

# 沪深300股指期货跨期套利价差的R/S分析

赵 聪 俞 熹\*

(复旦大学物理学系,上海 200433)

**摘 要** 基于R/S分析应用Hurst指数和V统计量对于沪深300股指期货合约跨期套利价差的1 min数据进行实证研究,得出其Hurst值在(0.4,0.5),平均循环周期在(8,20)min。这显示跨期价差具有较低程度反持续性的分形市场特征。由于套利行为的影响,过去趋势对于未来有相反作用,与股票现货市场的长期记忆性不同。

**关键词** 跨期价差 R/S分析 Hurst指数 平均循环周期 反持续性

**中图法分类号** F830.91; **文献标志码** B

经典资本市场理论有效市场假说(EMF)是建立在布朗运动的线性范式上,即假设收益率满足独立同分布。然而,从20世纪70年代以来,随着技术手段的进步,各种更加精细和长期实证分析结果却往往不符合布朗运动随机特性,使得非线性理论开始取代随机过程来描述市场运作规律。Mandelbrot(1975)在总结了自然界的非规整几何图形之后,首次提出了分形的概念。Peters(1991)则将分形几何学的分析方法运用于资本市场的分析。Opong(1999)分别用R/S方法和BDS方法对伦敦FTSE指数的非线性行为进行了分析。John(1999)对环太平洋几个新兴证券市场分别使用R/S方法和修正R/S进行分析,但两种方法得到了不同结果,经典R/S分析存在长期记忆性,修正R/S分析不存在。Barkoulas(2000)、Henry(2002)等都利用国外的股票市场数据进行了研究,结果表明,大多数发达国家股票市场具有不同程度长期记忆性的分析特征。而国内的研究也表明深沪两市股票市场也存在长期记忆性。

我国的沪深300指数期货是在2010年4月16日推出的新的金融衍生品。其推出有助于扩大证券市场规模、增加市场流动性,优化投资主体结构,在证券市场上发挥着价格发现、套期保值和对冲风险、活跃市场等作用,是我国金融市场一个里程碑式的发展。股指期货的价格由于有套利因素的存在与股票市场现货价格有紧密的相关性。而跨期价差,基于期货定价的持有成本模型,相当于一个无风险债券在跨期时间差上的收益。因此存在一个合理的无套利定价范围,其投资方式不同于股票现货和期货投机。所以跨期价差可以去除股票现货市场的长期记忆性的影响,更充分地反映独立的期货市场特性。国内外的研究工作主要集中在对于股指、期指等指数分析特征检验上,而对于去除现货市场影响的期货跨期价差分析鲜有涉足,本文就是基于R/S分析理论应用Hurst指数和平均循环周期的V统计量验证沪深300股指期货跨期价差的分形特征。

## 1 分析方法

### 1.1 经典R/S分析

水文学家H. E. Hurst在建造尼罗河水坝的过程中,研究了从公元622年至1469年埃及人保留的尼罗河泛滥的847年的记录,该记录没有显示随机性。同时他又受布朗运动模型

2010年9月2日收到,9月7日修改 复旦大学本科生学术研究

资助计划曦源项目(100813)资助

第一作者简介:赵 聪(1989—),男,河南延津人,复旦大学物理系学生。

\*通信作者简介:俞 熹(1978—),男,浙江东阳人,讲师,博士,复旦大学物理系实验中心副主任。E-mail:whyx@fudan.edu.cn。

$$R = T^{0.5} \quad (1)$$

的启发,提出了 Hurst 指数这一统计量。具体的计算方法如下:

对于一个长度为  $M$  的时间序列  $\{x_i\}$ , 将其平均分为  $A$  个区间, 每个区间长度为  $N (2 \leq N \leq M/2)$ , 记第  $a$  个子区间为  $I_a (a = 1, 2, \dots, A)$ ,  $I_a$  中的第  $k$  个子区间记为  $I_{k,a} (k = 1, 2, \dots, N)$ .

$$\bar{x}_a = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_{i,a}, (a = 1, 2, \dots, A) \quad (2)$$

$$Z_{k,a} = \sum_{i=1}^k (x_{i,a} - \bar{x}_a), (k = 1, 2, \dots, N) \quad (3)$$

$$S_a = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_{i,a} - \bar{x}_a)^2} \quad (4)$$

