

夫琅禾费衍射光强的反常分布和 Matlab 模拟

刘 希,任天航,白翠琴,马世红
(复旦大学 物理学系,上海 200433)

摘 要:讨论了夫琅禾费衍射实际实验中的反常现象,在一定条件下给出了计算机模拟的结果. 实验表明,衍射图样的实验数据点分布结果与数值计算的模拟结果一致. 由此可知,夫琅禾费衍射光强的反常分布是远场条件失效所致.

关键词:夫琅和费衍射;菲涅尔衍射;远场条件;近场条件;Matlab 程序

中图分类号:O436.2;O4-39 文献标识码:A 文章编号:1005-4642(2013)08-0015-05

1 引 言

衍射现象是物理光学中重要的现象,它是光的波动性的充分体现. 衍射可分为夫琅禾费衍射和菲涅耳衍射. 夫琅禾费单缝衍射中,中央主极大亮区应为单峰无分裂线型,而在使用 He-Ne 激光器、SGS-1/2 型衍射光强分布自动记录仪实现光的夫琅禾费衍射实验中,出现了典型夫琅禾费衍射图样中本不该出现的主极大三分裂现象.

基于 Matlab 丰富的计算功能和极强的图形表现力,笔者在对上述实验中的反常现象思考与分析的基础上,运用 Matlab 对实验中出现的反常现象进行了数值计算分析与模拟,发现实验图样与数值计算模拟结果完全一致,圆满解释了实验中的反常现象,表明 Matlab 在实验数据分析中所能发挥的重要作用,同时对实验及技术中不同衍射模式的实现是有帮助的.

2 理论分析

2.1 光衍射现象的分类描述

光的衍射现象可分为夫琅禾费衍射和菲涅耳衍射,其中夫琅禾费衍射是光源和观察屏都距衍射屏无限远时的衍射,而菲涅耳衍射是观察屏距衍射屏不是太远时的衍射现象,其计算根据均是菲涅耳-基尔霍夫衍射公式.

在夫琅禾费近似条件下,最终计算得单缝夫琅禾费衍射的光强计算公式为:

$$I = I_0 \left(\frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2, \quad (1)$$

其中 I_0 为中央光强, α 的定义为

$$\alpha = \frac{ka}{2} \sin \theta, \quad (2)$$

其中 k 为入射光波矢大小, a 为缝宽, θ 为衍射角, $\left(\frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2$ 称为单缝衍射因子.

在菲涅耳近似条件下,有菲涅耳衍射的光强计算公式:

$$\tilde{E}(x, y) = \frac{(1+i) \exp(ikz_1)}{2i} \cdot \left\{ F \left[\left(x + \frac{a}{2} \right) \sqrt{\frac{2}{\lambda z_1}} \right] - F \left[\left(x - \frac{a}{2} \right) \sqrt{\frac{2}{\lambda z_1}} \right] \right\}, \quad (3)$$

其中 x, y 为观察点坐标, k 为波矢大小, z_1 为衍射屏到观察屏的距离, a 为缝宽,其中

$$F(\omega) = \int_0^\omega \exp \left(i \frac{\pi t^2}{2} \right) dt \quad (4)$$

为菲涅耳积分.

2.2 近场及远场条件

夫琅禾费衍射为远场衍射,而实际操作中无法实现光源和观察屏都距衍射屏无限远,而当入射光为激光光束等类平行光时,光源可视为距衍射屏无限远. 为描述衍射屏与接收屏之间远场条件的好坏,笔者引入缝宽与衍射屏距观察屏的距离之比

$$h = \frac{a}{z_1}. \quad (5)$$

当缝宽与衍射屏距观察屏的距离之比远小于 1

收稿日期:2013-04-25

基金项目:国家基础科学人才培养基金资助项目(No. J0730310, No. J1103204)

作者简介:刘 希(1991-),男,山东淄博人,复旦大学物理学系 2010 级本科生.

指导教师:马世红(1963-),男,河南温县人,复旦大学物理学系教授,博士,从事功能超薄物理与器件、物理实验教学研究.

时,亦即

$$h = \frac{a}{z_1} \ll 1, \quad (6)$$

则观察屏可视为距衍射屏无限远,此时远场实验条件得以满足,所示可以得到较好的夫琅禾费衍射图样.

