

College Physics (II)

大学物理(下)

Review Section

温故知新

§ 1.1.1 电荷和电荷守恒定律

1. 两种电荷 摩擦起电，静电感应(electrostatic induction), 正电, 负电

2. 电荷守恒定律 (law of conservation of charge)

表述: 在一个与外界没有电荷交换的系统内，正负电荷的代数和在任何物理过程中保持不变。

3. 电荷量子化

微小粒子带电量的变化是不连续的，只能是元电荷 e 的整数倍 ne ，即粒子电荷是量子化的。

4. 电荷的相对论不变性:

在不同的参照系内观察，同一个带电粒子的电量不变。电荷的这一性质叫做电荷的相对论不变性。

微小粒子带电量的变化是不连续的，只能是元电荷 e 的整数倍，即粒子电荷是量子化的。

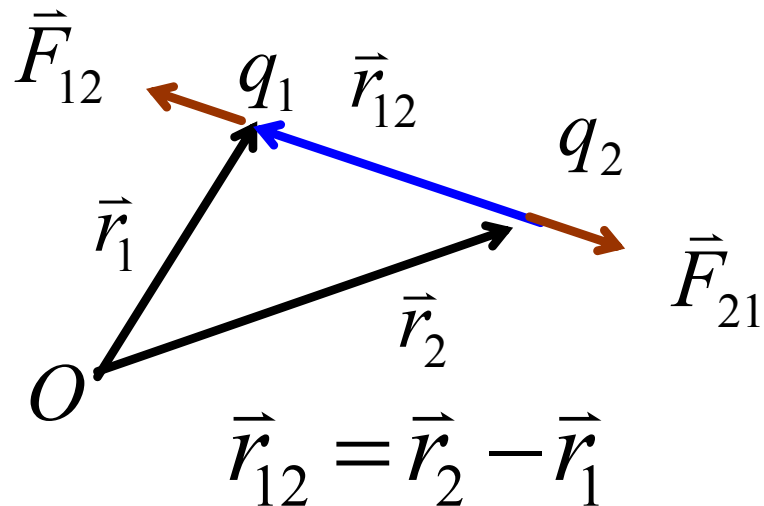
夸克电量：分数电荷！ ($2e/3$ 、 $-1e/3$)
分数量子Hall效应 \rightarrow 分数电荷！

夸克是囚禁的！ **实验上寻找不到自由夸克**
集体激发的量子化：分数电荷的元激发
-- 准粒子

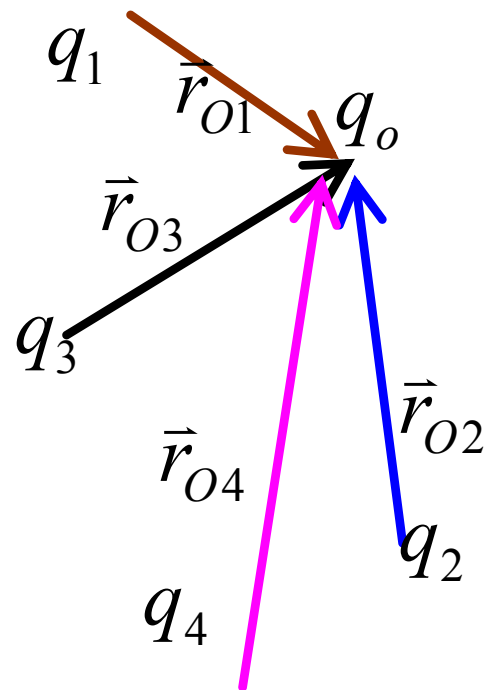
孤立、自由的最小电荷： e

§ 1.1.2 库仑定律&叠加原理

$$\vec{F}_{12} = k \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \hat{r}_{12}$$



$$\vec{F}_0 = \sum_{i=1}^n \vec{F}_{0i} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_0 q_i}{r_{0i}^2} \hat{r}_{0i}$$



库仑定律 + 叠加原理
构成了静电学的基础

§ 1.2 电场 电场强度 场强叠加原理

电场的描述:



电场强度:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$$

它与检验电荷无关，反映电场本身的性质。

点电荷的电场强度

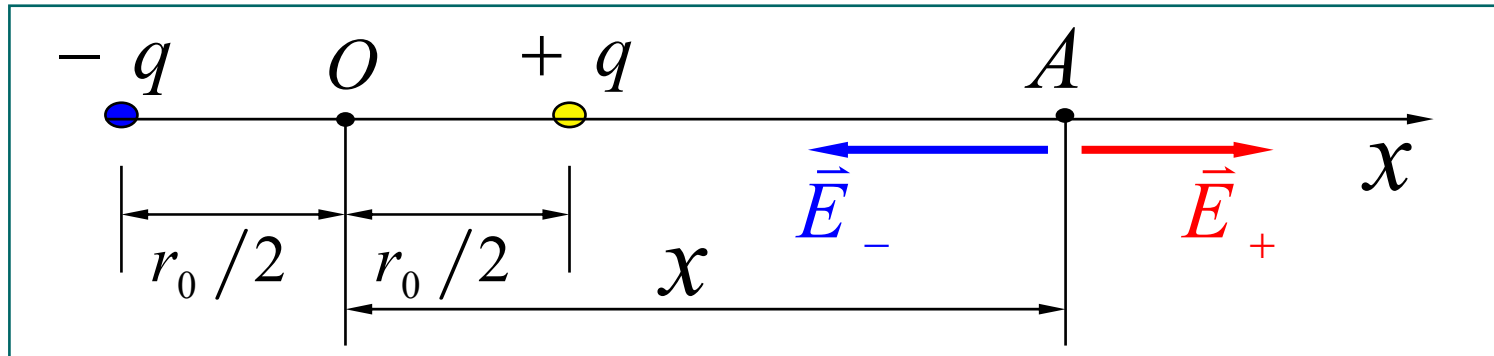
$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \vec{e}_r$$

电荷连续分布的电场强

$$\vec{E} = \int d\vec{E} = \int \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \frac{\vec{e}_r}{r^2} dq$$

电偶极子的电场强度

(1) 电偶极子轴线延长线上一点的电场强度



$$x \gg r_0 \quad \vec{E} = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \frac{2r_0 q}{x^3} \vec{i} = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \frac{2\vec{p}}{x^3}$$

(2) 电偶极子轴线的中垂线上一点的电场强度

$$y \gg r_0 \quad \vec{E} = -\frac{1}{4\pi \epsilon_0} \frac{qr_0 \vec{i}}{y^3} = -\frac{1}{4\pi \epsilon_0} \frac{\vec{p}}{y^3}$$

例 均匀带电圆环轴线上一点的场强。
设圆环带电量为 q 半径为 R

解: 由对称性可知, p 点场强只有 X 分量

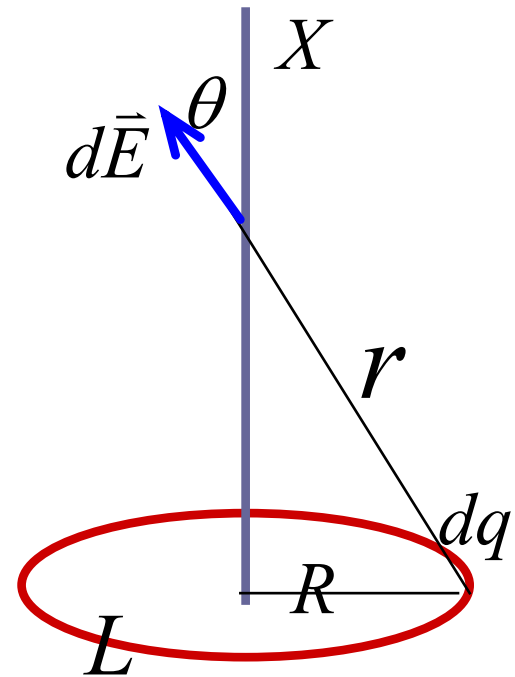
$$E = \int_q dE_x = \int dE \cdot \cos \theta = \int_L \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cos \theta = \frac{\cos \theta}{4\pi\epsilon_0 r^2} \int_L dq$$

$$E = \frac{\cos \theta \cdot q}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{qx}{4\pi\epsilon_0 (R^2 + x^2)^{3/2}}$$

讨论: 当求场点远大于环的半径时,

$$E \cong \frac{q}{4\pi\epsilon_0 x^2}$$

方向在 X 轴上, 正负由 q 的正负决定。
说明远离环心的场强相当于点电荷的场。



§ 1.3 静电场的高斯定理

Gauss's Law



K. Gauss

本节提要

电场线和电通量

高斯定理

高斯定理的应用

§ 1.3.1 电场线和电通量

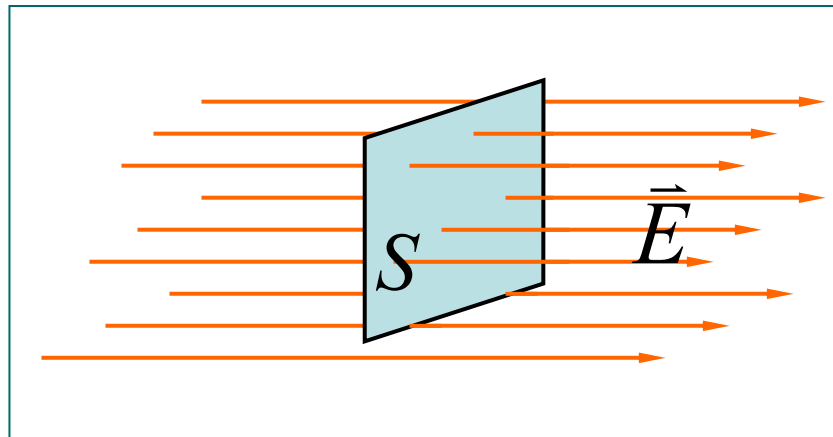
电场线(electric line of force) (电场的图示法)

为形象地描述电场**法拉第(M.Faraday)**首先引入。

规定

- 1) 曲线上每一点**切线**方向为该点电场方向,
- 2) 通过垂直于电场方向单位面积电场线数为

该点电场强度的大小. $|\vec{E}| = E = dN / dS$



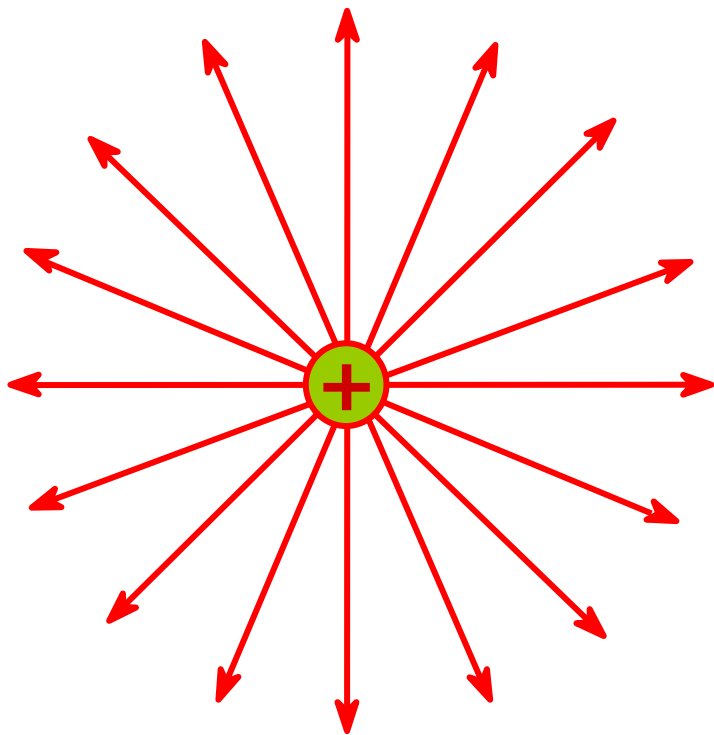
静电场 **电场线特性**

- 电场线起自于正电荷或无穷远，止于负电荷或无穷远，没有电荷处不中断；
- 两条电场线不会相交！
- 电场线不可能是闭合曲线。
- 电场线越密的地方，场强越大；
电场线越疏的地方，场强越小。