其中,  $\bar{x}_a$  和  $S_a$  分别是  $I_a$  中数据的均值和标准差,  $Z_{k,a}$  是  $I_a$  上的累计离差,  $R_a$  是  $I_a$  上的极差, 对每个子区间计算  $R_a/S_a$ , 可得  $A$  个值, 将它们的平均值记做  $(R/S)_N$ , 即:

$$(R/S)_N = \frac{1}{A} \sum_{a=1}^A (R_a/S_a) = cN^H \quad (5)$$

式(5)中,  $c$  为常数,  $H$  为 Hurst 指数, 且  $0 \leq H \leq 1$  对式(7)两边取对数, 得:

$$\ln(R/S)_N = H \ln(N) + \ln(c) \quad (6)$$

对于不同的  $N$ , 可以得到不同的  $(R/S)_N$ , 以它们为式(6)的观测值, 利用最小二乘法求回归系数便得 Hurst 指数  $H$ 。

## 1.2 修正 R/S 分析

Lo(1991)<sup>[8]</sup>所作的修正主要是针对分母  $S_a$ , 在 Lo 所提出的代数式中分母变为  $S_a(q)$ :

$$S_a(q) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_{i,a} - \bar{x}_a)^2 + \frac{2}{N} \sum_{i=1}^q \omega_i(q) \times \left[ \sum_{j=1}^N (x_{j,a} - \bar{x}_a)(x_{N-j,a} - \bar{x}_a) \right] = S_a^2 + 2 \sum_{i=1}^q \omega_i(q) \gamma_a \quad (7)$$

式(7)中,  $\omega_i(q) = 1 - \frac{i}{q+1}$ ,  $(q < N)$ ,  $\gamma_a$  是  $I_a$  的自协方差估计值。

## 1.3 Hurst 指数

时间序列的 Hurst 指数  $H$  在 0—1 之间, 指数值

的大小显示时间序列的特性:

(1) 当  $H = 0.5$  时, 时间序列是标准的随机游走, 不同时间的值是不相关的, 即一个马尔科夫过程, 该时间序列不存在长期记忆性并不能预测, 此时式(5)与式(1)有相同的形式;

(2) 当  $0 \leq H < 0.5$  时, 时间序列具有反持续性性和易变结构。一个反持续性系统比随机系统覆盖较短的距离, 能够以较高的频率反转,  $H$  越接近 0 反持续性明显, 越接近 0.5 随机性越明显;

(3) 当  $0.5 < H \leq 1$  时, 时间序列存在持续性特征, 即长期记忆性的存在, 未来受到过去趋势的影响。过去的事件对未来具有影响, 存在长程相关特征, 会形成一个个大的循环, 这些循环没有固定的周期。

## 1.4 平均循环周期——V 统计量

统计量  $V$  可以发现时间序列的周期性变化, 并用来对时间序列的不同周期的循环长度进行估计:

$$V_N = (R/S)_N / \sqrt{N} \quad (8)$$

式(8)中, 即式(5)中的重标极差。

$V$  统计量最初是 Hurst 用来检验稳定性, 后来发现可以用来精确估计噪音周期的长度。因为  $V$  统计量是相对于的变化率, 如果序列呈现出布朗运动的随机性规律 ( $H = 0.5$ ),  $V$  的值应该保持在一个确定的比率上, 即,  $V$  对于  $\lg(N)$  是一条水平的直线, 不随  $N$  的变化改变; 当时间序列呈现出长期记忆性 ( $H > 0.5$ ) 时, 比率就会增加,  $V$  统计量曲线就会随着  $N$  的增大而上升; 而当  $H < 0.5$  即时间序列出现反持续性, 即比随机运动更加剧烈的波动时,  $V$  统计量将随着  $N$  值的增长而单调下降。

$V - \lg(N)$  的关系曲线可以反映出时间序列中某一时刻的值产生的趋势对未来影响时间的界限, 表现为噪声中不同频率的周期, 因此图中的每个峰值所对应的  $N$  即为某个周期的长度。通过检查每一区域中  $V$  的极大值, 可以得到对于周期的估计值。

表1 不同跨期组合的统计数据

合约组合	到期时间间隔	交易数据时间	Hurst 值			
			R/S	$q=1$	$q=2$	$q=4$
IF1006—IF1009	3个月	5/31~6/18	0.4419	0.4600	0.4640	0.4655
IF1006—IF1012	6个月	5/31~6/18	0.5098	0.5191	0.5248	0.5208
IF1007—IF1008	1个月	6/4~7/16	0.5033	0.4952	0.4899	0.4783
IF1007—IF1009	2个月	6/4~7/16	0.4757	0.4833	0.4797	0.4747
IF1007—IF1012	5个月	6/4~7/16	0.4746	0.4830	0.4795	0.4787
IF1008—IF1009	1个月	6/21~8/13	0.5085	0.4983	0.4884	0.4769
IF1008—IF1012	4个月	6/21~8/13	0.4519	0.4579	0.4719	0.4687
IF1009—IF1012	3个月	6/4~8/13	0.3882	0.3986	0.4034	0.4114

