

股指期货定价公式的一种理解及其政策含义

□ 杨旭东

摘要：本文在探讨股指期货基本定价公式的基础上提出了一种对股指期货定价公式的理解方式，并得出了这一理解方式的政策含义。本文认为股指期货定价公式是建立在半强有效市场的基础上的，这要求股票现货市场能够对借款利率和股票年盈利率做出迅速和准确的反映。以此为基础，本文得出了这一理解方式的三项政策含义。

关键词：股指期货；期货定价；半强有效市场

一、引言

股票指数的定价公式是采用现金——持有定价模型推导出来的。这一定价模型为股指期货市场的运行提供了理论依据，但本文认为期货定价公式至少是建立在股票现货市场半强有效的基础上的，而且本文对借款利率和股票盈利率两个关键变量的直接效应和间接效应作了界定。以此为基础，本文进一步提出了这一理解的三项政策含义。

二、股指期货的定价及问题的提出

采用现金——持有定价模型可以推导出股指期货定价公式为：

$$FP = I_0 [1 + t(r - d)]$$

其中，FP为股票指数期货的公正定价公式， I_0 为实施现金——持有时的股票市场指数， t 为现金——持有策略实施的期间（占一年的多少部分，通常小于1）， r 为借款利率（以小数表示）， d 为股息年盈利率。

粗略看来，这一定价公式表明股指期货与借款利率 r 呈正向变动关系，与股票年盈利率 d 呈反向变动关系。这就与我们的常识不相符合！当然，定价公式的推导没有任何问题，所以我们必须想办法解释这一悖论。

三、以有效市场理论为基础对上述问题的解释

笔者认为，解释上述问题的关键变量是股票指数的现货价格 I_0 ， I_0 必须对 r 和 d 的变化做出反应。而这要求股票市场至少对借款利率和股票年盈利率这两个关键信息的反映是有效率的，即股票价格实时、迅速和无偏差的吸收了这两个关键变量。根据有效市场理论，这要求市场应该是半强有效的。只有在半强有效的条件下，现货价格 I_0 才能对货币政策做出合适的反映，从而将货币政策松紧的含义通过现货价格 I_0 的变动影响到期货定价FP。也就是说：在公式中，现货价格 I_0 也是受货币政策影响的两个关键变量 r 和 d 的函数。

例如，当中央银行实施扩张性的货币政策时，一是中央银行的贴现率降低将导致借款利率 r 的下降和货币环境的宽松，进一步会导致企业融资成本下降和投资活动的活跃，有利于企业经营业绩的提升，最终导致股票年盈利率 d 的上升，这使得股票更有投资价值；二是借款利率 r 的降低使得货币供给充分，商品市场上消费旺盛，股票市场上资金充足，投资者有更多的钱进行消费和投资，股票的需求旺盛；三是宽松的货币政策使得公众对政策面的预期向好，刺激了投资者的信心。如果市场是半强有效的，上述因素将共同导致股票现货价格 I_0 的立即上升，并且迅速调整到位，从而引起股指期货的公允定价FP的上升。

四、借款利率和股票年盈利率变化的双重影响

上一小节中分别讨论了借款利率 r 和股票年盈利率 d 变化的两种不同影响，现在总结如下：

一方面，当借款利率 r 的下降和股票年盈利率 d 的上升在公式中直接导致股指期货公允价格下降；反之亦然。这一点在提出定

价公式问题的一节中提到过，可以称之为直接效应。这是因为：假定其他条件不变，当借款利率 r 下降时，套利者借款成本下降，由于公允定价下套利者利润为零，所以他卖出股指期货的损失应该加大才能保持平衡，所以股指期货 I_0 应该从低定价；同样，假定其他条件不变，当股票年盈利率 d 上升，套利者股票盈利率上升，由于公允定价下套利者利润为零，所以他卖出的股指期货的损失也应该加大才能保持平衡，所以股指期货 I_0 也应该从低定价。

另一方面，在半强有效市场条件下，由于 I_0 对 r 和 d 的变化做出了反应，借款利率 r 的下降和股票年盈利率 d 的上升使得 I_0 上升，间接导致股指期货公允价格上升；反之亦然。这一点在上面对问题解释的一节中提到过，不再赘述，可以称之为间接效应。

于是，当借款利率 r 下降和股票年盈利率 d 上升时股指期货的公允定价FP究竟是上升还是下降取决于直接效应和间接效应两方面力量的大小对比。

五、借款利率和股票年盈利率变化的数学分析

1. 借款利率和股票年盈利率变化的导数与微分分析

由于上文提到， I_0 必须对 r 和 d 的变化做出反应，这也就是说：在公式中，现货价格 I_0 也是变量 r 和 d 的函数。笔者在形式上将现货价格 I_0 表达为变量 r 和 d 的函数，设 $I_0 = f(r, d)$ 。于是有：

$$FP = I_0 [1 + t(r - d)] = I_0 + tI_0r - tI_0d = f(r, d) + t f(r, d)r - t f(r, d)d$$