当平行光入射,或式(6)条件不满足时,即视为近场实验条件,应作为菲涅耳衍射处理.

3 实验装置及条件

实验装置实物图如图 1 所示,光路示意图见图 2. 实验所用实验装置为 He-Ne 激光器(波长 $\lambda = 632.8 \text{ nm}$)、衍射光强分布自动记录仪(天津港东科技发展有限公司 SGS-1/2 型)、单丝衍射片、白色屏幕、光具座. 实验中光源与细丝的距离为 300 mm,细丝与屏的距离为 760 mm,其他实验条件见表 1, ϕ 为细丝直径, h 为式(5)的缝宽与衍射屏-观察屏距离之比.

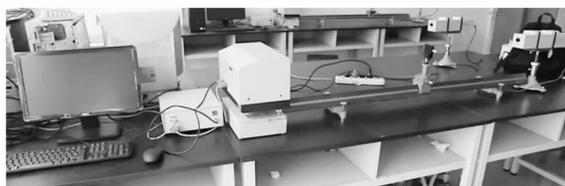


图 1 实验装置实物图

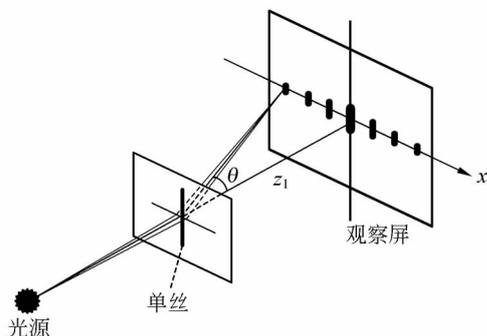


图 2 实验光路示意图

表 1 实验条件

细丝	ϕ/mm	$h/10^{-4}$
1	1.13	14.9
2	0.71	9.34
3	0.52	6.84
4	0.38	5.00

4 结果与讨论

4.1 单丝衍射图样及与夫琅禾费衍射的差距

在实验过程中发现,单丝的衍射图样与单缝衍射图样相同. 当减小单丝直径时,发现观察屏上的光斑向两侧铺展,并且出现了亮暗相间的结构,中心亮斑强度最大,两侧依次递减. 当细丝宽度进一步变小时,中心亮斑向两侧拓展,两侧的亮斑向外疏散.

根据巴比涅原理,单丝的夫琅禾费衍射与单缝衍射的规律完全一致.

将实验中观察到的现象视为夫琅禾费衍射,在 Matlab 中用夫琅禾费衍射公式进行理论拟合,由此可以得到夫琅禾费近似计算下得到的理论光强数值:

```
c1=lsqcurvefit(@Fraunhofer,c0,X0,Y0); %非线性拟合得到理论参量
```

```
I=Fraunhofer(c1,x); %根据理论参量计算理论光强  
function y=Fraunhofer(c,x) %夫琅禾费近似光强分布函数
```

```
t=x-c(1);
```

```
y=c(2).*(sin(c(3).*t)./(c(3).*t)).^2;
```

图 3~6 给出了直径不同的细丝的实验光强分布与夫琅禾费近似拟合的理论曲线的结果.

