用力敏传感器测液体表面张力系数的误差分析

夏思淝 刘东红 孙建刚 袁庆华
(山东大学物理与微电子学院 山东 济南 250061)

摘 要:分析了采用力敏传感器测量液体表面张力系数实验误差的主要来源,给出了计算公式和测量结果,并提出了改进建议.

关键词:表面张力系数;力敏传感器;误差分析
中图分类号:O351.1 **文献标识码**:A **文章编号**:1005-4642(2003)07-0039-03

Error analysis of the measuring surface tension coefficient of liquids with force sensor

XIA Si-fei LIU Dong-hong SUN Jian-gang YUAN Qing-hua
(School of Physics and Microelectron, Shandong University, Jinan, Shangdong, 250061)

Abstract: The main sources of the error of measuring surface tension coefficient of liquids by force sensor are analyzed. The formulas, results and suggestions on improving the experiment are given.

Key words: surface tension coefficient; force sensor; error analysis

1 测量方法及原理

拉脱法测液体表面张力系数实验多是通过提拉洁净的门形金属丝框或矩形金属片,用约利弹簧秤(或扭秤)进行测量,相关的实验原理及现象在一些文献中已有分析讨论[1,2]. 现在采用硅压阻力敏传感器测量液体与金属相接触的表面张力,用数字式电压表进行输出量显示,用一定高度的薄金属吊环替代门形金属丝框及矩形金属片. 改进后仪器的传感器灵敏度高,线性和稳定性好,测量结果重复性好. 该测量方法是将表面清洁的铝合金吊环垂直浸入液体中,降低升降台,液面下降. 当吊环底面与液面平齐或略高时,由于液体表面张力的作用,吊环的内、外壁会带起一部分液体. 如图1所示,平衡时吊

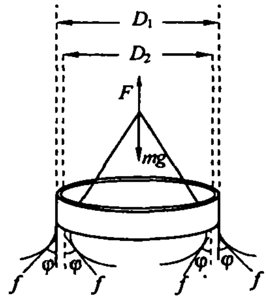

图1 拉脱过程吊环受力分析

环重力 mg、向上拉力 F 与液体表面张力 f 满足

$$F=mg+f\cos\varphi$$

在吊环临界脱离液体时,$\varphi\approx 0$,即 $\cos\varphi\approx 1$,则平衡条件近似为

$$f=F-mg=\alpha[\pi(D_1+D_2)]$$

式中 D_1 为吊环外径,D_2 为吊环内径. 液体表面

张力系数为

$$\alpha=\frac{F-mg}{\pi(D_1+D_2)}$$

实验需测出 F,mg 及 D_1 和 D_2.

利用力敏传感器测力,首先进行硅压阻力敏传感器定标,求得传感器灵敏度 B(mV/g),再测出吊环在即将拉脱液面时($F=mg+f$)电压表读数 U_1,记录拉脱后($F=mg$)数字电压表的读数 U_2,代入(1)式得[3]

$$\alpha=\frac{(U_1-U_2)g}{B\pi(D_1+D_2)} \tag{2}$$

2 误差分析

对学生采用该方法测液体表面张力系数的实验数据分析发现,α 的测量值大都比公认值偏大,有的甚至高 20%,因此,需要对该实验方法的误差进行分析.

2.1 系统误差分析

实验中使用了直径为 3.2～3.5cm,厚度为 1mm 左右,高为 0.85cm 的铝合金吊环,临拉脱时吊环底面高于液面,形成一层环形液膜,所以应计入液膜的重力,即

$$f=F-mg-m'g \tag{3}$$

式中 $m'g$ 为液膜重力.

先分析不考虑液膜重力所造成的误差. 以纯净水为例,常温下 α 值约 0.07N/m,按实验中有关数据计算得 $f=\alpha\pi(D_1+D_2)=1.5\times10^{-2}$N.

经仔细观测,膜高不小于 3mm,平均膜厚也不会小于 0.1mm,因此液膜重力 $m'g$ 误差下限为 $m'g\geqslant\rho Vg=3.0\times10^{-4}$N.