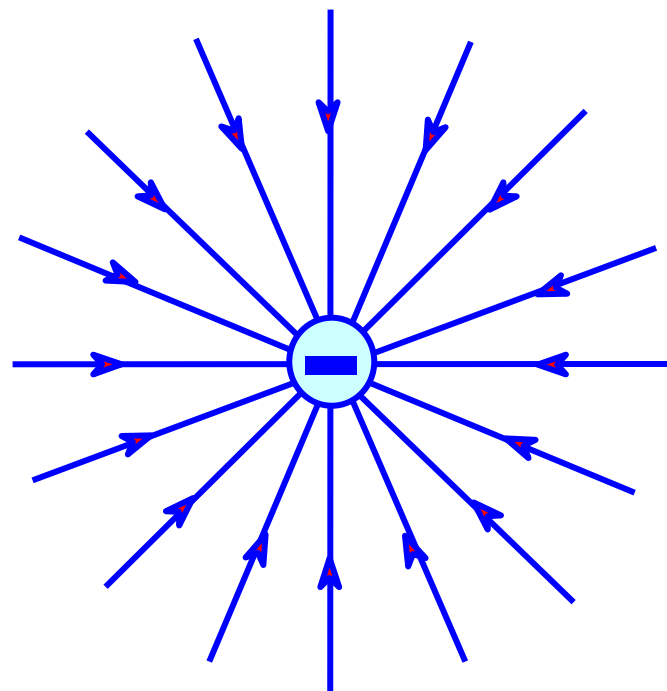
三不：不中断 不相交 不闭合

几个典型源电荷产生的电场线

正点电荷



负点电荷

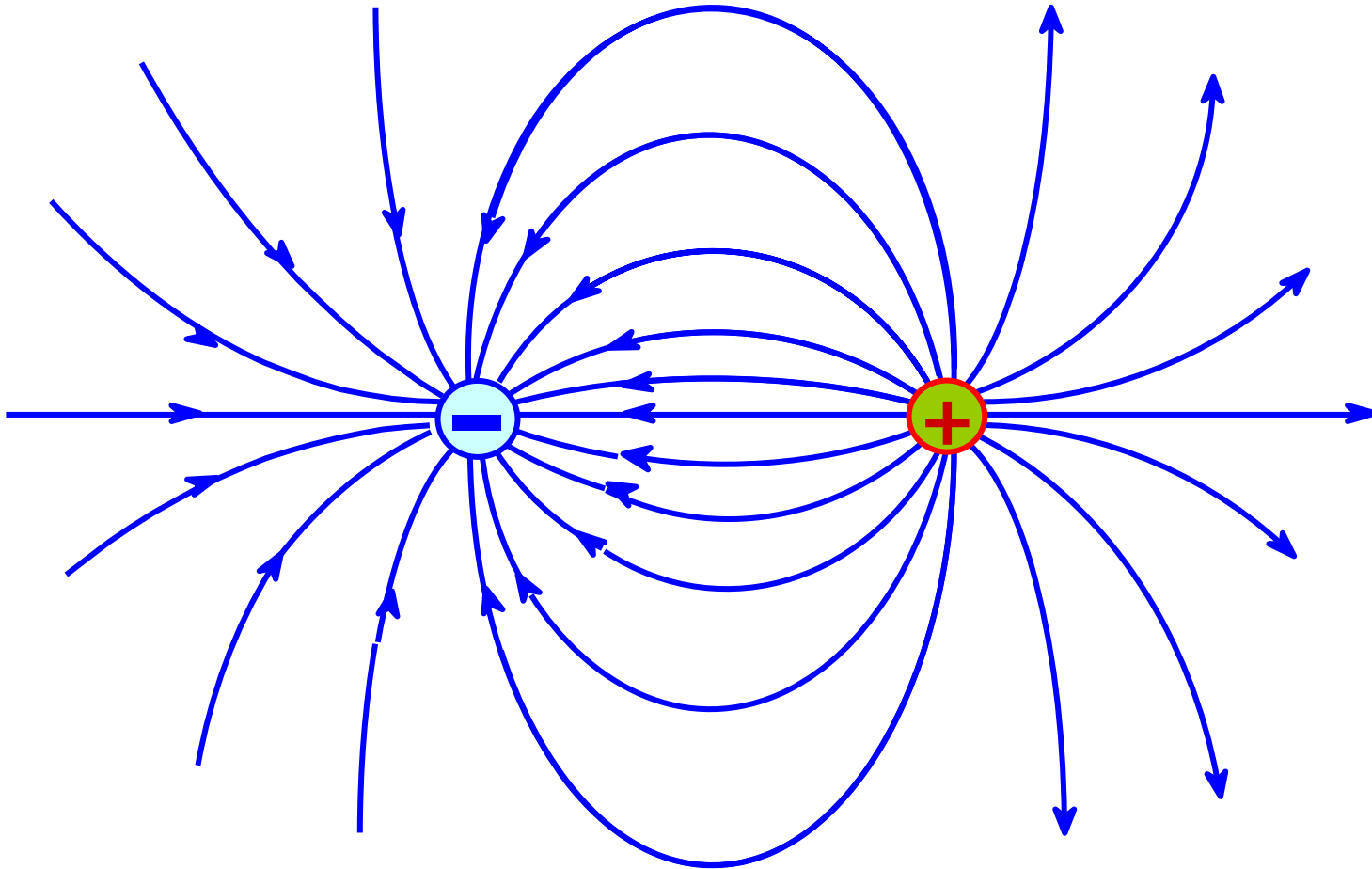


单个 点电荷

复旦大学物理教学实验中心

几个典型源电荷产生的电场线

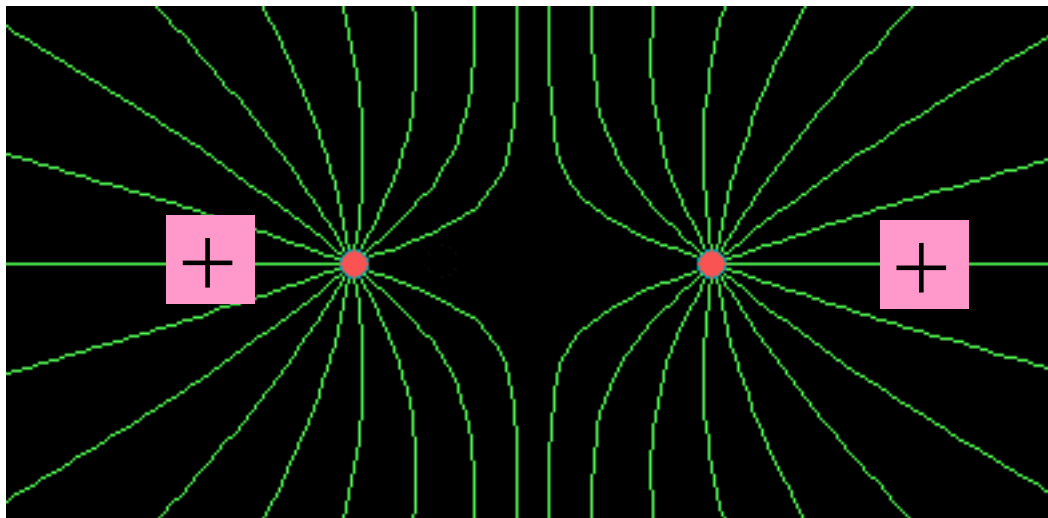
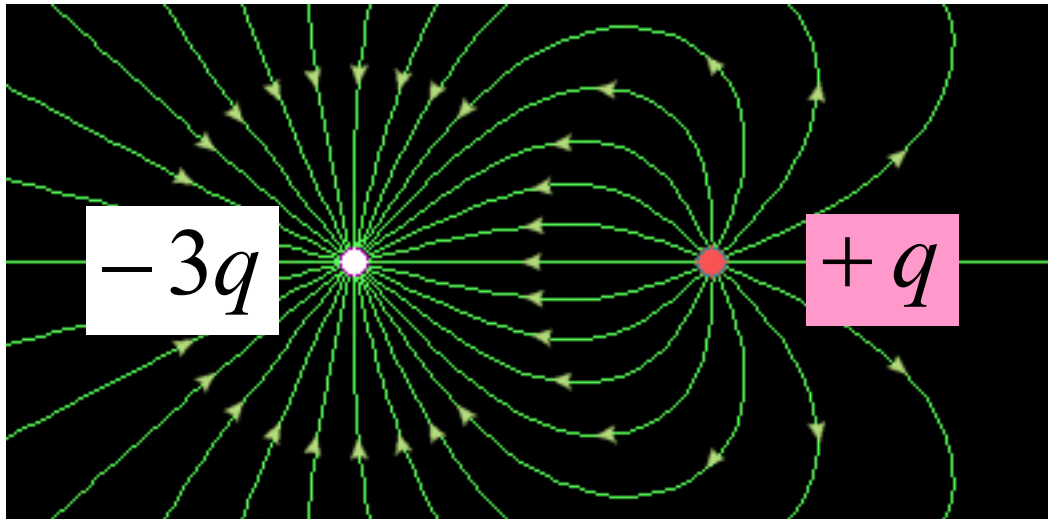
一对等量异号点电荷的电场线



