

用扭摆验证转动惯量平行轴定理的新方法

邱菊¹, 刘宇星², 孔炎¹

(1. 北京工业大学 实验学院, 北京 100024; 2. 北京工业大学 应用数理学院, 北京 100022)

摘要: 提出利用扭摆验证转动惯量平行轴定理的两种简单易行的新方法, 并通过实验证明了该方法的可行性.

关键词: 转动惯量; 平行轴定理; 扭摆

中图分类号: O 313.3 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-0712(2006)09-0037-02

TH-1 型智能转动惯量测量仪是高校物理实验课中使用较为广泛的测量仪器. 该仪器通过测量扭摆的周期来计算物体的转动惯量. 利用该仪器还可以验证转动惯量的平行轴定理. 本文将阐述用该仪器验证平行轴定理的两种简单易行的新方法, 并和传统的方法进行对比.

1 传统验证方法^[1]

传统的测量方法所采用的仪器装置如图 1 所示. 金属细杆中心通过夹具固定在扭摆转轴上, 两个金属滑块套在金属杆上, 并可以固定于金属杆的不同位置. 金属滑块的质量为 m_1 , 内外径分别为 D_1 和 D_2 , 长度为 h , 其相对于质心轴 C 的转动惯量为 I_C , 对扭摆转轴 O 的转动惯量为 I_1 ; 夹具对 O 轴的转动惯量为 I_2 ; 金属杆的长度为 l , 质量为 m_2 , 其对自身的质心轴的转动惯量为 I_{C1} .

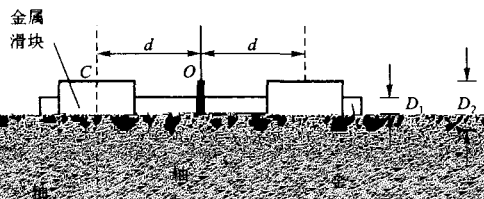


图 1 验证转动惯量平行轴定理的示意图

由转动惯量的平行轴定理可知

$$I_1 = I_C + m_1 d^2 \quad (1)$$

由转动惯量的定义可知

$$I = \frac{1}{16} m_1 (D_1^2 + D_2^2) + \frac{1}{12} m_1 h^2 \quad (2)$$

$$I_{C1} = \frac{1}{12} m_2 l^2 \quad (3)$$

图 1 中整个系统对 O 轴的转动惯量为

$$I = 2I_1 + I_2 + I_{C1} \quad (4)$$

由于仪器厂商提供了夹具的转动惯量 I_2 , 因此通过测量 m_1 、 m_2 、 l 、 h 、 D_1 和 D_2 , 就可由上述式(1)~式(4)计算出图 1 中整个系统对 O 轴的转动惯量 I .

整个系统的摆动周期 T 和系统转动惯量有如下关系:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{K}} \quad (5)$$

其中 K 为扭摆的扭转常数, 可以通过其他方法测量. 故系统的转动惯量又可表为

$$I_{\text{实}} = \frac{K}{4\pi^2} T^2 \quad (6)$$

实验中测出摆动周期 T , 即可得到 $I_{\text{实}}$. 因为式(2)的计算用到了平行轴定理, 所以若由式(4)计算的结果和由式(6)得到的测量结果相同, 就说明平行轴定理是正确的.

将实验测得的数据代入式(2)和式(6)分别计算, 验证得到的数据如表 1 所示, 说明该方法可行的.

表 1 数据对比

T (s)	$I_{\text{实}} / (10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^2)$	$I / (10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^2)$	$\frac{I_{\text{实}}}{I}$
0.050	5.54	5.56	0.97
0.100	22.04	22.06	0.99
0.150	49.59	49.6	0.99
0.200	88.17	88.1	0.99
0.250	136.78	136.7	0.99

这种方法虽然可行,但是比较繁琐.首先必须计算塑料圆柱体的转动惯量,再测量扭摆载物盘和载物盘加上塑料圆柱体后的摆动周期,并推导出扭转常数 K 和这些参量的关系,从而得到 K .其次还要通过测量滑块的内外径计算转动惯量 I_C ,然后还要改变滑块的位置测周期,最后由式(4)和(6)得到两个转动惯量值进行对比验证.

2 新验证方法之一

第一种方法的测量装置如图 2 所示,金属细杆的质心轴与扭摆转轴重合.

系统对 O 轴的转动惯量为

$$I = I_{C1} + I_2 \quad (7)$$

如图 3 所示改变转轴位置,系统对 O 轴的转动惯量为

$$I' = I_{C1} + m_2 d^2 + I_2 \quad (8)$$

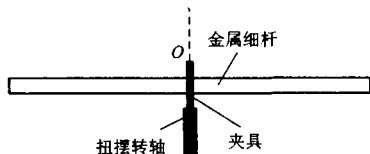


图 2 新方法测量装置图之一

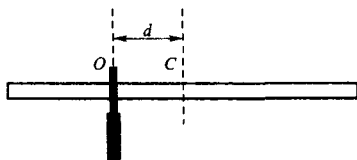


图 3 新方法测量装置图之二

其中 I' 可以利用式(7)、(8)计算得出,也可通过图 3 由实验测出.测出图 3 中的摆动周期 T' ,用式(6)即可得到 I' 的实验测量值 $I'_{实}$.表 2 给出了用这两种方法得到的 I' 值,其误差在允许范围之内,说明该方法可行.