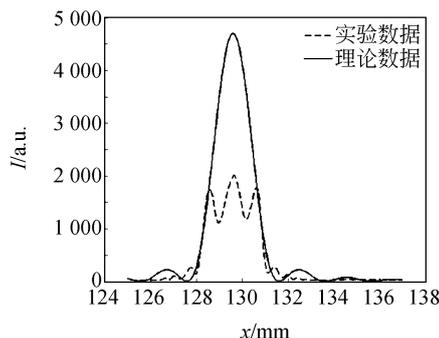


图 3 细丝 1 的夫琅禾费衍射曲线

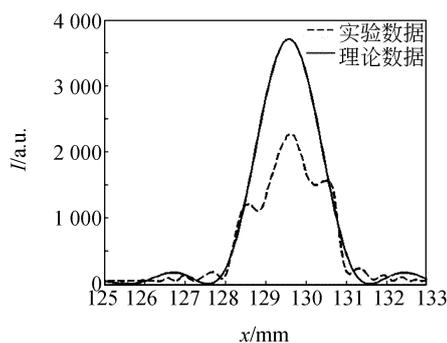


图 4 细丝 2 的夫琅禾费衍射曲线

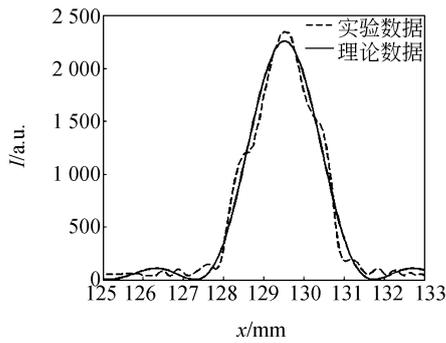


图 5 细丝 3 的夫琅禾费衍射曲线

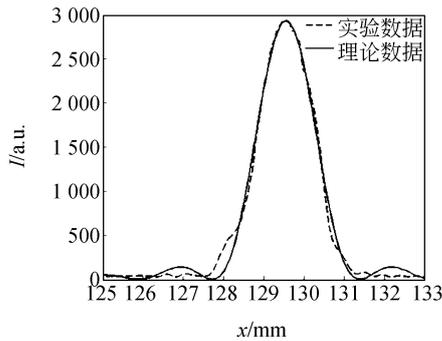


图 6 细丝 4 的夫琅禾费衍射曲线

图 3~6 虚线为实验得到的光强数据,实线为用夫琅禾费衍射公式画出的理论曲线.从图 3~4 中发现细丝 1 和 2 所表现的光强分布图样中,其主极大区有着明显的三分裂现象,即由原来的单峰分裂为了三峰,这个实验现象与夫琅禾费衍射光强分布的图样完全不符.

同时可以看出, $h_1 = 1.49 \times 10^{-3}$, $h_2 = 9.34 \times 10^{-4}$ 的细丝 1 和 2 衍射光强曲线与夫琅禾费衍射有着十分明显的差距,出现主极大三分裂现象,随着细丝直径的变小, h 值逐渐变小,实验光强曲线与夫琅禾费衍射的理论曲线符合得越来越好, $h_4 = 5.00 \times 10^{-4}$ 的细丝 4 已经和夫琅禾费衍射的计算符合得很好.

4.2 菲涅耳衍射近似计算模拟

将实验中观察到的现象视为菲涅耳衍射,在 Matlab 中用菲涅耳衍射公式进行理论拟合,可以得到菲涅耳近似计算下得到的理论光强数值:

```
c1=lsqcurvefit(@Fresnel,c0,X0,Y0); %非线性拟合得到理论参量
```

```
I=Fresnel(c1,x); %根据理论参量计算理论光强
```

```
function y=Fresnel(c,x) %菲涅耳近似光强分布函数
```

```
c(1)=0.76;lmda=630e-9;
```

```
k=2*pi./lmda;
p=size(x);
e2=sqrt(2./lmda./c(1));
x1=e2.*x;
global t
for n=1:p(1)
E=sqrt(0.5).*exp(i*(k*c(1)-pi/4))*
(F(x1(n)+c(2)*e2)-F(x1(n)-c(2)*e2));
t(n)=abs(E);
end
y=t';
function CS=F(a) %菲涅耳积分函数
CS=quad(@fun1,0,a);
function fun=fun1(u)
fun=cos(0.5.*pi.*u.^2)+i.*sin(0.5.*pi.*u.^2);
```

图 7~10 给出了将实验光强分布曲线与菲涅耳衍射的理论曲线的结果画在 1 张图上的结果.