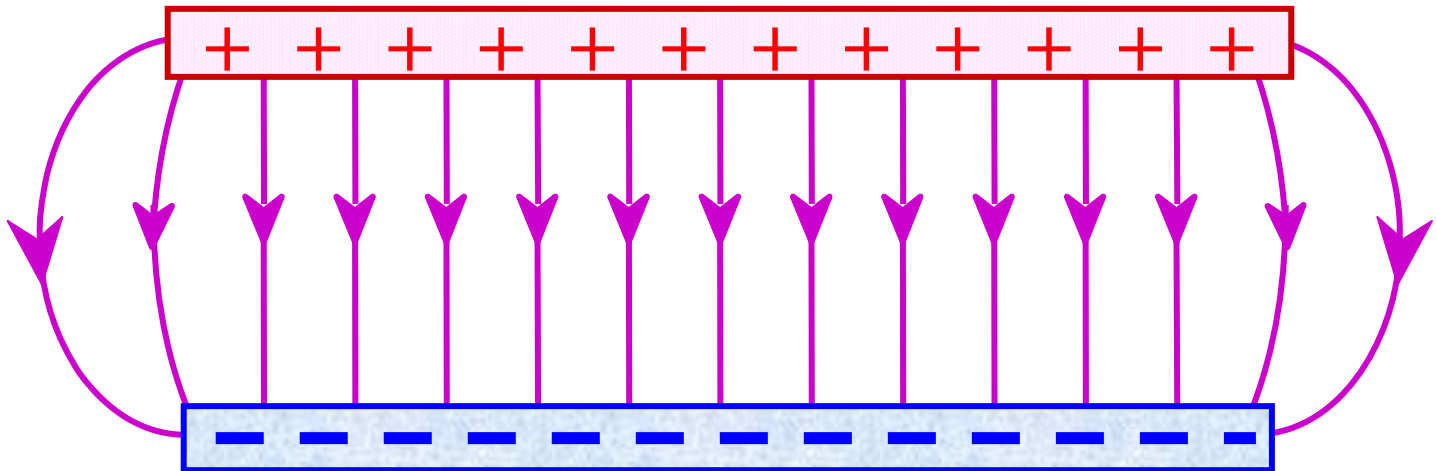
两异号 点电荷

复旦大学物理教学实验中心

几个典型源电荷产生的电场线



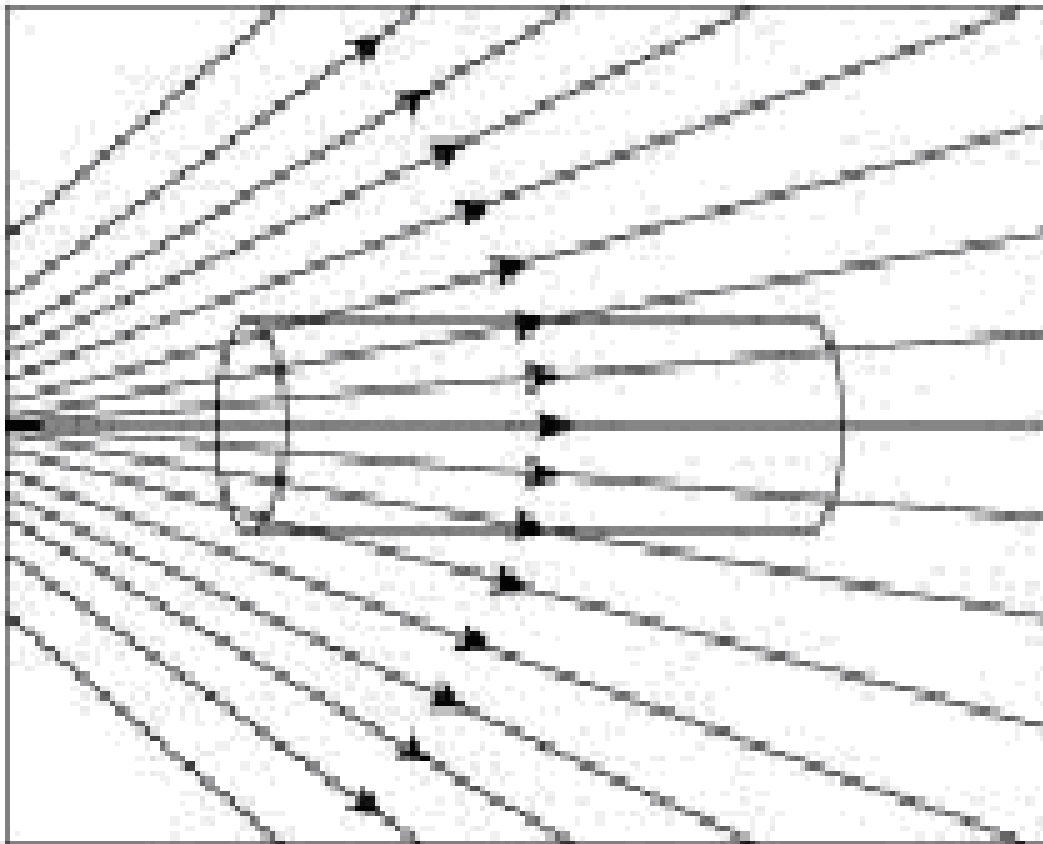
带电平行板电容器的电场线



Q.1 电场中的绝缘体

如图所示，外电场中放置一圆柱体绝缘材料。
通过圆柱体表面的净电通量为

1. 正； 2. 负； 3. 0。



jweil

答案: 3。因为进入表面的电场线都离开表面, 所以没有净电通量。
weijia, 2008/2/26

Electric Field Lines – Rules for Drawing

- The lines must begin on a positive charge and terminate on a negative charge
 - In the case of an excess of one type of charge, some lines will begin or end infinitely far away
- The number of lines drawn leaving a positive charge or approaching a negative charge is proportional to the magnitude of the charge
- No two field lines can cross

通量与环流

矢量场是空间坐标的矢量函数，在空间一定范围内连续分布。

源与旋（如：不可压缩流体的流速场/流速线）

“源”——喷发流体的“源头”（或聚敛流体的“漏”） $\rightarrow\rightarrow$ 通量

通过面元 ds 的流量（通量）：单位时间经面元 ds 通过的流体体积 $\mathbf{v} \cdot d\mathbf{s}$

“旋”——涡旋 $\rightarrow\rightarrow$ 环流
流速 \mathbf{v} 沿任意闭合回路 L 的积分

$$\oint_L \mathbf{v} \cdot d\vec{l}$$

通量与环流

$$\oiint_{(S)} \vec{v} \cdot d\vec{s} = 0$$

流速场无源

$$\oiint_{(S)} \vec{v} \cdot d\vec{s} \neq 0$$

流速场有源

高斯定理

$$\oint_{(L)} \vec{v} \cdot d\vec{l} \neq 0$$

流速场有旋

$$\oint_{(L)} \vec{v} \cdot d\vec{l} = 0$$

流速场无旋

环路定理

推广到包括电磁场在内的各种矢量场的性质！！

电场强度通量（电通量）

通过电场中某一个面的电场线数叫做通过这个面的电场强度通量.

The electric flux is proportional to the number of electric field lines penetrating some surface

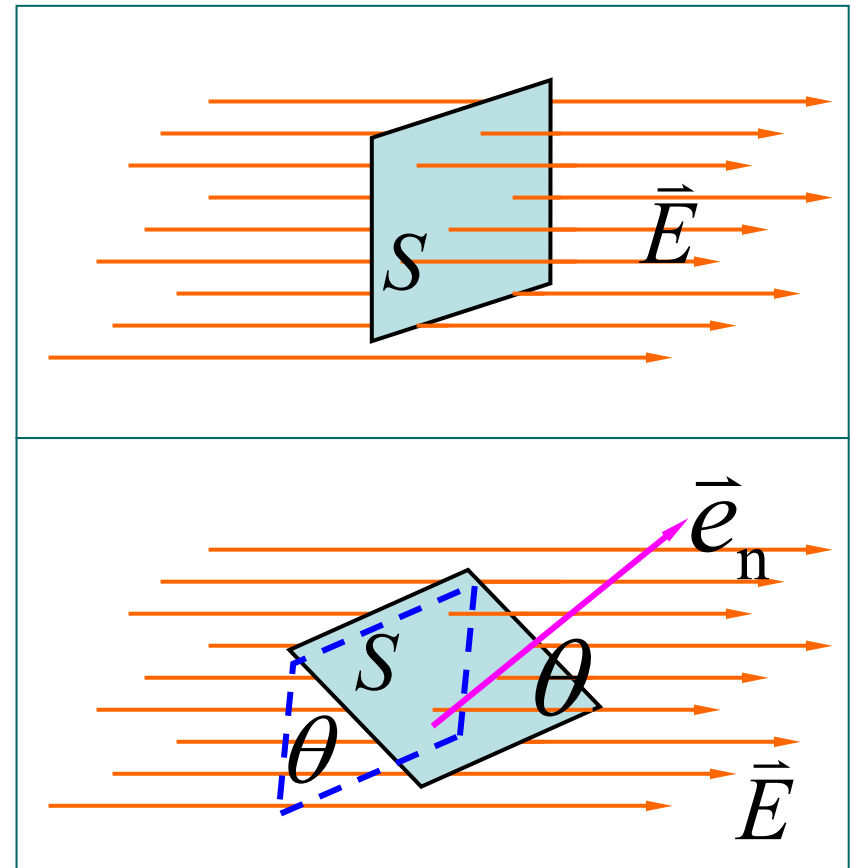
◆ 均匀电场， \vec{E} 垂直平面

$$\Phi_e = ES$$

◆ 均匀电场， \vec{E} 与平面夹角 θ

$$\Phi_e = ES \cos \theta$$

$$\Phi_e = \vec{E} \cdot \vec{S}$$



◆ 非均匀电场强度电通量

$$d\vec{S} = dS \cdot \vec{e}_n$$

$$d\Phi_e = \vec{E} \cdot d\vec{S}$$

$$\Phi_e = \int d\Phi_e = \int_S E \cos \theta dS$$

$$\Phi_e = \int_S \vec{E} \cdot d\vec{S}$$

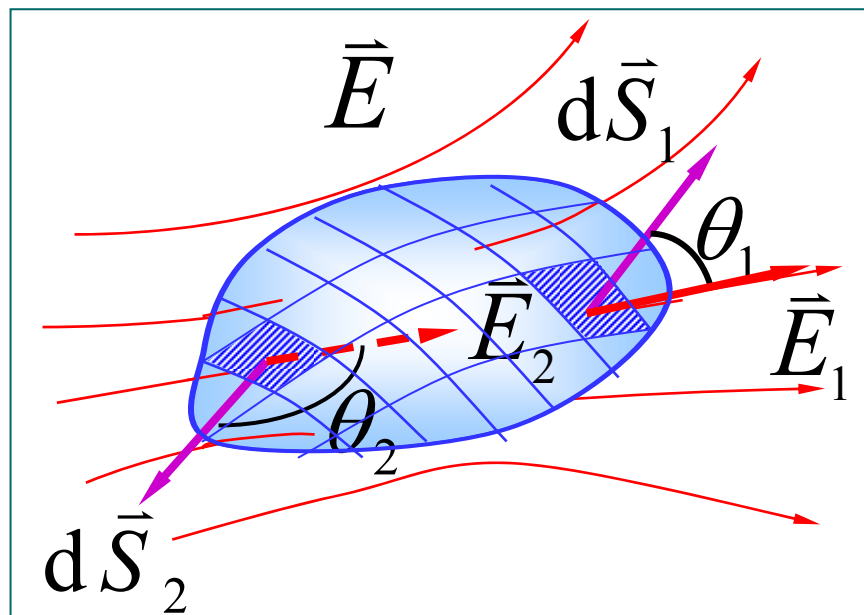
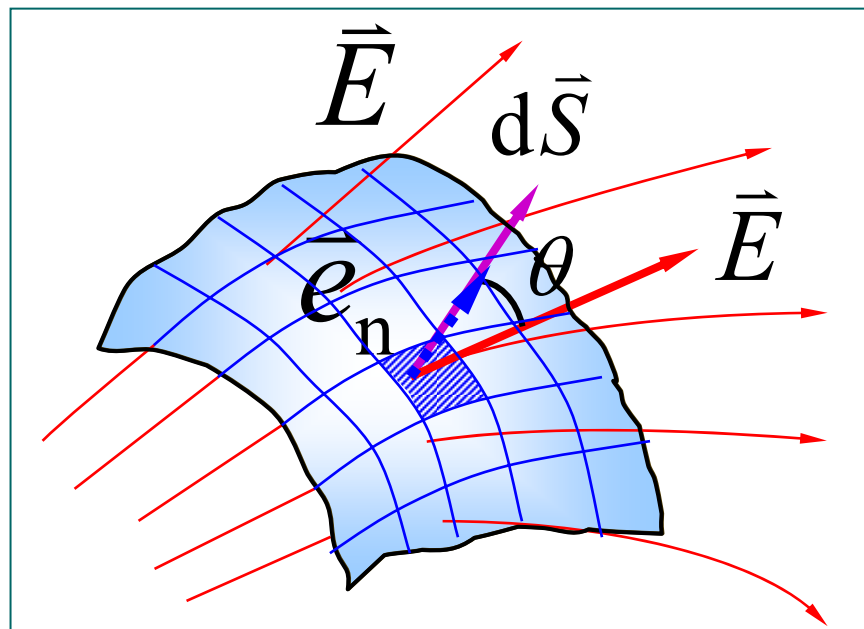
◆ S 为封闭曲面

