

# 沪深 300 指数期货跨期价差混沌分布模型

赵 聪, 许文仪, 俞 熹\*

(复旦大学物理系, 上海 200433)

**摘要:** 通过对于股指期货跨期价差收益率分布特征的分析, 发现了跨期价差市场的系统性混沌特征, 并给出了系统性混沌的定义。进一步建立了基于无风险套利和市场过度反应的混沌分布模型, 同时应用统计市场模拟的手段对真实市场模拟, 并对比真实数据进行了实证检验, 取得了较好的效果。

**关键词:** 系统性混沌、无风险套利、市场过度反应、统计市场模拟

**中图分类号:** F830.91

**文献标识码:** A

## Chaotic Distribution Model on Calendar Spread of CSI-300 Index

### Futures

ZHAO Cong, XU Wenyi, YU Xi

(Dept of Physics, Fudan University, Shanghai 200433, China)

**Abstract:** The analysis of the yield distribution of calendar spread on index futures demonstrates the systematically chaotic character of the calendar spread market and the definition of systematic chaos is then given. The chaotic distribution model is established on the basis of market hyper-response and covered interest arbitrage. And the method of statistical market simulation is utilized to simulate the real market. The further empirical test is conducted by contrasting the simulation statistics with the real data, which achieves a good comparative result.

**Key words:** Systematic Chaos, Covered Interest Arbitrage, Market Hyper-response, Statistical Market Simulation

#### 1. 引言

相对于传统的经典有效市场假说(EMH), 现代金融学开始以非线性理论为基础将金融市场定义为一个混沌体系, 并以此开展了一系列金融市场的混沌特征研究。

##### 1.1 混沌市场理论研究综述

Grossman(1980)<sup>[1]</sup>从信息发掘和对于未来市场预测的角度上, 质疑理性人假设以及相应的市场有效性假说。Peters(1991)<sup>[2]</sup>则将分形理论运用到金融时间序列上, 提出了分形市场假说, 并为分形市场理论奠定了基础。Peng(1994)<sup>[3]</sup>通过对于股票市场的研究, 认为股票市场本身是非线性系统。Lux(1999)<sup>[4]</sup>应用物理学的混沌理论, 提出了金融市场的随机分布模型。Lebaron(1999)<sup>[5]</sup>提出的基于代理人的人工市场模拟模型, 成功反映了类似于实际市场的运动规律。

##### 1.2 股指期货市场混沌系统产生的原因

传统的有效市场假说是基于未来价格与过去无关、价格包含过去全部信息、和无摩擦市场的三条基本假设上的。以上假设分别对应了随机收益率变化、理性人以及市场连续性三条直接结论。而当前的混沌理论多数是针对于单边的投机市场的, 这些市场中不存在明显的无风险套利空间(如股票市场), 因此都是建立在对于理性人, 即过去信息发现的质疑上的,

---

作者简介: 赵聪(1989-), 男, 河南延津人, 复旦大学物理系 2008 级本科生。

许文仪(1986-), 男, 上海人, 复旦大学物理系 2008 级研究生。

\*俞熹(1978-), 男, 浙江东阳人, 讲师, 博士, 复旦大学物理系实验中心副主任。Email:

[Whyx@fudan.edu.cn](mailto:Whyx@fudan.edu.cn)

项目基金: 复旦大学学术研究资助计划曦源项目(No.100813)。

而很少关注市场系统本身的非线性特征（交易摩擦），和投资者的集体效应。

股指期货市场由于其市场特殊性，其买卖交易成本较小，交易摩擦较低（但依然存在，并有重要意义），减小了无风险套利的成本，使得股指期货交易中套利行为明显，并成为了该市场主要的收益方式。当跨期价差偏离平衡位置时（价差  $\Delta P \gg \overline{\Delta P}$  或  $\Delta P \ll \overline{\Delta P}$ ），市场中的套利者能够迅速做出反应，消除套利空间，赚取无风险收益，并宏观上使两期之间的价格差距回复到合理区间<sup>[6]</sup>。这一过程的平均周期在沪深 300 指数期货中约为（8，15）分钟，并反映出反持续性的分形特征<sup>[7]</sup>。相对于正态分布，跨期价差收益率的统计分布为尖峰分布，即收益率的回复速度超过了随机分布，反映了市场对于无风险套利过度反应。具体表现为，市场上的投资者在面对无风险套利空间时，并没有表现出非理性的不同的个体特征，而是在同样的方向上进行套利投资，即投资者的群体性行为，而随之产生的市场过度反应直接导致了混沌效应。

