更大, 所以光强极大位置的测量误差比一阶时要大一些. 因而在测定样品折射率时, 可以用一阶极大位置得到的结果作为测量值, 二阶极大位置得到的结果作为参照值.

计算方法 2:

方法 1 是利用 h, R, L 将修正角度算出从而求出 n 值, 事实上, 由式 (5)、(10)、(11) 得到

$$\beta(\theta) = A(\theta) - \alpha(\theta) = m\pi + 2\theta - 2(m+1) \cdot \arcsin\left(\frac{\sin\theta}{n}\right) - \arcsin\left(\frac{R\sin\theta}{L}\right) \quad (12)$$

又由式 (6) 知: $\theta_m = \arccos\sqrt{\frac{n^2-1}{m^2+2m}}$, 两式联立即可将 θ_m 消去得到 β 与 n 的关系, 即使 h 的值未知同样也可以得到结果. 用 Mathematica 计算得到:

一阶极大位置对应的: $n = 1.4520$, 二阶极大位置对应的: $n = 1.4524$.

计算方法 3:

可以通过 $\sin\theta = \frac{h}{R}$ 将得到出射光强极大时的

入射角 θ_m 算出, 再由 $\theta_m = \arccos\sqrt{\frac{n^2-1}{m^2+2m}}$, 同样可以把折射率求出来, 即

$$n = \sqrt{1+(m^2+2m)\cos^2\theta_m} = \sqrt{1+(m^2+2m)(1-h^2/R^2)} \quad (13)$$

代入表 1 中一阶和二阶数据得到: 一阶极大位置对应的: $n = 1.30$; 二阶极大位置对应的: $n = 1.43$.

通过查阅相关资料(如光学玻璃手册)可以得到波长为 632.8 nm 时, 其石英玻璃折射率 $n = 1.4570$. 因此可知: 计算方法 3 显然结果误差最大, 这是因为 h 的测量不够精确, 式 (13) 中由于误差传递 h 的误差对 n 的结果影响很大. 从表面上看, 计算方法 1 比计算方法 2 得到的结果更加接近理论值, 但事实上 h 的测量误差比较大, 计算方法 2 只有角度测量误差, 没有引入 h 的误差; 而计算方法 1 的实验误差包括角度测量误差(使 n 偏小)和 h 测量误差(使 n 偏大)两部分, 最后巧合导致结果最准确, 所以尽管计算方法 1 结果是最准确的, 笔者认为仍然应该选择计算方法 2 的计算结果作为测量结果, 而且在实验时也可以不用测量 h 值.

尽管在处理实验测量数据时笔者采用了 3 种方法, 但是在本次实验中采信了计算方法 2 所得的测量结果. 就方法本身而言上述方法各有优劣. 其中计算方法 3 所需测量的量最少, 只需测量 h , 但值得注意的是, 用此法计算折射率时对 h 的响应非常明显, 如图 4 所示. 所以如果要采用计算方法 3 进行计算, 必然需要 h 的精度达到 10^{-1} mm 以上, 这对实验仪器提出了非常高的要求. 而对于计算方法 1, 虽然计算中引进了 h , 但由于还需要 L, θ 的测量, 其由 h 引起的误差比方法 3 小, 故在实验条件较好的情况下可以用计算方法 1 和计算方法 2 进行计算, 并且比较计算结果找出引起误差的原因. 当 h 测量条件不佳时采取计算方法 2 较为妥当.

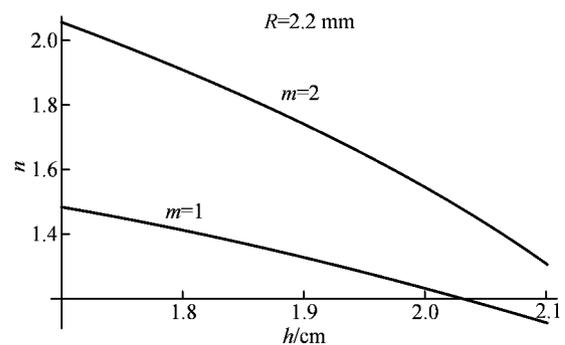


图 4 $n-h$ 的关系曲线

3 结束语

通过该实验方法可以较为精确地测量介质材料的折射率, 同时提供了一种测量介质材料折射率的新方法. 另外, 本实验设计并使用的仪器可以对光强进行测

量 操作简便 光路清晰,可以为光的折射、色散等实验所应用 具有良好的应用前景 可以予以推广.

参考文献:

- [1] 哈里德,瑞斯尼克,沃克. 物理学基础[M]. 张三慧,李椿,滕小瑛,等译. 北京:机械工业出版社,2005: 867-869. (Fundamentals of Physics, 6th Edition, D. Halliday, R. Resnic, J. Walker).
- [2] 张文慧,张协成. 虹的几何光学原理[J]. 物理通报, 2008(8): 5-8.
- [3] 郑为晋,曾思翰,王翊伦,等. 让我们看虹去——虹彩中的光学原理[J]. 物理(双月刊,中国台湾) 2009, 31(4): 404-409.
- [4] 沈元华,陆申龙. 基础物理实验[M]. 高等教育出版社, 2003: 234-240.

New method to measure medium material's index of refraction based on optical principle of rainbow

WANG Qi-si; SUN Jian, MA Shi-hong

(Department of Physics, Fudan University, Shanghai 200433, China)

Abstract: On the basis of optical principle of rainbow, a new method to measure material's index of refraction is applied and a set of experimental instruments applying this method is worked out. With the instruments, the optical phenomenon of rainbow in laboratory can be used to simulate easily which helps us to understand the optical essence of rainbow in a deeper way, and get the index of refraction at the same time.

Key words: rainbow; laser beam; medium material; index of refraction

(上接 41 页)

- [4] 张三慧. 大学基础物理学(下册)[M]. 北京:清华大学出版社, 2005: 429.
- [5] 蔡建旺. 磁电子学器件应用原理[J]. 物理学进展, 2006, 26(2): 180-184.
- [6] 段纯刚,等. 磁电子效应的研究进展[J]. 物理学进展, 2009, 29(3): 215-238.

Giant magneto resistance effect and its application in physics experiment

ZOU Hong-yu

(Department of Engineering Technology, Tianmu College, Zhejiang Agricultural University, Linan, Zhejiang 311300, China)

Abstract: The function of magneto resistance sensor effect is briefly introduced. Relationships between GMR and magnetic field as well as output coming from AA002 series analog sensors and magnetic field are measured by using the AA002 series analog sensors. Based on the experimental results, its characteristics are analyzed. A series of physics experiments using giant magneto resistance sensor is designed.

Key words: magneto resistance; giant magneto resistance effect; giant magneto resistance sensor; physics experiment