有电场线穿出封闭曲面处

$$\theta_1 < \frac{\pi}{2}, \quad d\Phi_{e1} > 0$$

有电场线穿入封闭曲面处

$$\theta_2 > \frac{\pi}{2}, \quad d\Phi_{e2} < 0$$



◆ 闭合曲面的电场强度通量

$$d\Phi_e = \vec{E} \cdot d\vec{S}$$

$$\Phi_e = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \oint_S E \cos \theta dS$$

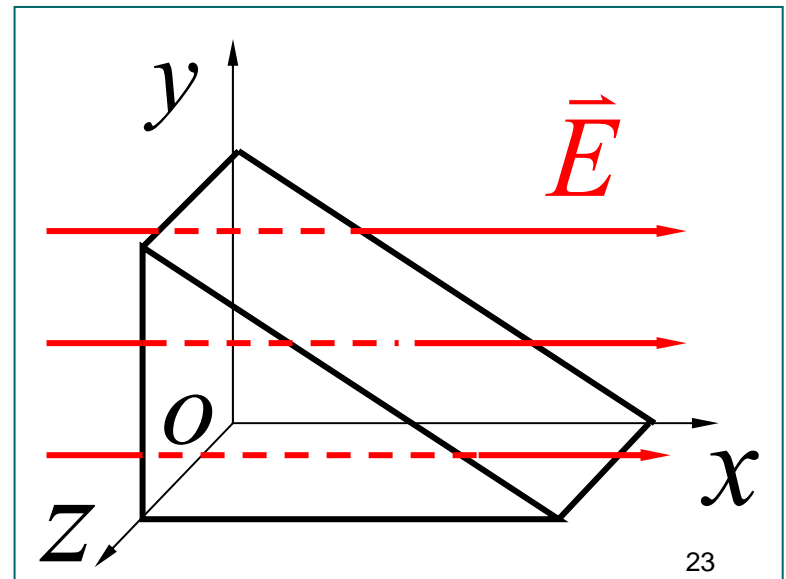
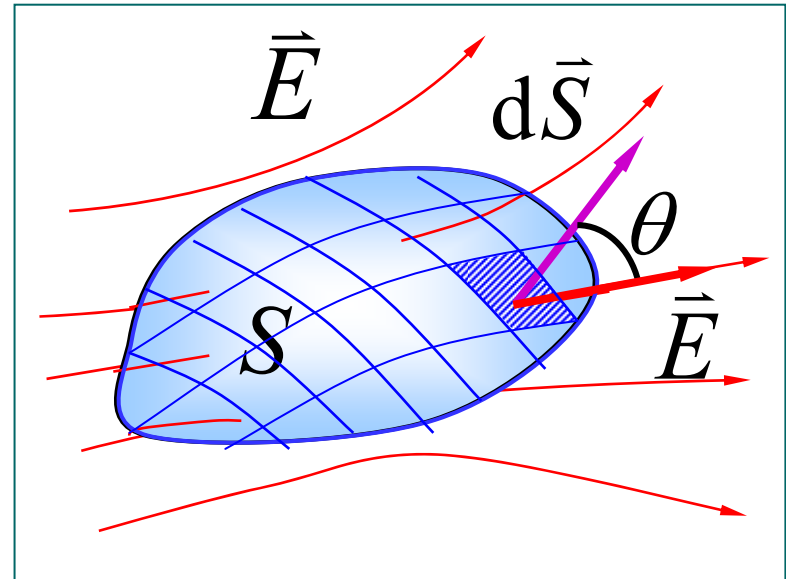
例1 如图所示，有一

个三棱柱体放置在电场强度

$\vec{E} = 200\vec{i} \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}$ 的匀强电

场中。求通过此三棱柱体的

电场强度通量。



解 $\Phi_e = \Phi_{e前} + \Phi_{e后}$

$$+ \Phi_{e左} + \Phi_{e右} + \Phi_{e下}$$

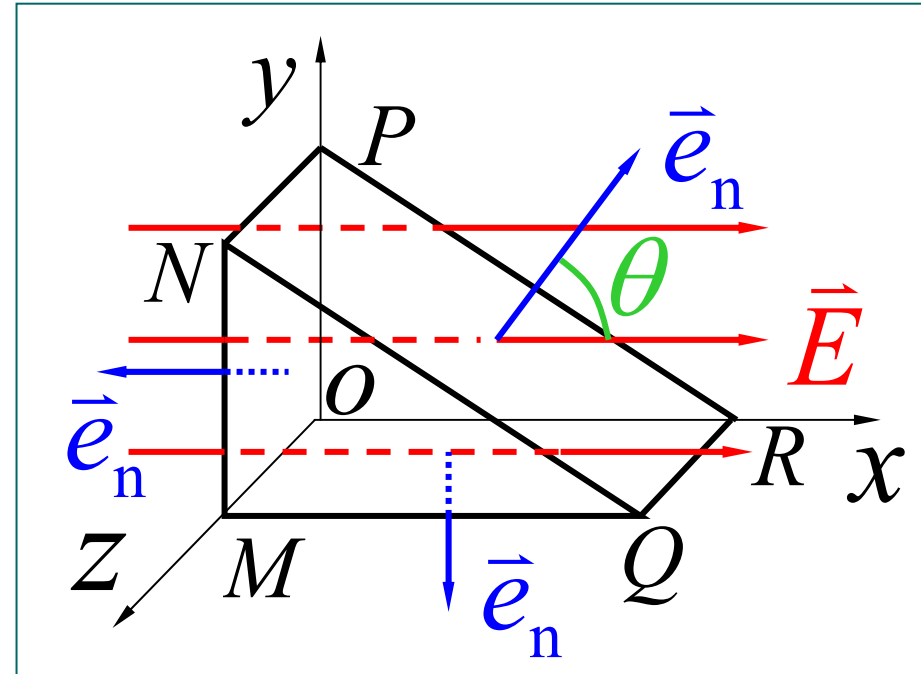
$$\Phi_{e前} = \Phi_{e后} = \Phi_{e下}$$

$$= \int_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = 0$$

$$\Phi_{e左} = \int_{S_{左}} \vec{E} \cdot d\vec{S} = ES_{左} \cos\pi = -ES_{左}$$

$$\Phi_{e右} = \int_{S_{右}} \vec{E} \cdot d\vec{S} = ES_{右} \cos\theta = ES_{左}$$

$$\Phi_e = \Phi_{e前} + \Phi_{e后} + \Phi_{e左} + \Phi_{e右} + \Phi_{e下} = 0$$



§ 1.3.2 高斯定理 (Gauss's Law)

- Gauss's law is an expression of the general relationship between the net electric flux through a closed surface and the charge enclosed by the surface
 - The closed surface is often called a *gaussian surface*
- Gauss's law is of fundamental importance in the study of electric fields

高斯定理 (Gauss's Law)的表述

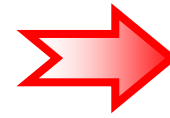
在真空中, 通过任一**闭合**曲面的电场强度通量, 等于该曲面所包围的所有电荷的代数和除以 ϵ_0 .

(与**面外**电荷无关, 闭合曲面称为高斯面)

$$\Phi_e = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{i=1}^n q_i$$

- 请思考:
- 1) 高斯面上的 \vec{E} 与哪些电荷有关 ?
 - 2) 哪些电荷对闭合曲面 S 的 Φ_e 有贡献 ?

高斯定理的导出 { 库仑定律
电场强度叠加原理



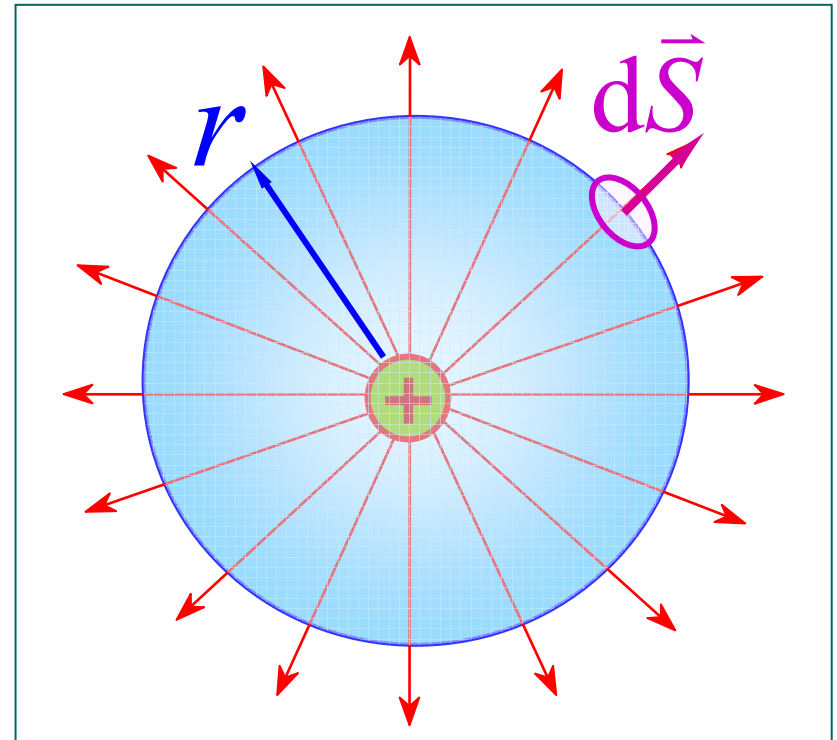
高斯定理

◆ 点电荷位于球面中心

$$E = \frac{q}{4\pi \epsilon_0 r^2}$$

$$\Phi_e = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \oint_S \frac{q}{4\pi \epsilon_0 r^2} dS$$