跨期套利价差作为期货这一金融衍生品的投资品种，其收益模式完全基于无风险套利。因此，由于该系统的特殊性，形成了一个与股票现货市场和股指期货单边市场都不同的新市场。由于大量投资者趋向于无风险收益，因此其收益率表现出分形市场的宏观统计规律和混沌体系的非线性特征，这些特征主要是由于大量投资者对于过去价格的相同判断而形成的。我们定义这样的体系为系统性混沌体系。

### 1.3 系统性混沌体系的特征

系统性混沌体系应具有以下的特征：

- 1) 体系本身受到多种作用的影响
- 2) 线性作用对于体系会产生非线性响应
- 3) 体系符合一般混沌体系的特征，其混沌性能够被检测

股指期货的跨期价差就是符合这些特征的系统性混沌体系，其收益率分布模型需依据这一体系的特征建立。

## 2. 模型的建立

### 2.1 传统随机分布模型

传统股指期货的定价模型是建立在无风险收益与随机波动上的<sup>[8]</sup>，形式为：

$$F = F_0 e^{(r-q)(T-T_0)} + \varepsilon_0 \quad (1)$$

其中  $F$  为远期  $T$  时刻股指期货价格， $F_0$  为近期（或当前） $T_0$  时刻价格， $r$  为无风险收益率，理论上为银行所提供的信贷利率（这里采用连续计算复利）， $q$  为股票现货市场平均红利收益， $\varepsilon_0$  为价格的随机分布变化。

该模型是连续复利的期货价格随机分布模型，而对于跨期价差（不同到期日期货指数价格的差值），由于时间差较短，可以不考虑红利收益和连续复利，其模型为：

$$S = F_2 - F_1 = F_1 \left[ e^{r(T_2-T_1)} - 1 \right] + (\varepsilon_2 - \varepsilon_1) \approx F_1 r \Delta T + \varepsilon' \quad (2)$$

其中， $S$  为跨期价差， $F_1$ 、 $F_2$  为两期价格， $\Delta T$  为两期的到期时间间隔， $\varepsilon'$  为两个随机分布之差，即新的随机分布。此时的收益率为：

$$R_s = \Delta S = \varepsilon'' \quad (3)$$

其中  $\varepsilon''$  为符合正态分布的随机量。

有效市场经典模型没有考虑套利的市场过度反应和交易摩擦所形成的无风险套利区间

所造成的混沌效应。经典模型认为股指期货的跨期价差是符合布朗运动的连续随机序列，因此只在成交量不大的时刻较有效。

## 2.2 套利边界效应

由系统性混沌假设可以得出：跨期价差的混沌特征来自于市场对无风险套利的过度反应，因此对于传统模型的修正就应该反映在套利的边界效应上。当市场出现无风险套利空间是，市场才会对套利做出反应，而在价格波动较小的时刻，依然保持随机运动的规律。针对无风险套利的边界效应的模型如下：

$$\begin{cases} R_s = |\varepsilon''| \leftarrow (S_0 - \bar{S} < -\delta) \\ R_s = -|\varepsilon''| \leftarrow (S_0 - \bar{S} > \delta) \end{cases} \quad (4)$$

其中  $S_0$  为当前价差， $\bar{S}$  为近期平均价差， $\delta$  为套利空间的边界，其具体数值由市场交易摩擦，即税费<sup>[9]</sup>决定。同时该模型的随机变量依然保持正态分布，以确保宏观的波动率不变。这一模型反映当价差的波动超出了无套利空间后，市场发现套利机会，并快速反应，即出现了收益率单向的变化。反映在单边市场上为不活跃合约价格迅速跟随主力合约，在合约间的价格背离后迅速回复。