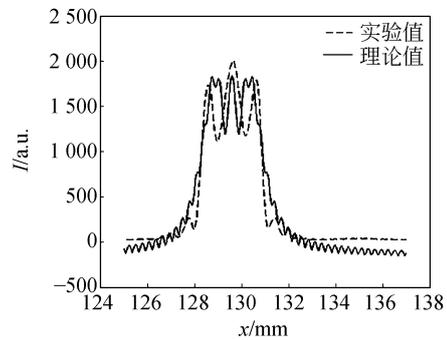


图 7 细丝 1 的实验和菲涅耳衍射的理论曲线

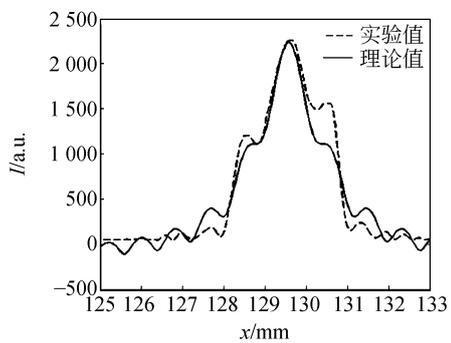


图 8 细丝 2 的实验和菲涅耳衍射的理论曲线

由图 7~10 可见相较用夫琅禾费衍射公式计算得到的理论曲线已经有了明显的改善,特别是 $h_1 = 1.49 \times 10^{-3}$, $h_2 = 9.34 \times 10^{-4}$ 的单丝可以得到明显的主极大三分裂.随着丝的变细,缝宽与衍射屏-观察屏间距之比越来越小,三峰分裂现象

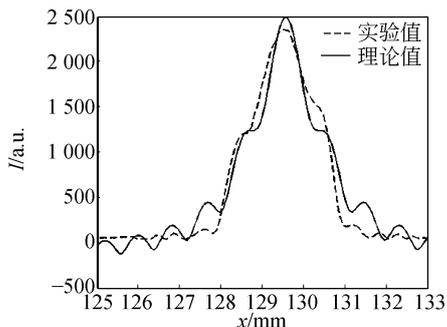


图 9 细丝 3 的实验和菲涅尔衍射的理论曲线

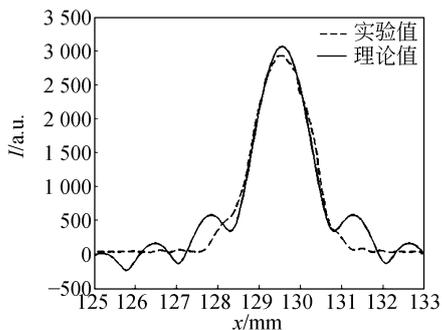


图 10 细丝 4 的实验和菲涅尔衍射的理论曲线

越来越弱,侧峰逐渐变成主峰的 2 个肩膀隐没在主峰中,符合实验结果的变化趋势.

4.3 不同近似下的衍射图样模拟及对比

利用 Matlab 强大的绘图功能,根据实验得到的光强分布数据,以及通过 2 种计算方法得到的理论光强分布,可以绘制出相应的衍射条纹图样.

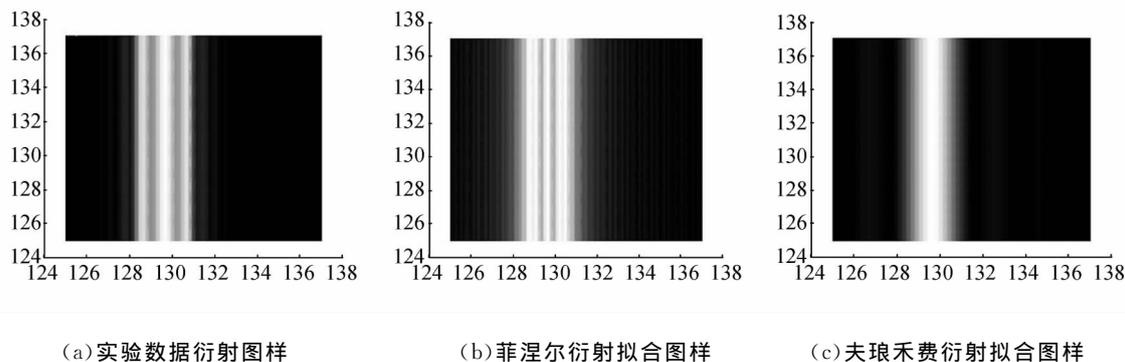
function Pic(x,I) %绘图函数,其中 x 为观察屏横坐标,I 为光强

```

p=size(x);
y=x;
[X,Y]=meshgrid(y,x); %绘制数据网格
Z=X;X=Y;Y=Z;
L=repmat(I,[1,p(1)]); % 将光强平铺成二维网格
figure
hold on
colormap(gray); % 配色设置
view(0,90)
mesh(X,Y,L);

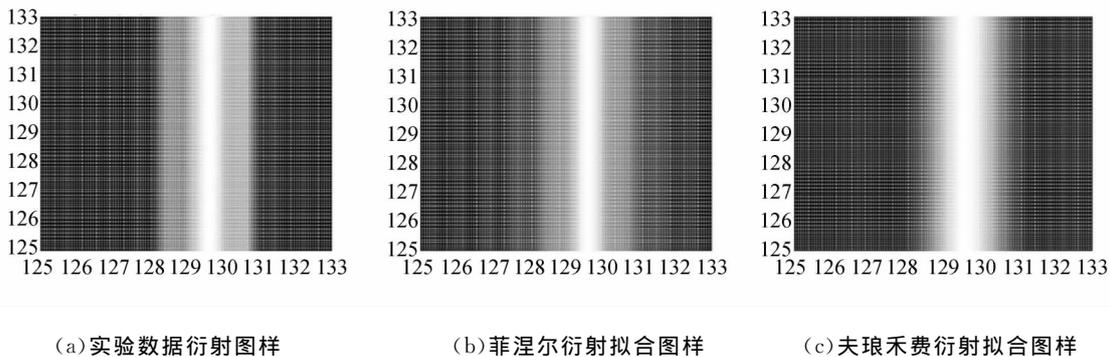
```