$$\Phi_e = \frac{q}{\epsilon_0}$$



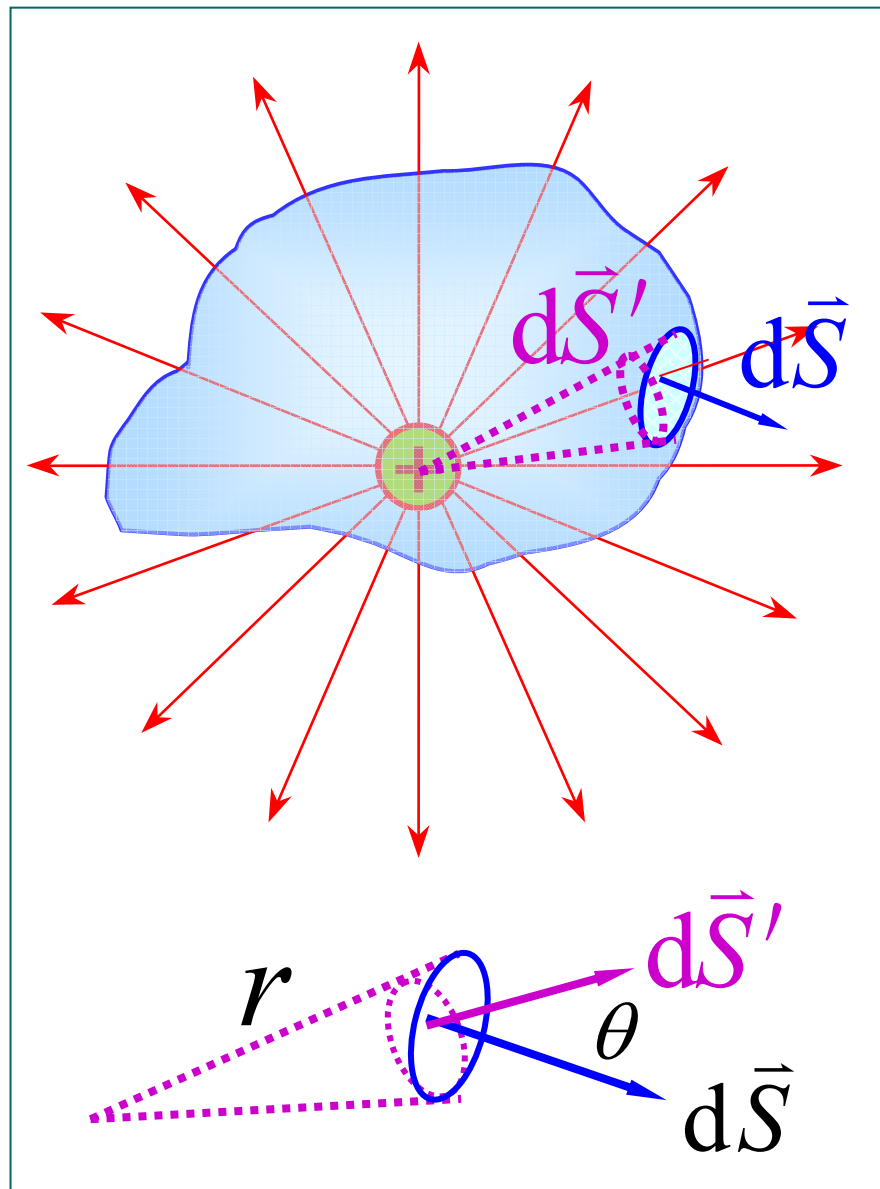
◆ 点电荷在任意封闭曲面内

$$\begin{aligned}d\Phi_e &= \frac{q}{4\pi \varepsilon_0 r^2} dS \cos \theta \\ &= \frac{q}{4\pi \varepsilon_0} \frac{dS'}{r^2}\end{aligned}$$

其中立体角

$$\frac{dS'}{r^2} = d\Omega$$

$$\Phi_e = \frac{q}{4\pi \varepsilon_0} \oint d\Omega = \frac{q}{\varepsilon_0}$$



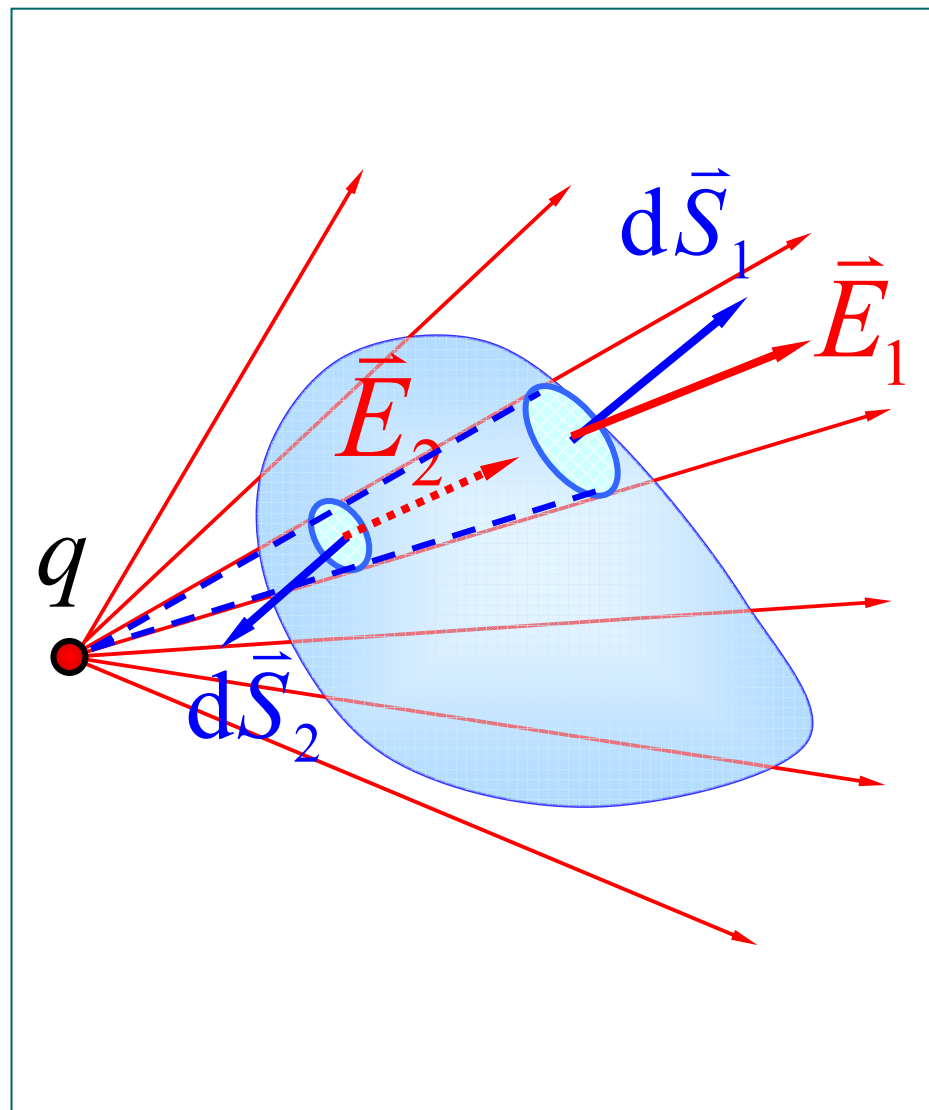
◆ 点电荷在封闭曲面之外

$$d\Phi_1 = \vec{E}_1 \cdot d\vec{S}_1 > 0$$

$$d\Phi_2 = \vec{E}_2 \cdot d\vec{S}_2 < 0$$

$$d\Phi_1 + d\Phi_2 = 0$$

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = 0$$



◆ 由多个点电荷产生的电场

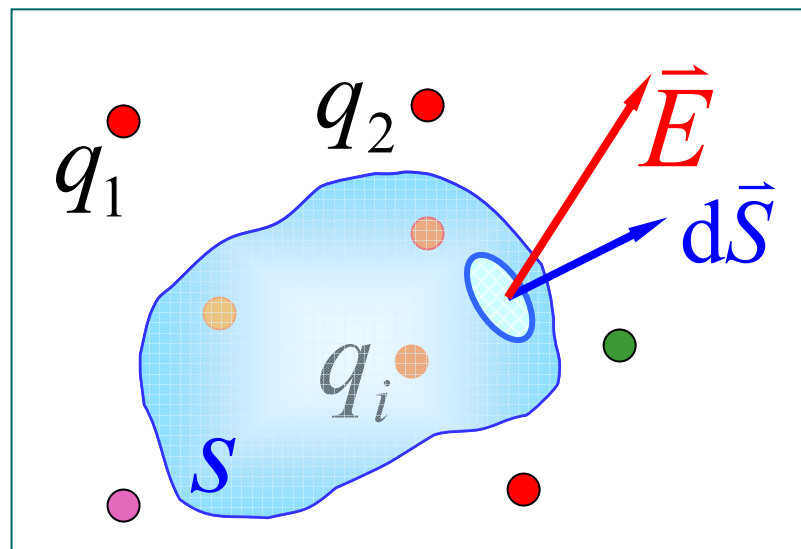
$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots$$

$$\Phi_e = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \oint_S \sum_i \vec{E}_i \cdot d\vec{S}$$

$$= \sum_{i(\text{内})} \oint_S \vec{E}_i \cdot d\vec{S} + \sum_{i(\text{外})} \oint_S \vec{E}_i \cdot d\vec{S}$$

$$\because \sum_{i(\text{外})} \oint_S \vec{E}_i \cdot d\vec{S} = 0$$

$$\therefore \Phi_e = \sum_{i(\text{内})} \oint_S \vec{E}_i \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{i(\text{内})} q_i$$



高斯定理的物理意义

高斯定理是电磁场的基本定理之一，普遍成立。

- 1) 高斯面上的电场强度为**所有**内外电荷的总电场强度.
- 2) 高斯面为封闭曲面.
- 3) 穿进高斯面的电场强度通量为负，穿出为正.
- 4) 仅高斯面**内**的电荷对高斯面的电场强度**通量**有贡献.
- 5) 静电场是**有源场**.

★ Cavendish用高斯定律来证明库仑定律的平方反比关系。这说明它们不是相互独立的定律，而是用不同形式表示的电场与场源电荷关系的同一客观规律。

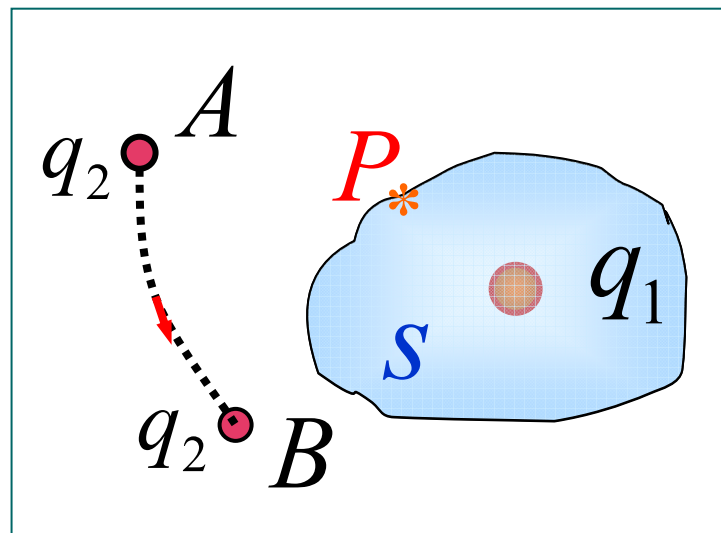
对于静止电荷的电场，库仑定律和高斯定理等价；运动电荷的电场，库仑定律不再正确，而高斯定律仍然有效。

讨论

◆ 将 q_2 从 A 移到 B

点 P 电场强度是否变化?