表2 V值数据

合约组合	IF1006—IF1009	IF1006—IF1012	IF1007—IF1008	IF1007—IF1009
平均周期	(8,15)	(8,10)	(10,20)	(10,20)
合约组合	IF1007—IF1012	IF1008—IF1009	IF1008—IF1012	IF1009—IF1012
平均周期	(10,20)	(8,15)	(8,15)	(8,15)

并绘制  $V - \lg(N)$  图,  $V$  统计量反映的周期值具体取值范围由读图获得。

## 2.2 Hurst 指数统计数据

从表1可以看出,所有跨期组合的价差 Hurst 值均集中在 0.4~0.5 之间,属于粉红噪声,存在反持续性的分形市场特征,不存在长期记忆性。由于  $H$  值略小于 0.5,所以整体跨期价差呈较弱的反持续性。整体跨期价差的波动性比布朗运动更加剧烈,某一时刻的变化趋势将在极短的时间内结束,并向相反方向变化,使得价差维持在一个有限区域,很难有较大的偏离。这表明跨期价差不是一个标准的布朗运动,未来价格趋于过去趋势的反方向运动,能够反映出一定的分形特征,或是有偏的随机过程。

而不同到期时间间隔的跨期套利组合的  $H$  值存在一定的规律:

(1)间隔1个月的合约组合  $H$  值在 0.5 左右,随机性较其他合约组合强。某些  $q$  值所对应的  $H$  值已经超过了 0.5,出现了轻微的记忆性,这表明这些时间序列是较标准的布朗运动的随机序列,不同

## 2 实证分析

### 2.1 数据的选取

本文选取了沪深300股指期货从2010年5月31日到8月13日的全部5份合约的一分钟数据的收盘价,并对着5份合约设计了跨期长度1—6个月不等的8种跨期价差组合进行验证。为了能充分反映期货市场的变化特点,每一个跨期套利组合都包括了这一时间段最活跃的主力合约或次主力合约。数据使用不同合约跨期差价的变化率  $r$  作为检验序列,即:

$$r_i = (x_{1,i+1} - x_{2,i+1}) / (x_{1,i} - x_{2,i}) - 1 \quad (9)$$

式(9)中,  $\{x_1\}$ 、 $\{x_2\}$  为跨期合约组合中两合约的指数序列。

本文使用 R/S 和修正 R/S 分析进行验证。  $N$  的值选取  $\{4, 8, 10, 15, 25, 50, 100, 250, 750, 1000, 1250, 1500, 1750, 2000, 2500\}$  共计 15 个值。使用 Matlab 编程计算 Hurst 指数和  $V$  统计量,

参数  $q$  使得  $H$  值在 0.5 上下小范围变化,不能表现出分形特征。

(2) 其余合约组合的  $H$  值随着间隔的增长而减少,反持续性增强。如 IF1009—IF1012 合约组合的  $H$  值在 0.4 左右,体现出了较显著的反持续性,这一序列的反映了明显的分析特征。

修正 R/S 分析与 R/S 分析的  $H$  值大体上比较接近, $q$  值较大地修正 R/S 分析的  $H$  值较经典 R/S 分析(相当于  $q=0$  的修正 R/S)和  $q$  较小的  $H$  统计值普遍略小。

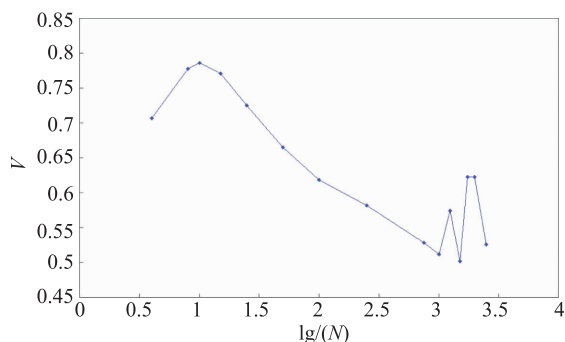


图1 IF1006—IF1009 合约组合  $V - \lg(N)$   
图(平均周期[8,15]min)