图 11~14 给出了实验图样以及不同计算方法得到的衍射条纹模拟图样.



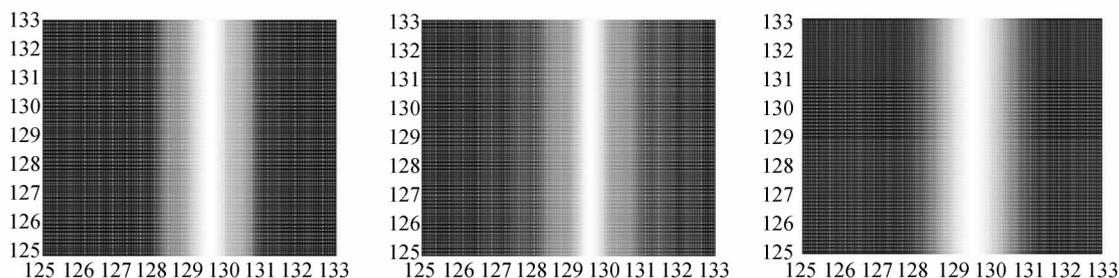
(a)实验数据衍射图样 (b)菲涅尔衍射拟合图样 (c)夫琅禾费衍射拟合图样

图 11 细丝 1 的实验图样及不同计算方法得到的衍射条纹模拟图样



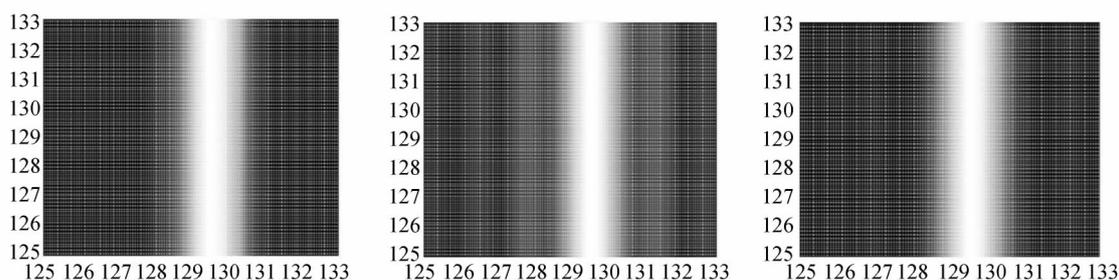
(a)实验数据衍射图样 (b)菲涅尔衍射拟合图样 (c)夫琅禾费衍射拟合图样

图 12 细丝 2 的实验图样及不同计算方法得到的衍射条纹模拟图样



(a)实验数据衍射图样 (b)菲涅尔衍射拟合图样 (c)夫琅禾费衍射拟合图样

图 13 细丝 3 的实验图样及不同计算方法得到的衍射条纹模拟图样



(a)实验数据衍射图样 (b)菲涅尔衍射拟合图样 (c)夫琅禾费衍射拟合图样

图 14 细丝 4 的实验图样及不同计算方法得到的衍射条纹模拟图样

可以看出,相比之下,单丝直径越大, h 越大,按菲涅耳衍射计算得到的衍射图样更加接近实验观察的图样,随着单丝直径变小, h 逐渐变小,实验图样、菲涅耳衍射图样和夫琅禾费衍射图样逐渐一致,这是因为随着细丝的变细,远场条件逐渐得到满足,菲涅耳衍射过渡到夫琅禾费衍射。

5 结 论

在用 SGS-1/2 型衍射光强分布自动记录仪观察衍射光强分布的实验中,单丝衍射出现的极大三分裂的反常现象为近场条件

$$h = \frac{a}{z_1} \ll 1$$

不满足所导致,即 h 不够小。此时应视为菲涅耳衍射而不是夫琅禾费衍射。随着丝的逐渐变细, h 逐渐变小,远场条件逐渐得到满足,衍射图样逐渐趋近夫琅禾费衍射。在物理实验中,对于反常实验结果,计算机模拟与数值方法不失为解决困难和解释问题的良方之一。

参考文献:

- [1] 梁铨廷. 物理光学[M]. 3 版. 北京:电子工业出版社,2008.
- [2] 叶玉堂,饶建珍,肖峻,等. 光学教程[M]. 北京:清华大学出版社,2005.
- [3] 张善杰,金建铭. 特殊函数计算手册[M]. 南京:南京大学出版社,2011.
- [4] 王莉,杨会静,段芳芳. 用 Matlab 模拟菲涅耳直边衍射[J]. 唐山师范学院学报,2008,30(5):131-132.
- [5] 彭芳麟. 计算物理基础[M]. 北京:高等教育出版社,2010.
- [6] 李学慧. 大学物理实验[M]. 北京:高等教育出版社,2005.
- [7] 平澄,李多,周静,等. 夫琅禾费衍射自动演示仪[J]. 物理实验,2010,30(4):12-14.
- [8] 蔡星汉,缪腾飞,周进. 字母屏的夫琅禾费衍射分析及计算机模拟[J]. 物理实验,2008,28(12):38-42.
- [9] 张庆,刘秋武. 计算机模拟任意形状衍射屏的衍射[J]. 物理实验,2006,26(10):14-17.

(下转第 24 页)

- [10] 罗小巧,廖小芳. 基于 CPLD 的 PWM 信号发生器设计[J]. 电子测量技术,2007,30(12):87-90.
- [11] 许强,贾正春. 基于 FPGA 的三相 PWM 发生器[J]. 电子技术应用,2001(1):73-74.