从误差下限来看,不计液膜重力,引入系统误差约为 2%似乎是可行的,但毕竟造成理论上的困难.然而若考虑该误差的上限,则液膜重力是不容忽视. 例如,实验中膜高可达4.5mm,吊环厚度接近 1mm,膜厚按 0.5mm 计,液膜又尽量收缩形成球形表面,则不计入该项修正所造成的相对误差超过 10%. 因此,实验中应减小吊环的壁厚或用金属薄片代替,减少 $m'g$ 的值. 即使采取上述措施,也应考虑液体对金属片附着层的重力,mg 测量应为湿重而不是净重.造成测量值偏大的另一原因是学生误认为拉脱前输出的最大值为 U_1,此时并非临脱状态,液膜较厚,$m'g$ 较大,经测算比临脱状态测量相对误差大 1%～2%,拉脱前液膜变薄,远小于吊环壁厚[2],应准确记录拉脱瞬间的输出 U_1,将该项系统误差减至最小.

若吊环不严格水平,如图 2 所示,其底面与液面夹角为 θ,这时除了存在浮力 f'外,还因图中左右两端表面张力 f 不与液面垂直及液体与吊环接触周界线长度改变为 l'而引入误差[1]. 吊环静止时有

$$F+f'-mg=\alpha l'+f\cos\theta \tag{4}$$

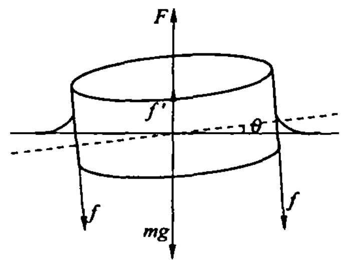

图 2 吊环倾斜受力分析

拉脱至吊环底面低端高于液面时,浮力 f' 为零,$l'\approx\pi(D_1+D_2)/\cos\theta$,表面张力增大. 偏差 1°,误差 0.5%;偏差 2°,误差 1.6%. 因此,实验中应注意调整吊环水平以减小该项系统误差.

前面提出的系统误差因素应使测量结果偏大,但也有少数学生的测量结果比公认值偏小,仔细分析原因,是由于被测液体粘度较小,液膜极易破裂的缘故. 实验中 F 值增加,尚未达到临脱状态,液膜破裂,导致测得 α 值减小. 造成液膜提前破裂的主要因素有:降低平台引起的液面振动;吊环净化处理不好,液体浸润不充分;外界环境变化,空气流动;操作过程过于缓慢,液膜受重力作用及蒸发而变薄破裂. 此外,硅压阻力敏传感器通电时间过长,导致 F 值越测越小. 为避免由此产生的系统误差,需严格要求学生净化处理吊环,实验前先让学生适当练习操作,动作平稳连续,减少振动,实测时操作不宜过慢.

2.2 随机误差分析

根据测量原理，表面张力系数的测量公式为

$$\bar{\alpha}=\frac{\overline{U_1-U_2}}{B\pi(D_1+D_2)}g \tag{5}$$

式中 U_1,U_2,D_1,D_2 4 个量可直接测得，灵敏度 B 由力敏传感器定标确定. 测量 $\bar{\alpha}$ 的相对偏差由误差传递公式得

$$E=\sqrt{\left(\frac{\sigma_{\overline{U_1-U_2}}}{\overline{U_1-U_2}}\right)^2+\left(\frac{\sigma_{(D_1+D_2)}}{D_1+D_2}\right)^2+\left(\frac{\sigma_B}{B}\right)^2} \tag{6}$$

式中标准差

$$\sigma_{\overline{U_1-U_2}}=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N}[\Delta(U_1-U_2)]^2}{N(N-1)}}$$

$$\sigma_{(D_1+D_2)}=\sqrt{\sigma_{D_1}{}^2+\sigma_{D_2}{}^2}$$

$$\sigma_{D_1}=\sigma_{D_2}=\frac{\Delta_D}{\sqrt{3}}$$

灵敏度

$$B=\frac{\sum_{i=1}^{n}(M_i-\bar{M})(U_i-\bar{U})}{\sum_{i=1}^{n}(M_i-\bar{M})^2} \tag{7}$$