## 2.3 混沌分布模型

整体的分布模型综合了两种情况下的市场运动规律，即随机运动和无风险套利。由于该分布模型受到过去市场波动的影响，因此该模型有明显后效性，是能反映出市场反持续性高频振荡特点的混沌分布模型。

$$\begin{cases} R_s = |\varepsilon''| & (S_0 - \bar{S} < -\delta) \\ R_s = \varepsilon'' & (-\delta \leq S_0 - \bar{S} \leq \delta) \\ R_s = -|\varepsilon''| & (S_0 - \bar{S} > \delta) \end{cases} \quad (5)$$

该组合模型具有后效性和自适应性，并能够体现市场过度反应的特征和投资者的群体性行为。

## 3. 统计市场模拟实证检验

### 3.1 统计市场模拟的研究手段

传统的人工市场模拟的手段是利用不同投资者的独立自适应性，进行全市场的模拟<sup>[10]</sup>。而本模型是基于系统性混沌和个体的简单线性投资策略而建立的，因此须应用统计的手段。而模型的明显后效性和自适应性，不能够用简单的分布函数进行拟合，所以可以综合宏观统计与人工市场模拟手段，采用统计市场模拟，即运用混沌分布进行市场模拟，并与真实市场的跨期价差的统计特征进行对比。

### 3.2 数据的选取

数据选择为沪深 300 股指期货从 2010 年 5 月 31 日 2011 年 2 月 18 日的全部 16 份合约的一分钟数据收盘价，并对全部 16 份合约设计了跨期长度 1 个月到 7 个月不等的 24 种跨期价差组合进行验证，其中每一份合约组合都是由当月主力合约与一份较远期合约组合而成。