以下以借款利率为例来分析问题：

由上式求偏导数得：

$$\frac{\partial FP}{\partial r} = \frac{\partial I_0}{\partial r} + t f(r, d) + t r \frac{\partial I_0}{\partial r} - t d \frac{\partial I_0}{\partial r} = [1 + t(r - d)] \frac{\partial I_0}{\partial r} + t f(r, d)$$

因为我们对借款利率直接效应的规定是借款利率变化在公式中直接导致的股指期货公允价格的变化；我们对借款利率间接效应的规定是在半强有效市场条件下，由于 I_0 对 r 的变化做出了反应，借款利率通过股票现货价格 I_0 的变化间接导致的股指期货公允价格变化。所以，上式中前一部分 $[1 + t(r - d)] \frac{\partial I_0}{\partial r}$ 即为间接效应（因为 $I_0 = f(r, d)$ ， $\frac{\partial I_0}{\partial r}$ 的含义是 I_0 对 r 变化的反应程度），请注意在半强有效市场的借款利率分析中，当 r 上升时 I_0 下降， $\frac{\partial I_0}{\partial r}$ 是个负值；后一部分 $t f(r, d)$ 即为直接效应，是个正值，与 $\frac{\partial I_0}{\partial r}$ 无关。

又： $t < 1$ ， r 和 d 都是小于1的百分数，且相互抵消

$$\therefore [1 + t(r - d)] \approx 1$$

∴ 如果将现货价格 $I_0 = f(r, d)$ 看作一个整体，则有：

$$\frac{\partial FP}{\partial I_0} = 1 + t(r - d) \approx 1$$

这说明：当我们把 I_0 看作一个整体时，现货价格变动一单位，期货价格将变动接近一单位。

同时也可以得出：

$$\frac{\partial FP}{\partial r} = [1 + t(r - d)] \frac{\partial I_0}{\partial r} + t I_0 \approx \frac{\partial I_0}{\partial r} + t I_0$$

也就是说：间接效应大约就是 $\frac{\partial I_0}{\partial r}$ ，是股票现货价格对借款利率变化的敏感程度，由于两者具有反向变动关系， $\frac{\partial I_0}{\partial r}$ 是一个负值，表明借款利率与其间接导致的股指期货的变化方向相反。直接效应为 $t I_0$ ，是个正值，表明借款利率与其在定价公式中直接导致的股指期货的变化方向相同。

由上式得：

$$\Delta FP \approx \frac{\partial I_0}{\partial r} \Delta r + t I_0 \Delta r$$

同理，在股票年盈利率方面有：

$$\Delta FP \approx \partial f / \partial d * \Delta d - t_0 \Delta d$$

不同的是： $\partial f / \partial d$ 是个正值，表明股票年盈利率与其间接导致的股指期货的变化方向相同；而 $-t_0$ 是个负值，表明股票年盈利率与其在定价公式中直接导致的股指期货的变化方向相反。

2. 对上述结果的定性结论

上述的求导和求微结果告诉我们：

第一，期货价格FP对现货价格 I_0 变动的敏感度大约为1，现货价格变动一单位，期货价格将变动接近一单位，不管现货价格的变动是不是有借款利率r和股票年盈利率d的变动引起的。

第二，假定其他因素（包括现货价格 I_0 ）都不变，借款利率r变化的直接效应对期货价格FP产生同向的影响。这种影响的剧烈程度看起来不小，并且与套利时间和现货指数同方向变化。但短期内借款利率以万分之一的基点为单位变动，所以短期内借款利率的直接影响没有看上去那么大。

第三，假定其他因素（包括现货价格 I_0 ）都不变，股票年盈利率d变化的直接效应对期货价格FP产生反向的影响。这种影响的剧烈程度看起来不小，并且与套利时间和现货指数同方向变化（剧烈程度只看绝对值）。但短期内股票年盈利率以万分之一的基点为单位变动，所以短期内股票年盈利率的直接影响没有看上去那么大。

第四，借款利率r变化的间接效应对期货价格FP产生反向的影响，股票年盈利率d变化的间接效应对期货价格FP产生同向的影响，这是半强有效市场的内涵意义，这两种间接效应对期货价格影响的系数分别约等于股票现货对这两个关键变量的反应程度，因为期货对现货的反应敏感度大约为1。

第五，不论是从小借款利率还是从股票年盈利率来看，直接效应与间接效应都相互抵消。从借款利率来看，间接效应为负，直接效应为正；从股票年盈利率来看，间接效应为正，直接效应为负。

目前为止，我们依然搞不清楚间接效应和直接效应到底哪一个更大。

3. 依据可信经验对未知函数进行替代

限于笔者的水平，笔者无力为股指期货与两个关键变量之间建立清楚的函数表达式，只能以可信的经验分析来替代两者的具体函数关系。笔者相信，虽然难以得出股指期货与两个关键变量之间清楚的函数表达式，但我们完全可以用现实经济生活中可信的经验替代难以建立的函数，得出有用的观点。我们以借款利率为例来说说明问题。