Application of EDA technique in electronic system design course

WANG Rui¹, YANG Han¹, ZHANG Zhong-da¹, LI Bao-hua¹, WANG Chun-sheng²

(1. Electrical and Electronic Experiment Teaching Center, College of Electronic Science and Engineering, Jilin University, Changchun 130012, China;

2. Changchun Jingcheng Equipment Manufacturing & Service Co. Ltd., Changchun 130607, China)

Abstract: The experiment of EDA technology was discussed and the CPLD hardware module was developed as well as part of the experimental program. The course had high teaching efficiency and could motivate the design enthusiasm of students.

Key words: EDA technique; innovative experiment; teaching platform

[责任编辑:尹冬梅]

(上接第 19 页)

Abnormal light distribution in Fraunhofer diffraction and Matlab simulation

LIU Xi, REN Tian-hang, BAI Cui-qin, MA Shi-hong

(Department of Physics, Fudan University, Shanghai 200433, China)

Abstract: The abnormal phenomenon in the experiment of Fraunhofer diffraction was discussed, and the results of computer simulation in certain conditions were given. The experimental data of the diffraction matched the numerical calculation well, indicating that the abnormal light distribution of Fraunhofer diffraction was caused by failure of the near-field condition.

Key words: Fraunhofer diffraction; Fresnel diffraction; far-field condition; near-field condition; Matlab

[责任编辑:尹冬梅]