### 3.3 实证检验

具体的模拟方法为：先对每个组合跨期价差的均值和方差进行统计，然后以统计所得的

真实市场数据为模型的方差与初值进行统计模拟。每组进行 500 次混沌模型和随机模型模拟，并对价差分布和均值进行对比。具体实证检验数据如下表：

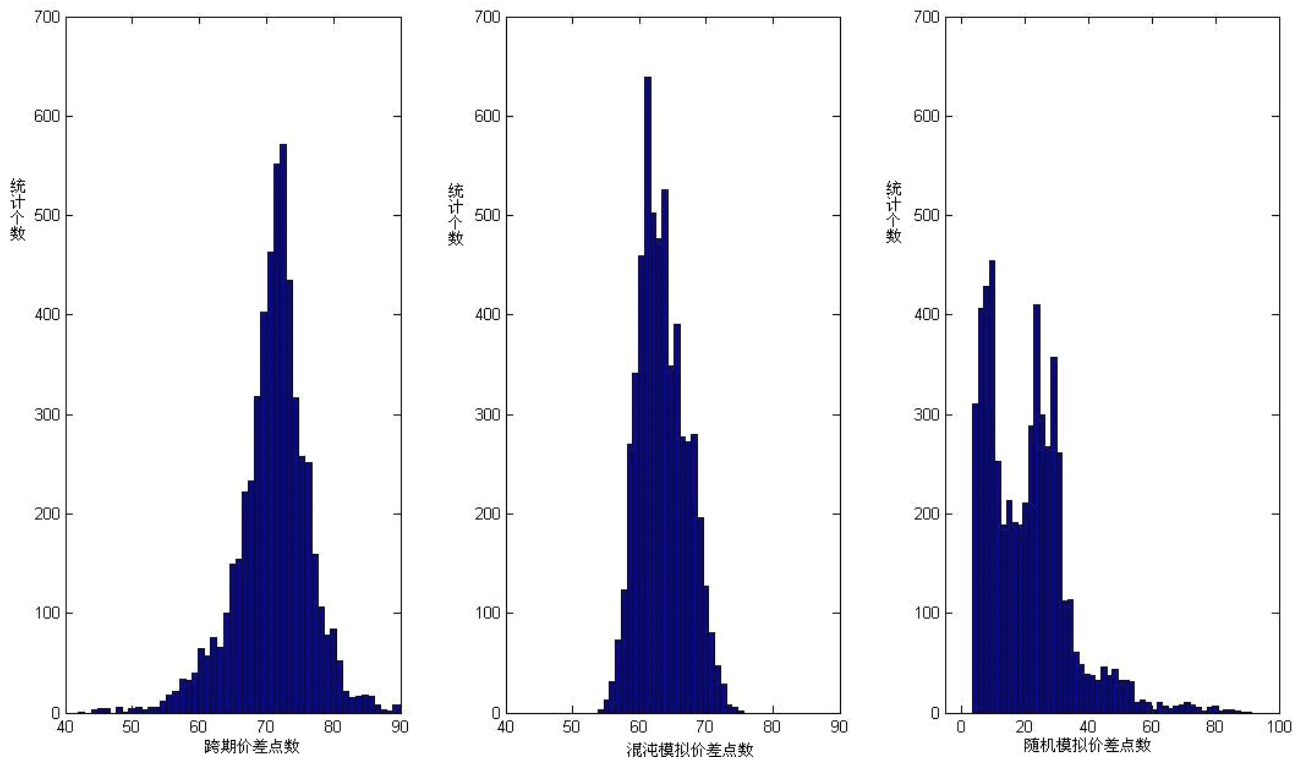
合约组合	时间	实际 均值	实际 方差	混沌 模拟 均值	模拟 均值 偏差	随机 模拟 均值	随机 均值 偏差
IF1006-IF1007	05/31-06/29	17.66	0.07	12.71	28.04%	0.79	95.5%
IF1006-IF1009	05/31-06/29	50.39	0.05	45.32	10.08%	7.96	84.2%
IF1006-IF1012	05/31-06/29	90.65	0.02	85.03	6.20%	37.64	58.5%
IF1007-IF1008	06/04-07/21	25.89	0.10	28.65	10.63%	0.73	97.2%
IF1007-IF1009	06/04-07/21	40.26	0.08	43.93	9.10%	2.06	94.9%
IF1007-IF1012	06/04-07/21	84.15	0.02	101.63	20.78%	11.03	86.9%
IF1008-IF1009	07/22-08/13	16.31	0.42	17.37	5.90%	0.06	99.6%
IF1008-IF1012	07/22-08/13	51.19	0.03	54.63	6.72%	31.03	39.4%
IF1008-IF1103	07/22-08/13	89.61	0.02	86.65	3.30%	37.24	58.4%
IF1009-IF1010	08/23-09/17	10.93	4.24	13.81	26.28%	0.47	95.7%
IF1009-IF1012	07/22-08/13	41.81	0.04	37.94	9.25%	10.20	75.6%
IF1009-IF1103	08/23-09/17	71.15	0.03	63.44	10.83%	21.19	70.2%
IF1010-IF1011	10/08-10/15	17.80	0.10	22.78	27.93%	0.73	95.9%
IF1010-IF1012	10/08-10/15	33.56	0.15	34.58	3.03%	1.68	95.0%
IF1010-IF1103	10/08-10/15	75.98	0.03	75.08	1.18%	36.00	52.6%
IF1011-IF1012	10/18-11/19	27.57	0.31	23.86	13.45%	0.47	98.3%
IF1011-IF1103	10/18-11/19	115.80	0.06	101.00	12.78%	19.42	83.2%
IF1011-IF1106	10/18-11/19	164.43	0.36	183.64	11.68%	8.47	94.9%
IF1012-IF1101	11/22-12/17	33.19	9.72	29.13	12.22%	2.27	93.2%
IF1012-IF1103	11/22-12/17	81.69	13.60	89.92	10.07%	22.07	73.0%
IF1012-IF1106	11/22-12/17	138.63	17.86	132.74	4.25%	71.13	48.7%
IF1101-IF1106	12/20-01/21	135.20	20.68	130.77	3.28%	338.69	150%
IF1102-IF1103	01/24-02/18	24.34	4.51	15.44	36.57%	0.41	98.3%
IF1102-IF1106	01/24-02/18	88.21	8.23	81.64	7.46%	28.88	67.3%