比如，根据可信经验，如果市场是有效的，中央银行加息25个基点（0.0025）时，沪深300指数大约从4000点低开100点是比较符合实际的数据。之所以用中央银行利率来观察问题是因为：

（1）借款利率与中央银行利息几乎同步调整，因为商业银行的拆借利率的变动与央行贴现率的变动保持一致，可认为借款利率与中央银行利率变动的幅度相等。

（2）经验无法提供借款利率变化时股票指数的变化幅度，经验却提供了中央银行加息时股票指数的变化幅度，后一种变化幅度可以通过观察有效市场上央行加息后股市低开的幅度或其后续几天连续的均衡现货指数来衡量。

我们以中央银行降息25个基点（-0.0025）时，沪深300指数大约从4000点上升100点这一比较符合实际的经验数据代替笔者无力建立的利率与股指的函数关系，以此来考察六个月（1/2年）的股指期货。

我们可以得到借款利率的间接效应对股指期货价格的影响系数大约为：

$$\partial f / \partial r = 100 / (-0.0025) = -40000$$

（上文提到了：可认为借款利率与中央银行的利率变动的幅度相等）

而直接效应对股指期货价格的影响系数为：

$$t_0 = 1/2 * 4000 = 2000.$$

从绝对数量上看，借款利率的间接效应对股指期货价格影响的绝对数量大约为：

$$\Delta FP \approx -40000 * (-0.0025) = 100 \text{ 点};$$

直接效应对股指期货价格影响的绝对数量为：

$$\Delta FP = 2000 * (-0.0025) = -5 \text{ 点}$$

借款利率上涨的总的效果是：

$$\Delta FP \approx 100 \text{ 点的间接效应} - 5 \text{ 点的直接效应} = 95 \text{ 点的总效应}$$

可见，当央行降息25个基点使现货价格上涨100点时，期货价格大约会上涨95点。

4. 以可信经验数据代替不确定函数的结论

笔者依据利率与股指期货之间的可信经验对利率与股指期货之间的未知函数进行替代后说明了：第一，借款利率r通过现货价格 I_0 产生的对期货价格FP的间接影响十分大；第二，短期看来（t为套利策略实施的期间，通常小于1），借款利率r的变化对期货价格FP产生的直接影响并不明显。这不是因为变动系数小，而是因为变动系数相对于以基点变动的借款利率不够大。

同理，我们可以得到有关股票年盈利率的结论。第一，股票年盈利率d通过现货价格 I_0 产生的对期货价格FP的间接影响十分大；第二，短期看来（t为套利策略实施的期间，通常小于1），股票年盈利率d的变化对期货价格FP产生的直接影响并不明显。这不是因为变动系数小，而是因为变动系数相对于以基点变动的股票年盈利率不够大。

至此，笔者虽然无力建立借款利率、股票年盈利率和股票现货指数之间的函数关系，但依据可信经验说明了借款利率r和股票年盈利率d间接效应大的猜想是正确的。

六、该分析的政策含义

上述对股指期货定价公式的理解思路具有丰富的政策含义，特别是在我国即将推出股指期货的关键历史时刻更是如此。

1. 推出股指期货的前提是半强有效市场

推出股指期货的必要前提是股指期货能够有效定价；而股指期货有效定价的必要前提则是股票市场能够有效定价。所以，这一理解的政策含义是推出股指期货的前提是股票市场本身至少达到半强有效；更进一步的讲，市场对这借款利率和股票年收益率这两个关键信息反映的效率是股指期货定价中最重要的限制条件，也是市场半强有效性最重要的内涵。

2. 政策效果观察的指标采用现货指数更好

在股指期货上，期货指数的调整由于套利因素的直接效应被削弱了。根据上面的分析，直接效应系数的绝对值为 t_0 ，而t是套利时间， I_0 是定价因素发生变化时的现货价格，这两者都是随着每一次观察时的具体条件不断变化的，所以直接效应不确定性很大，因此股指期货价格的不确定性也很大。所以，政府在利用货币政策调控股票市场时必须注意：政策效果观察的指标采用现货指数似乎更好。

3. 无效市场条件下股指期货市场的最坏结果

在股票市场不是半强有效的条件下推出股指期货的最坏结果是：市场无效条件下间接效应可能反向与两种直接效应产生共振，股指期货市场对政策调控意图可能做出变本加厉的反动。如果在这种条件下推出股指期货，则可能形成在中央银行加息调控中，现货不跌反涨，股指期货定价中的间接效应反向变动，与借款利率和股票年盈利率对股指期货的直接效用相叠加，期货定价将以更快的加速度上涨，形成对政策意图的反动。

参考文献：

- [1] 洛伦茨·格利茨，1998.10：《金融工程学》，第一版，经济科学出版社
- [2] 刘少波，2002.9：《证券投资学》，第一版，暨南大学出版社（作者单位：新疆财经大学金融系）