### 2.3 V 值统计数据

$V$  值总体处在(8,20)的范围内,见表2,即时间序列的记忆性的平均长度在8~20个数据点的范围内。由于所使用的是1min数据,则某一时刻的价格趋势只能影响到未来8到20min的走势,这样的记忆长度十分有限,反映了时间序列没有显著的长期记忆性。同时8到20min的运动趋势也反映了这些序列的反持续性并不明显,没有出现过于强烈的波动。因此时间序列表现出较弱的分形特征和有偏的随机特征。

### 2.4 结果分析

(1) 不同跨期套利合约组合的 Hurst 值在(0.4,0.5)的范围内,反映了沪深300股指期货的跨期不同与股票现货指数和期货指数等存在长期记忆性的,而反映出一定的反持续性和有偏随机性,整体符合有效市场假说和期货定价的持有成本模型。而反持续性正反映了当某一趋势形成,期货

指数偏离了持有成本定价,产生套利空间后,套利者会利用套利空间进行套利,使得指数迅速恢复到合理的范围内。

(2) Hurst 值随着到期时间间隔的增长而减小表明:较远期的合约不活跃,缺乏足够的投资者,不适合进行投机等模式的参与,因而只有少数投资者进行跨期、期现套利等投资行为,因而其趋势更加短暂,反持续性更为明显。而较近期的主力合约较活跃,受到多种投资模式的投资者追捧,而由于有套利者的存在,不会出现像股票现货市场一样的长期趋势,因此则表现为较为明显的随机性。

(3)  $V$  统计值也印证了  $H$  统计的结论,时间序列的周期平均长度在8到20min,不能体现长期趋势,而是短期的波动性。因此8~20min即从趋势产生到套利空间出现的平均长度,而后将由套利者利用这一机会进行套利,并使指数快速反向运动。

## 3 结语

通过对于跨期套利价差的 R/S 分析,发现了我国新推出的沪深300股指期货跨期价差是不同于现货和期货指数本身的一种投资组合,有不同的分形特征。反映了期货市场是与现货市场不同的金融产品,由于套利的作用较现货市场  $H$  值更接近0.5,更符合市场有效性假说,其推出能够促进我国金融市场的发展。

经典 R/S 分析和不同参数  $q$  下修正的修正 R/S 分析以及反映平均周期的  $V$  统计值对于价差时间序列得到了相类似的结论,反映了这几中检验方法都能定性地发现市场的分形特征。

进一步研究可以针对股指期货跨期价差的反持续性,应用其他模型进行更深入检验。同时由于价差的反持续特征,可以探究合理的定价区间和套利范围。

### 参 考 文 献

- 1 Barkoulas J T: Long memory in the Greek stock market. Applied Financial Economics, 2000; 10(2): 177—184
- 2 Edgar E Peters: 资本市场的混沌和秩序(第二版). 北京: 经济科

- 学出版社,1999
- 3 Henry O T. Long memory in stock returns: some international evidence. *Applied Financial Economics*, 2002; 12: 725—729
  - 4 John S H. Much ado about nothing: Long-term memory in pacific rim equity markets. *International Review of Financial Analysis*, 1999; 8 (2):139—151
  - 5 Lo A. Long-term memory in stock market prices. *Econometric*, 1991; (59):1 279—1 313
  - 6 Mandelbrot B B. *The fractal geometry of nature*. San Francisco: Freeman, 1982
  - 7 Opong K K. The behavior of some UK equity indices: An application of Hurst and BDS tests. *Journal of Empirical Finance*, 1999; (6): 267—282
  - 8 顾贤斌,李序颖. 波罗的海干散货运价指数长记忆性实证分析. *上海海事大学学报*, 2009; 3(1):40—44
  - 9 黄光晓,陈国进. 基于分形市场理论的期铜价格 R/S 分析. *当代财经*, 2006;(3):60—64
  - 10 刘 倩,梁久祯. 基于 R/S 方法的股票平均循环周期研究. *计算机工程与设计*, 2009; 30(21): 4 942—4 944

## R/S Analysis on Calendar Spread of CSI—300 Index Futures

ZHAO Cong, YU Xi

(Dept of Physics, Fudan University, Shanghai 200433, P. R. China)

[**Abstract**] The empirical research of the 1 minute data of the calendar spread of CSI—300 Index futures utilizing Hurst exponent and  $V$  statistics based on R/S analysis gives its Hurst exponent in  $(0.4, 0.5)$  and the average loop cycle between  $(8, 20)$  minutes. Such an outcome indicates that the calendar spread reflects a fractal market character with low-level anti-persistence. Because of the impact from arbitrage, the past tendency in calendar spread brings counter-effect in future, which is different from long-term memory of stock spot market.

[**Key words**] calendar spread R/S analysis hurst exponent average loop cycle anti-persistence