B 是定标调零后一元线性拟合方程 $U=BM$ 最小二乘法处理求得的回归系数，其标准差为[4]

$$\sigma_B=\frac{\sigma_U}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}M_i^2-\frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{n}M_i\right)^2}} \tag{8}$$

式中

$$\sigma_U=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(U_i-BM_i)^2}{n-2}} \tag{9}$$

因此求得 $\bar{\alpha}$ 的绝对标准差为

$$\sigma_{\bar{\alpha}}=E\bar{\alpha}$$

3 实验数据及结果分析

具体测量条件及直接测量量的数据见表1和表2.

表1 力敏传感器定标

M/g	U/mV
0.500	13.4
1.000	27.9
1.500	42.0
2.000	56.2
2.500	70.5
3.000	84.7
3.500	98.8

表2 液体表面张力测试数据

U_1/mV	U_2/mV	(U_1-U_2)/mV	$\Delta(U_1-U_2)$/mV
19.1	−25.2	44.3	−0.375
19.9	−25.1	45.0	0.325
19.0	−25.4	44.4	−0.275
19.9	−25.1	45.0	0.325

表1数据代入(7)式求得 $B=28.45$mV/g. 由表2得

$$\overline{U_1-U_2}=44.675\text{mV}$$

$$\sum[\Delta(U_1-U_2)]^2=0.427\,4\times10^{-6}\text{V}^2$$

其它数据为：$g=9.798\text{m/s}^2$，$t=29.75$℃，$D_1=35.08$mm，$D_2=32.78$mm，$\Delta_D=0.02$mm.

上述数据代入(5)式求得

$$\bar{\alpha}=0.072\,17\text{N/m}$$

计算标准差

$$\sigma_{\overline{U_1-U_2}}=0.19\times10^{-3}\text{V}$$

$$\sigma_{(D_1+D_2)}=1.7\times10^{-5}\text{m}$$

$$\sigma_B=0.31\text{mV/g}$$

代入(6)式求得 $E=1.2\%$. 绝对标准差为 $\sigma_{\bar{\alpha}}=E\bar{\alpha}\approx0.000\,9$N/m. 测量结果为

$$\alpha=\bar{\alpha}\pm\sigma_{\bar{\alpha}}=(7.22\pm0.09)\times10^{-2}\text{N/m}$$

$\bar{\alpha}$ 与相同温度纯净水表面张力系数公认值 0.071 8N/m 的百分误差为 0.56%，可见用力敏传感器测液体表面张力系数的测量误差较小.

直接测量量及定标测 B 的分误差在总误差中所占的百分数计算

$$\left[\frac{\partial\alpha}{\partial\,\overline{(U_1-U_2)}}\cdot\frac{\sigma_{\overline{U_1-U_2}}}{\sigma_{\bar{\alpha}}}\right]^2=13\%$$

(下转43页)

$$-[kl+(m_0+m_i)g]\theta$$

根据牛顿第二定律,得动力学方程为

$$(m_0+m_i)l\,\ddot{\theta}=-[kl+(m_0+m_i)g]\theta$$

整理上式得

$$\ddot{\theta}+\frac{kl+(m_0+m_i)g}{(m_0+m_i)l}\theta=0$$

由此可得振动体振动的角频率为

$$\omega=\sqrt{\frac{kl+(m_0+m_i)g}{(m_0+m_i)l}}$$

振动周期为

$$T_{垂直}=\frac{2\pi}{\omega}=2\pi\sqrt{\frac{(m_0+m_i)l}{kl+(m_0+m_i)g}} \qquad (2)$$