和传统方法相比,该方法省去了测量滑块参数和计算其转动惯量 I_C 和 I_1 的步骤,使实验得到了一定的简化,但是测量计算扭转常数 K 的步骤没能省掉.

表 2 新验证方法一的实验数据

d/m	$I'/(10^{-3} \text{kg} \cdot \text{m}^2)$	$I'_{实}/(10^{-3} \text{kg} \cdot \text{m}^2)$	$\frac{I' - I'_{实}}{I'_{实}}/\%$
0.050	4.413	4.408	0.11
0.100	5.40	5.38	0.37
0.150	7.03	6.90	1.9
0.200	9.32	9.10	2.4
0.250	12.3	11.9	3.4

3 新验证方法之二

该方法的测量装置与方法一完全相同,当转轴由图 2 变到图 3 时,细杆对 O 轴的转动惯量的改变 ΔI 可由式(7)、(8)得出

$$\Delta I = I' - I = m_2 d^2 \quad (9)$$

由式(3)、(7)、(9)得

$$\frac{\Delta I}{I} = \frac{m_2 d^2}{I_{C1} + I_2} = \frac{m_2 d^2}{\frac{1}{12} m_2 l^2 + I_2} \quad (10)$$

测量出图 2 中的摆动周期 T 和图 3 中的摆动周期 T' ,便可以得到两个图中的转动惯量的实验值为 $I_{实} = \frac{K}{4\pi^2} T^2$ 和 $I'_{实} = \frac{K}{4\pi^2} T'^2$,所以转动惯量之差与 $I_{实}$ 之比为

$$\frac{\Delta I_{实}}{I_{实}} = \frac{T'^2 - T^2}{T^2} \quad (11)$$

若

$$\frac{m_2 d^2}{\frac{1}{12} m_2 l^2 + I_2} = \frac{T'^2 - T^2}{T^2} \quad (12)$$

则

$$\frac{\Delta I}{I} = \frac{\Delta I_{实}}{I_{实}}$$

因为 $I = I_{实}$,所以 $\Delta I = \Delta I_{实}$,说明平行轴定理成立.

表 3 是用该方法得到的实验数据.用测量出的 m_2, l, d, T, T' ,通过比较验证,可以证明式(12)的正确性,从而证明了平行轴定理.

表 3 新验证方法二的实验数据

d/m	$\frac{\Delta I}{I}/(10^{-3} \text{kg} \cdot \text{m}^2)$	$\frac{\Delta I_{实}}{I_{实}}/(10^{-3} \text{kg} \cdot \text{m}^2)$	$\frac{\Delta I/I - \Delta I_{实}/I_{实}}{\Delta I_{实}/I_{实}}/\%$
0.050	0.802	0.799	0.38
0.100	0.321	0.318	0.94
0.150	0.721	0.691	4.3
0.200	1.28	1.23	4.1
0.250	2.00	1.91	4.7

和前两种方法相比,第二种方法省去了测量和计算 K, I_C 和 I_1 的步骤,使测量和运算量大大减少.

这种可以通过不同方法达到同一个目的实验,非常适合作为学生的设计性实验.可以先让学生自己设计实验方案,之后组织大家一起讨论、对比、总结实验方案,使学生认识各个方案的特点,领悟到好的方案可以节约成本,取得事半功倍的效果.促使学生在将来的学习和工作中努力思考,合理规划,追求最佳效果.

(下转 58 页)

Cavity effect in granular matter

WANG Wei-ming, HU Lin

(Department of Physics, Photoelectron Technology and Application Lab, Guizhou University, Guiyang 550025, China)

Abstract: The cavity effect in granular matter is studied experimentally. When pulling a stick out the granular matter, it create a sustained cavity under it, and all the system's construction will be breakdown because of the cavity, the breakdown situation can be explored by the friction force of the stick. The relationship between the breakdown time t and the cavity's depth h is exponential, t is proportion to $\exp(h/\lambda)$ that we obtained by experiment, and it is unaffected by changing the granular size. We do an two-dimension experiment at the same time, to understand the inside situation of the granular matter clearly.

Key words: granular matter; cavity; force chain; breakdown time

(上接 33 页)

New formulae of Euler angle related to rotating φ around arbitrary axis μ

WANG Mei-shan, LI Wen-liang, YANG Chuan-lu, WANG De-hua, REN Ting-qi

(School of Physics and Electronic Engineering, Ludong University, Yantai 264025, China)

Abstract: The method of how to obtain the representation matrix of rotation operation with respect to Euler angles was reviewed. New formulae of Euler angle related to rotating φ around arbitrary axis μ are deduced according to cosine theorem, simple geometry relations and character theory of group. Euler angles related to rotating $2\pi/3$ around line which passes origin and $(1, 1, 1)$ are obtained employing the obtained expressions.

Key words: Euler angles; direction cosine; group representation; character of group

(上接 38 页)

参考文献:

版社, 2002. 9, 27~31.

[1] 丁慎训, 张连芳. 物理实验教程[M]. 北京: 清华大学出

A new method using torsion pendulum to verify the parallel axis theorem

QIU Ju¹, LIU Yu-xing², KONG Yan¹

(1. The Pilot College, Beijing University of Technology, Beijing 100024, China;

2. College of Applied Science, Beijing University of Technology, Beijing 100022, China)

Abstract: A new method using torsion pendulum to verify the parallel axis theorem is reported.

Key words: moment of inertia; parallel axis theorem; torsion pendulum