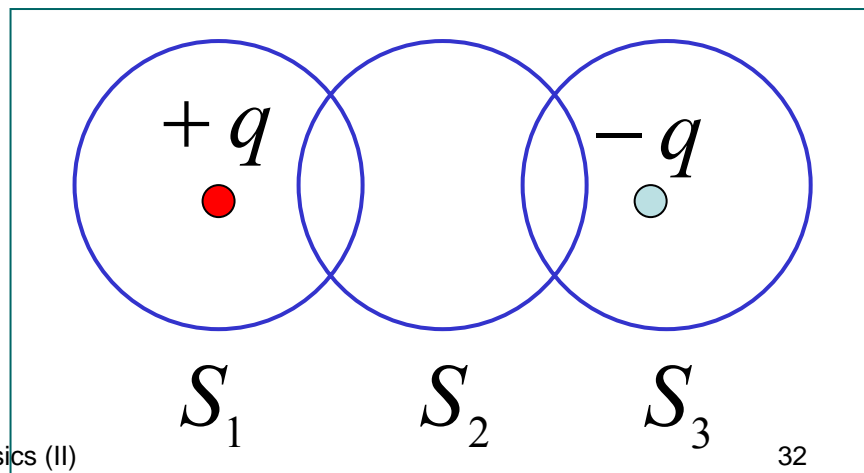
穿过高斯面 S 的 Φ_e 有否变化?



◆ 在点电荷 $+q$ 和 $-q$ 的静电场中，做如下的三个闭合面 S_1, S_2, S_3 ，求通过各闭合面的电通量。

$$\Phi_{e1} = \oint_{S_1} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$\Phi_{e2} = 0 \quad \Phi_{e3} = \frac{-q}{\epsilon_0}$$



§ 1.3.3 高斯定理的应用

对电荷分布高对称情况，借助高斯定理，使求电场分布更简单。

具体步骤：

1. 从源电荷的对称性分析场的对称性；
2. 作适当的高斯面；
3. 求出高斯面所包围电荷的电量；
4. 按高斯定理计算场强的大小。

Conditions for a Gaussian Surface

- To use Gauss's law, you want to choose a gaussian surface over which the surface integral can be simplified and the electric field determined
- Take advantage of symmetry
- **Remember, the gaussian surface is a surface you choose, it does not have to coincide with a real surface**

Try to choose a surface that satisfies one or more of these conditions:

- The value of the electric field can be argued from symmetry to be constant over the surface
- The dot product of $\mathbf{E} \cdot d\mathbf{S}$ can be expressed as a simple algebraic product $E dS$ because \mathbf{E} and $d\mathbf{S}$ are parallel
- The dot product is 0 because \mathbf{E} and $d\mathbf{S}$ are perpendicular
- The field can be argued to be zero over the surface

例1 均匀带电球壳的电场强度

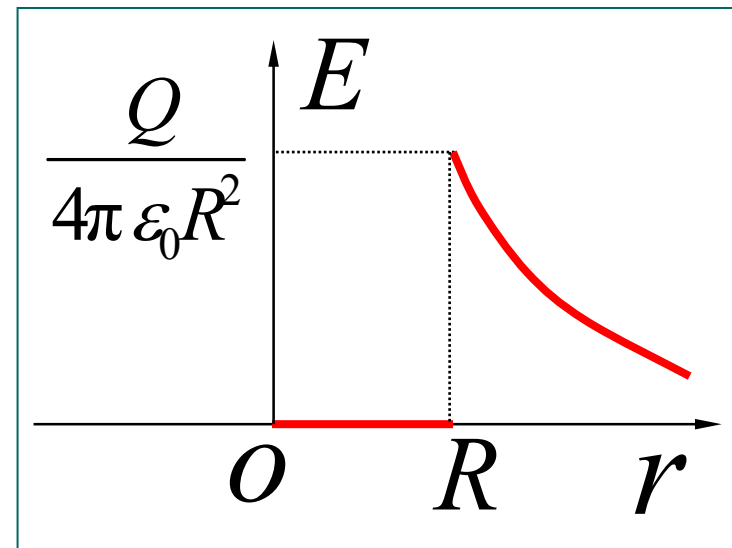
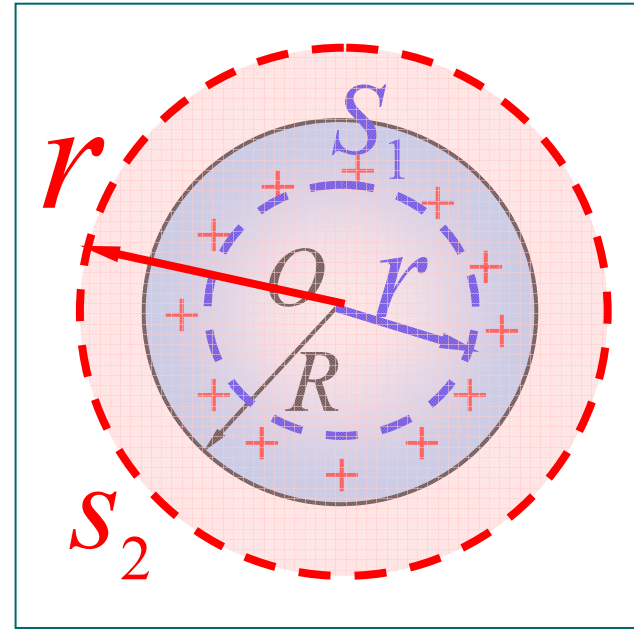
一半径为 R ，均匀带电 Q 的薄球壳。求球壳内外任意点的电场强度。

解 (1) $0 < r < R$

$$\oint_{S_1} \vec{E} \cdot d\vec{S} = 0 \quad \boxed{\vec{E} = 0}$$

(2) $r > R$

$$\oint_{S_2} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$
$$4\pi r^2 E = \frac{Q}{\epsilon_0}$$
$$\boxed{E = \frac{Q}{4\pi \epsilon_0 r^2}}$$

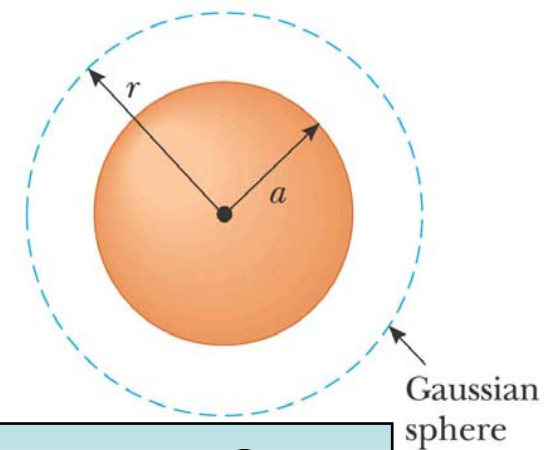


例2 均匀带电球体的电场强度

1) Select a sphere as the gaussian surface for $r > a$

$$\oint_{S_1} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q}{\epsilon_0} \quad 4\pi r^2 E = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{Q}{4\pi \epsilon_0 r^2}$$

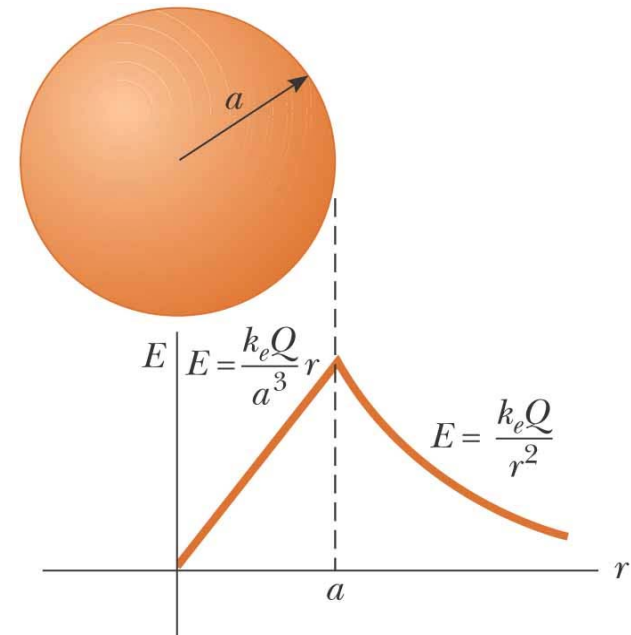


2) Select a sphere as the gaussian surface, $r < a$

- $q_{\text{in}} < Q$
- $q_{\text{in}} = Q (r/a)^3$

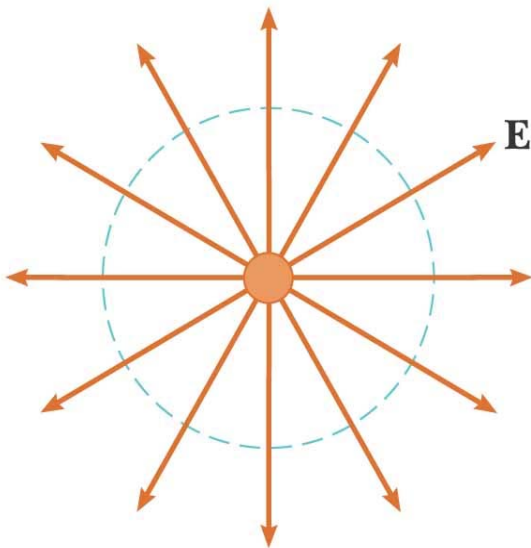
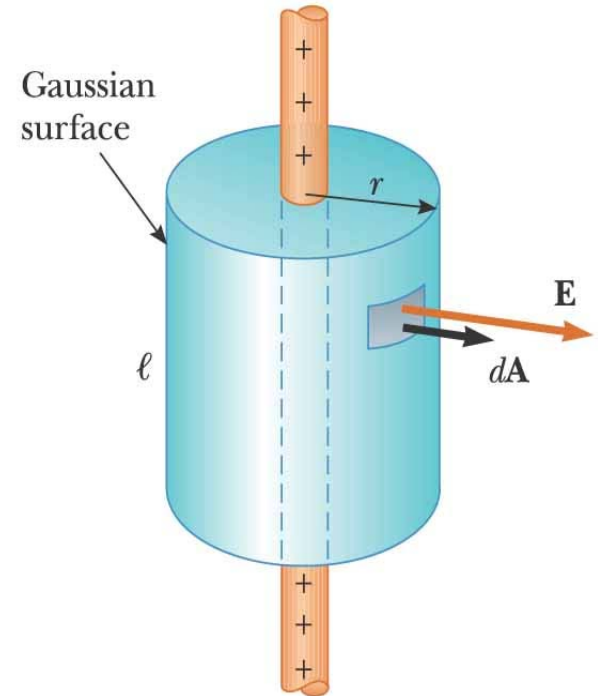
$$\oint_{S_2} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{q_{\text{in}}}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{Q}{4\pi \epsilon_0 a^3} r$$



例3 Field at a Distance from a Line of Charge

- Select a cylindrical charge distribution
 - The cylinder has a radius of r and a length of ℓ
- \mathbf{E} is constant in magnitude and perpendicular to the surface at every point on the curved part of the surface



(b)