3 惯性秤倾斜放置

当惯性秤的悬臂倾斜 φ 时,如图 1 所示,选取方向矢量 l,振动体将绕 l 方向振动,偏离 l 方向的转角为 θ,则回复力为

$$F=-[kl\sin\theta+(m_0+m_i)g\cos\varphi\sin\theta]=$$
$$-[kl+(m_0+m_i)g\cos\varphi]\sin\theta\approx$$
$$-[kl+(m_0+m_i)g\cos\varphi]\theta$$

根据牛顿第二定律,得动力学方程为

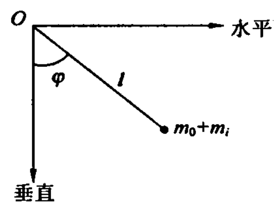

图 1 振动体倾斜示意图

$$(m_0+m_i)l\,\ddot{\theta}=-[kl+(m_0+m_i)g\cos\varphi]\theta$$

整理上式得

$$\ddot{\theta}+\frac{kl+(m_0+m_i)g\cos\varphi}{(m_0+m_i)l}\theta=0$$

由此可得振动体振动的角频率为

$$\omega=\sqrt{\frac{kl+(m_0+m_i)g\cos\varphi}{(m_0+m_i)l}}$$

振动周期为

$$T_{倾斜}=\frac{2\pi}{\omega}=2\pi\sqrt{\frac{(m_0+m_i)l}{kl+(m_0+m_i)g\cos\varphi}} \qquad (3)$$

4 讨 论

1)当 $\varphi=0$ 时,即惯性秤竖直向下,(3)式变为(2)式,惯性秤的振动周期为最小值.

2)当 $0<\varphi<\pi/2$ 时,即惯性秤向下倾斜,$T<T_{水平}$,惯性秤的振动周期小于水平时的值.

3)当 $\varphi=\pi/2$ 时,即惯性秤水平,(3)式变为(1)式.

4)当 $\pi/2<\varphi<\pi$ 时,即惯性秤向上倾斜,$T>T_{水平}$,惯性秤的振动周期大于水平时的值.

5)当 $\varphi=\pi$ 时,即惯性秤竖直向上,$T>T_{水平}$,惯性秤的振动周期为最大值.

参考文献:

[1] 杨述武,等.普通物理实验(一、力学及热学部分)[M].北京:高等教育出版社,2000.139~142.

[2] 周衍柏.理论力学教程[M]. 北京:高等教育出版社,1986. 188~189.

(2002-11-05 收稿)

(上接 41 页)

$$\left[\frac{\partial\alpha}{\partial(D_1+D_2)}\cdot\frac{\sigma_{(D_1+D_2)}}{\sigma_{\bar{\alpha}}}\right]^2=4.5\%$$

$$\left(\frac{\partial\alpha}{\partial B}\cdot\frac{\sigma_B}{\sigma_{\bar{\alpha}}}\right)^2=82\%$$

从百分误差中可以看出,灵敏度 B 对总误差的贡献最大,要提高 α 的测量精度,首先要减小 B 的分误差,从仪器方面力敏传感器线性要好,定标使用的砝码要标准;从人员方面要求操作熟练,快捷. 其次是拉脱过程 U_1,U_2 的测量,应适当增加测量次数至 8 次,并提高学生操作技能,拉膜要平稳、连续. 直径测量分误差所占份量最小,可用游标卡尺单次测量,但需垂直方向各测一次进行比较.

参考文献:

[1] 段蔚萱,杨玉朴. 测量液体表面张力系数两种方法的比较[J]. 物理实验,1993,13(4):147~149.

[2] 尹新国. 拉脱法测液体表面张力系数实验的分析和讨论[J]. 物理实验,1995,15(4):157~162.

[3] 焦丽凤,陆申龙. 用力敏传感器测量液体表面张力系数[J]. 物理实验,2002,22(7):40~42.

[4] 滕敏康. 实验误差与数据处理[M]. 南京:南京大学出版社,1989. 202~217.

(2002-11-04 收稿,2003-01-04 收修改稿)