表格 1 跨期价差实际数据与模拟结果对照表

### 3.4 与传统布朗运动模型对比

混沌分布模型利用了无风险套利的混沌特性，其模拟价差的变化相比于随机分布模型更接近于真实市场的跨期价差分布。应用混沌分布模型的模拟均值相对偏差维持在 5%-20%左右，只有极个别的合约组合出现了较大的偏差。出现的偏差主要是由于这些合约组合中主力合约在初期刚成为市场主力，其成交量较小，因而其跨期价差初始的变化不稳定，所以模拟的初始值与所得的价差的均值偏离较远。

针对随机分布模拟，由于其分布是简单的线性结构，缺乏专门的无风险套利边界限制条件，因而其跨期价格的运动会大幅度震荡，而缺乏回复作用，价格运动往往趋于 0 或 $\infty$ ，其中趋于 0 的居多。相比于混沌分布模型，随机模型不能够有效地反映市场的特征，同时，反而表现出了违背金融基本规律的价格变化。



图表 1 IF1009-IF1103 在 8/23-9/17 价差统计对比图, (左起)真实数据、混沌模拟、随机模拟)

#### 4. 结语

##### 4.1 混沌分布模型的价值

在非线性金融研究中,本研究的对象为股指期货的跨期价差,一个很少被前人涉及的全新的领域。跨期价差的混沌分布模型是基于市场的反持续性分形特征和市场过度反应的现象而建立的。其分形特征与单边期货市场以及股票现货市场都截然不同;由于无风险套利的作用,不存在投资者个体的自适应性,混沌机制是由系统本身的后效性和自适应性行为所造成的。该模型在实证研究中得到了较好的效果,并且提出了新的混沌产生机制和建模思想,具有开拓性价值。

##### 4.2 进一步研究的方向

对模型的进一步改进应反映在对于无风险套利区间阈值的确定上,除了针对市场摩擦外,套利空间和套利的发现也可能具有自适应性,或受到更多因素的影响。

其次,可以对该模型进行跨市场拓展,即如何在其他市场,如股票现货市场中发现系统性混沌特征,并依照这一特征进行建模。

[1] Grossman S J, Stiglitz J E. On the impossibility of information efficient markets [J], American Economic Review, 1980(70): 393-408.

[2] Peters E E: 资本市场的混沌和秩序(第二版)[M], 北京: 经济科学出版社, 1999.

[3] Peng C K, Buldyrev S V, Havlin S, et al. Mosaic organization of DNA nucleotides [J], Physical Review E, 1994(49): 1685-1689.

[4] Lux T, Marches M. Scaling and criticality in a stochastic multi model of a financial market [J], Nature, 1999(397): 498-505.

[5] Lebaron B, Arthur W B, Palmer R. Time series properties of an artificial stock market [J], Journal of Economic Dynamics and Control, 1999(23): 1487-1516.

[6] 王伟峰, 刘 阳. 股指期货的跨期套利研究——模拟股指期货市场实证[J], 金融研究. 2007, 12: 236-241.

[7] 赵 聪, 俞 熹. 沪深 300 股指期货跨期套利价差的 R / S 分析[J], 科学技术与工程, 2010,

---

10(33): 8342-8346.

[8] 费洁. 股价指数期货定价模式研究[J], 华北金融, 2009, 12: 7-10.

[9] 中国金融期货交易所结算细则[S], 上海: 中国金融期货交易所, 2010.

[10] 宋逢明, 林森, 李超. 基于人工股票市场分析持有期对投资者收益的影响[J], 运筹与管理, 2005, 17(1): 88-93.