- The end view confirms the field is perpendicular to the curved surface
- The field through the ends of the cylinder is 0 since the field is parallel to these surfaces

例3 无限长均匀带电直线的电场强度

无限长均匀带电直线，单位长度上的电荷，即电荷线密度为 λ ，求距直线为 r 处的电场强度。

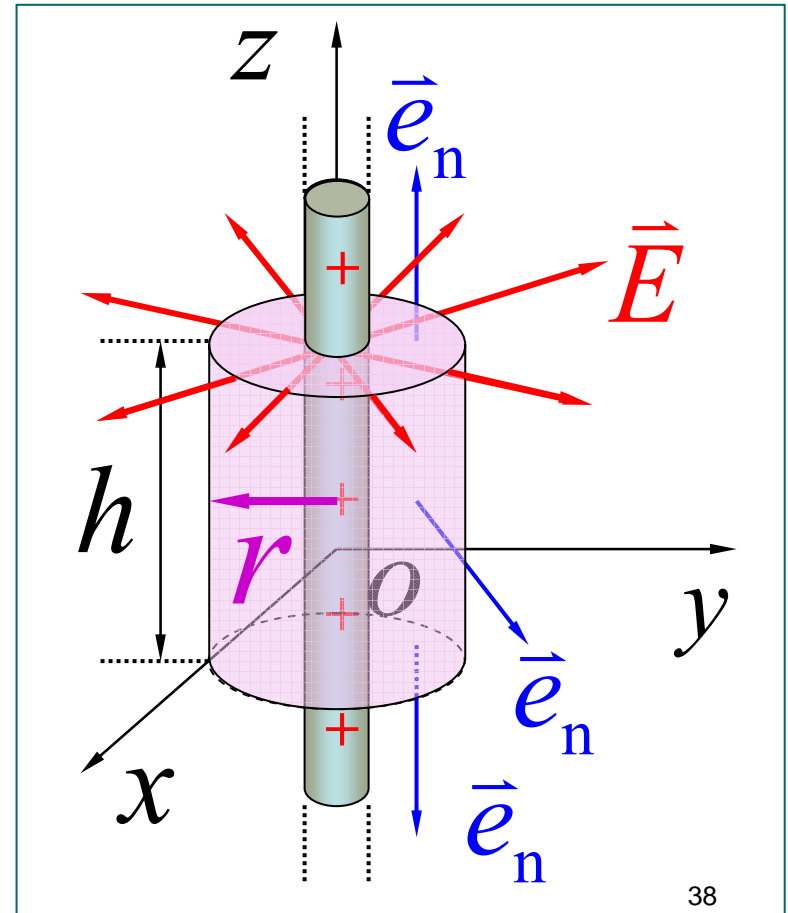
解 对称性分析：轴对称

选取闭合的柱形高斯面

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} =$$

$$\int_{s(\text{柱面})} \vec{E} \cdot d\vec{S} + \int_{s(\text{上底})} \vec{E} \cdot d\vec{S} + \int_{s(\text{下底})} \vec{E} \cdot d\vec{S}$$

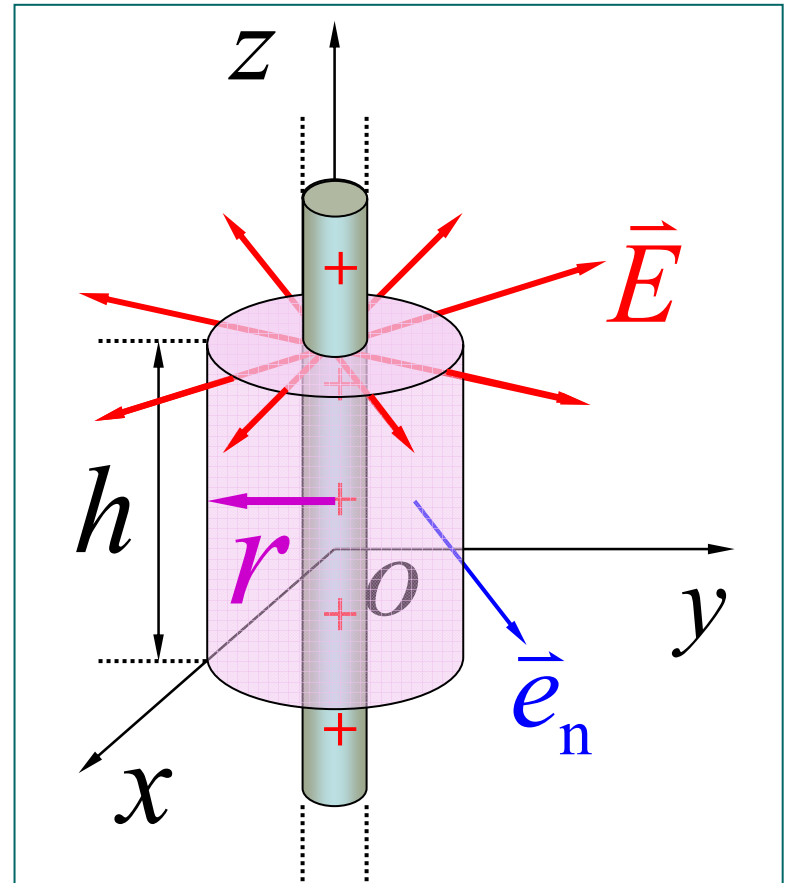
$$= \int_{s(\text{柱面})} \vec{E} \cdot d\vec{S}$$



$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \int_{s(\text{柱面})} E dS = \frac{\lambda h}{\epsilon_0}$$

$$2\pi r h E = \frac{\lambda h}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{\lambda}{2\pi \epsilon_0 r}$$



例4 无限大均匀带电平面的电场强度

无限大均匀带电平面，单位面积上的电荷，即电荷面密度为 σ ，求距平面为 r 处的电场强度。

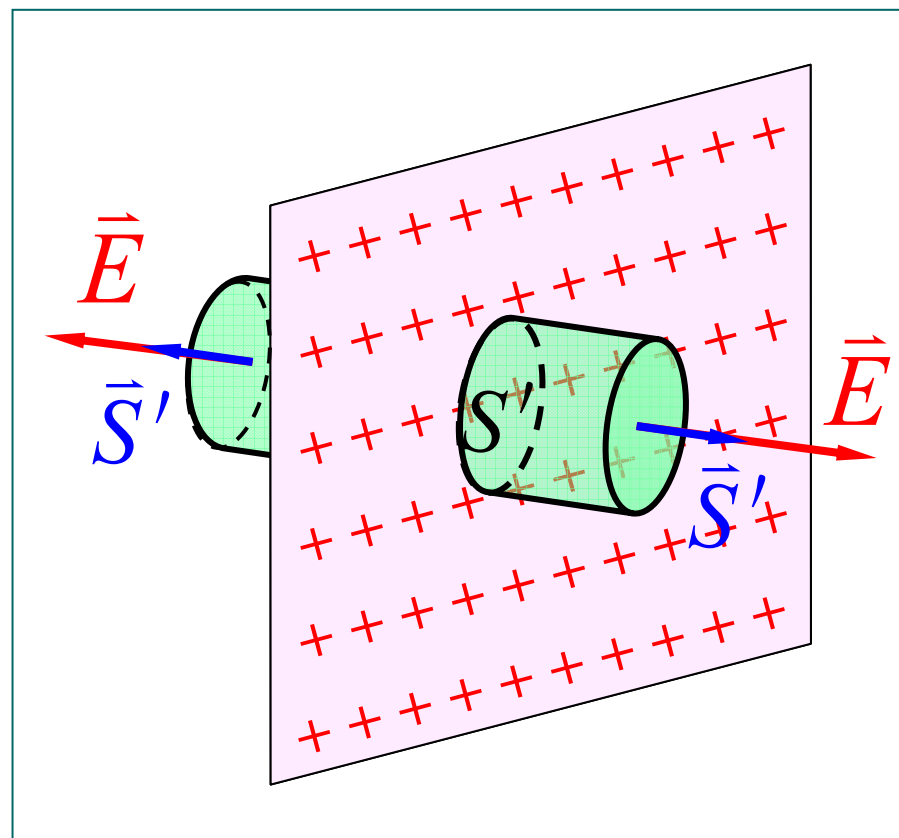
解 对称性分析： \vec{E} 垂直平面
选取闭合的柱形高斯面

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{\sigma S'}{\epsilon_0}$$

底面积

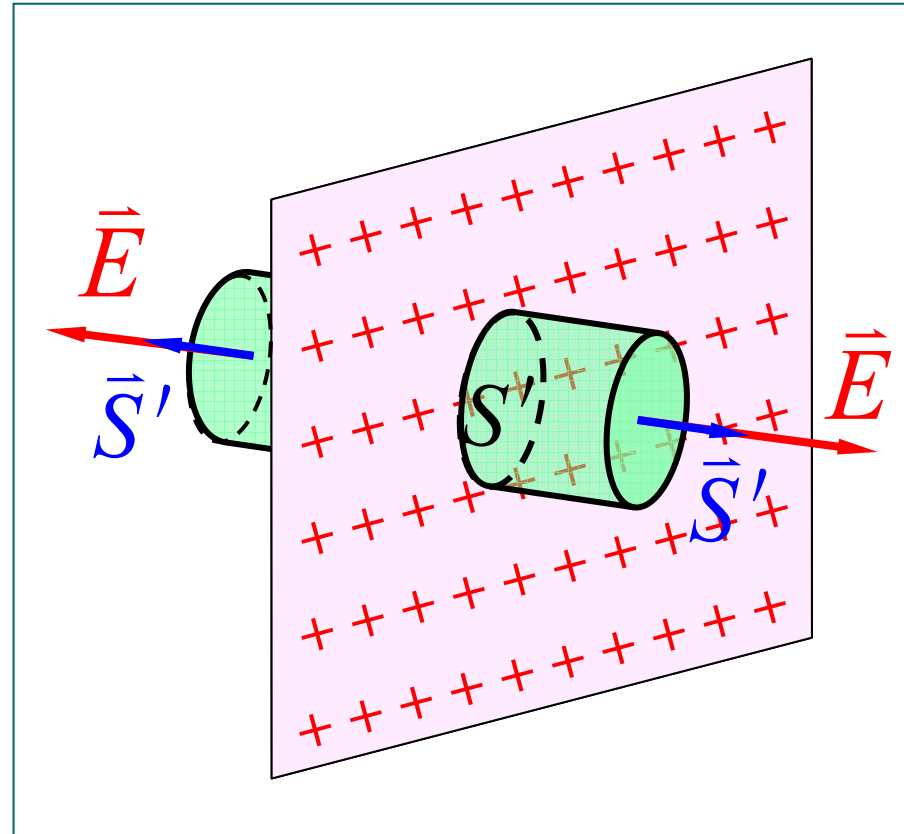
$$2S'E = \frac{\sigma S'}{\epsilon_0}$$

$$E = \sigma / 2\epsilon_0$$

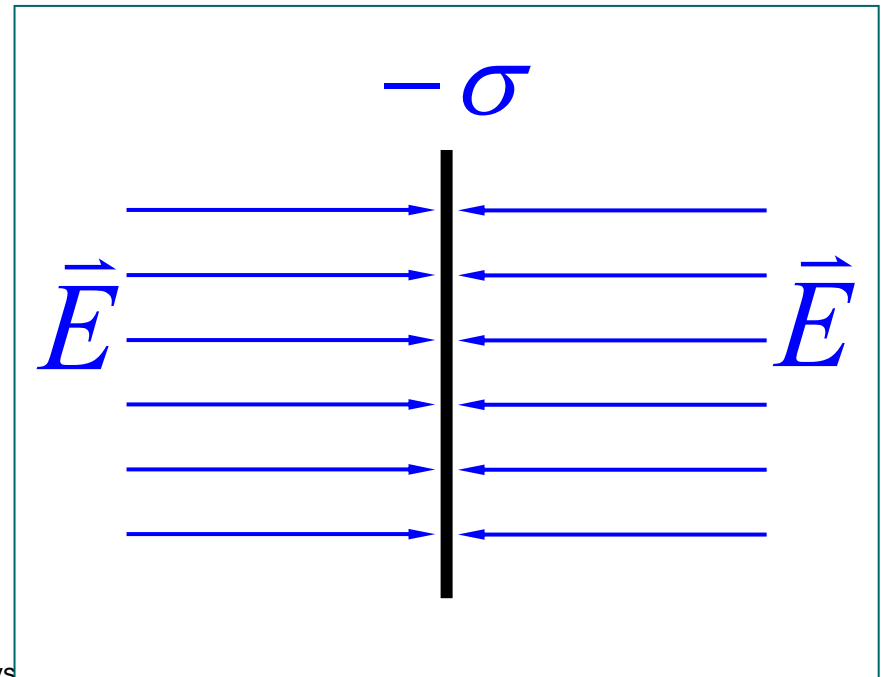
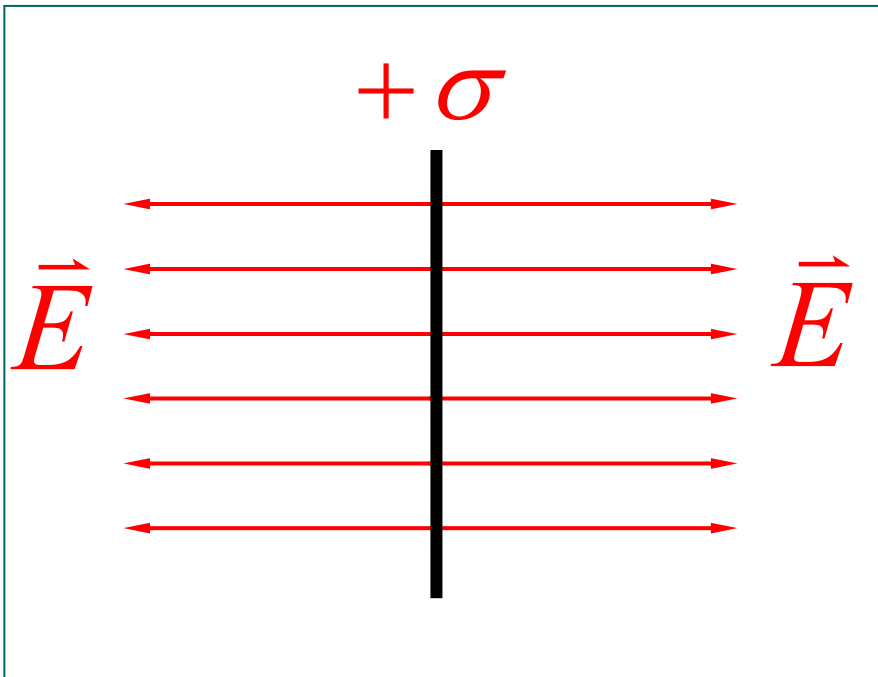
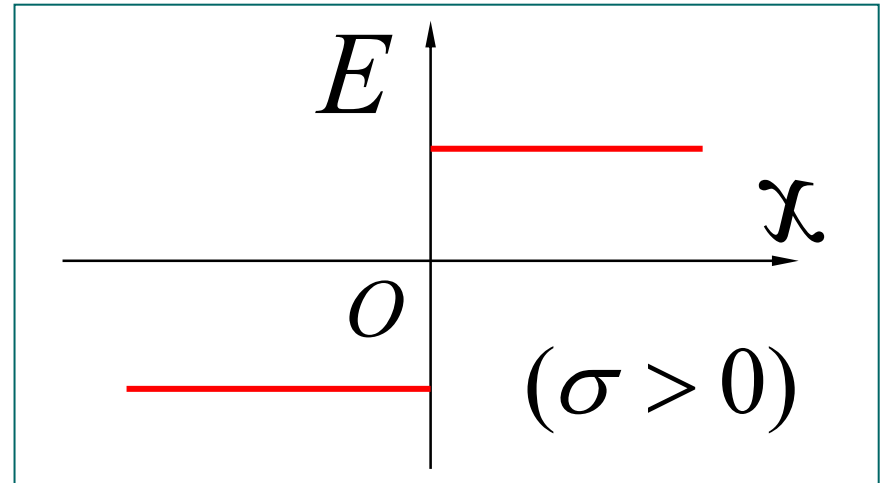


Field Due to a Plane of Charge

- \vec{E} must be perpendicular to the plane and must have the same magnitude at all points equidistant from the plane
- Choose a small cylinder whose axis is perpendicular to the plane for the gaussian surface
- \vec{E} is parallel to the curved surface and there is no contribution to the surface area from this curved part of the cylinder
- The flux through each end of the cylinder is ES and so the total flux is $2ES$

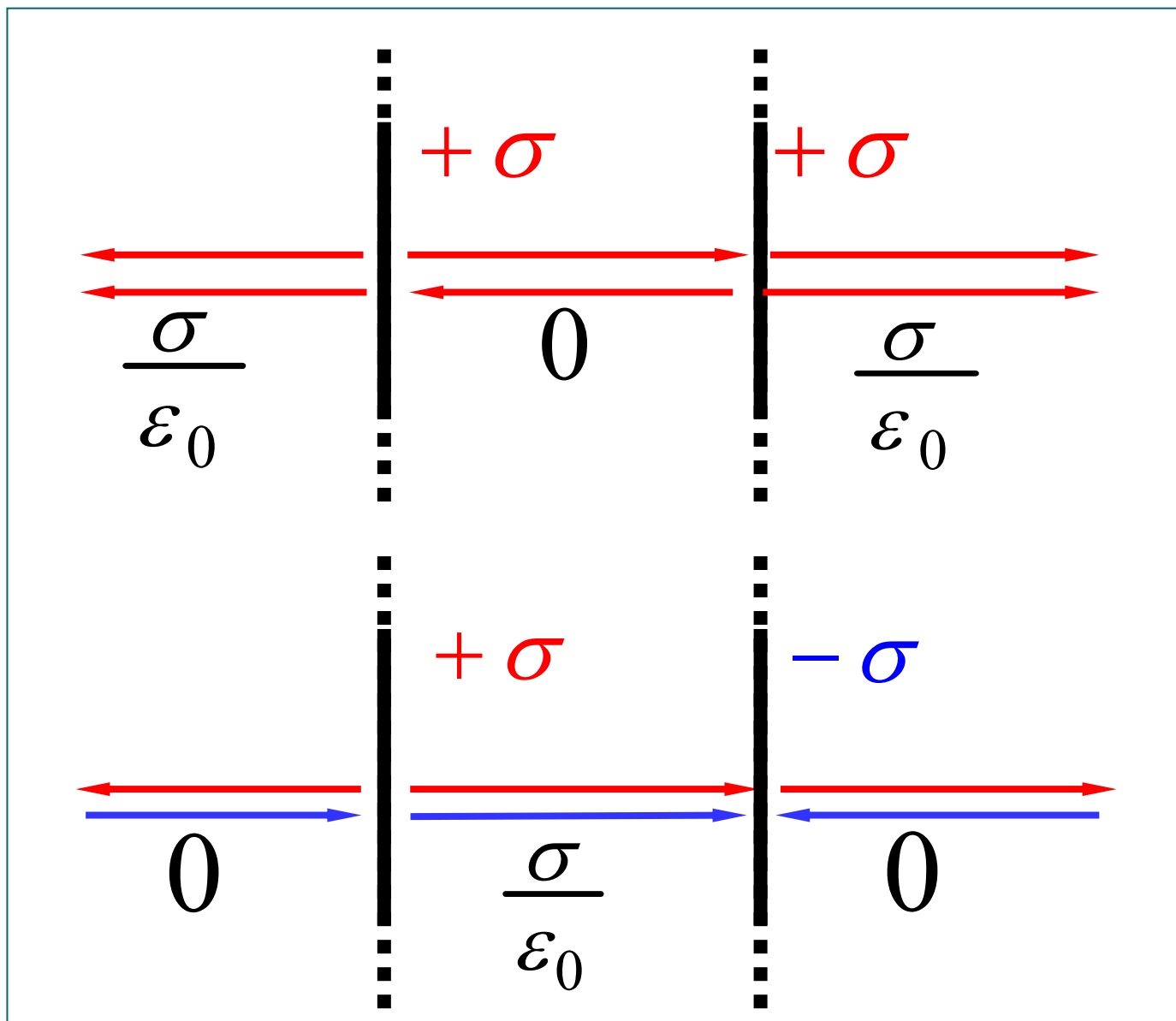


$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$



推广

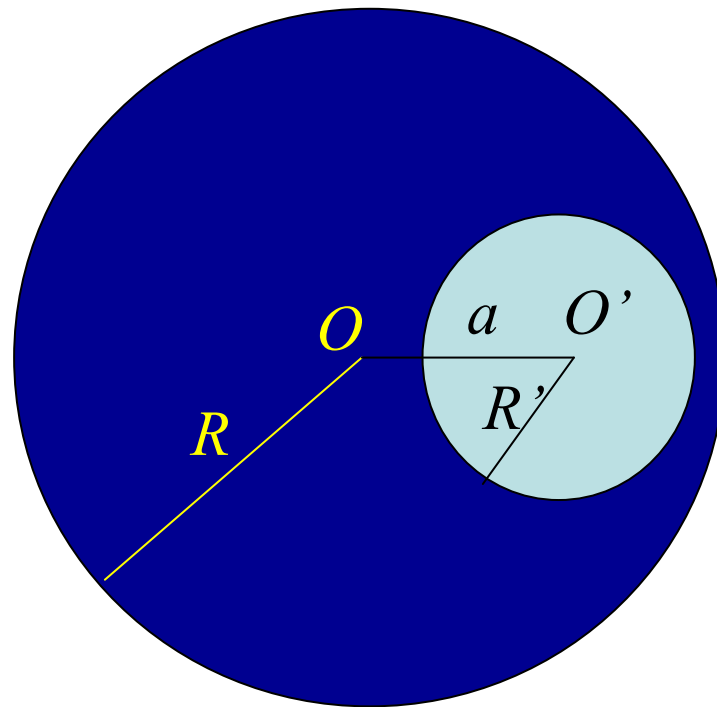
无限大带电平面的电场叠加问题



平行板间电场

复旦大学物理教学实验中心

例5 (p.27)



[余略]

作业:

(Due date: Mar. 8)



1.14, 1.16

关于PPT课件,

<http://phylab.fudan.edu.cn/doku.php?id=home:mashihong>

“讲座讲义下载”栏目

Sorry for keeping you waiting.