

学生园地

# 弗兰克-赫兹实验中温度与 电子平均自由程的关系

蔺明婕,俞颀翔,白翠琴,潘玉莲,马世红  
(复旦大学 物理学系,上海 200433)

**摘 要:**运用原子非弹性碰撞模型来测量 F-H 曲线峰谷间距随峰谷数的线性关系,研究温度对电子平均自由程的影响,并尝试探讨一种较为准确的测量原子第一激发能的实验方法.

**关键词:**弗兰克-赫兹实验;汞;氩;温度;平均自由程

**中图分类号:** O562.1 **文献标识码:** A **文章编号:** 1005-4642(2009)03-0039-05

## 1 引 言

1914 年,即玻尔理论发表后的第二年,弗兰克(James Franck, 1882 - 1964)和赫兹(Gustav Hertz, 1887 - 1975)采用慢电子轰击原子的方法,利用两者的非弹性碰撞将原子激发到较高能态,证明了原子内部量子化能级的存在,给玻尔理论提供了独立于光谱研究方法的直接的实验证据. 因此他们获得了 1925 年的诺贝尔物理学奖.

根据弗兰克-赫兹实验的原理,汞原子的第一激发能的弗兰克-赫兹曲线(简称 F-H 曲线)上的各峰或谷应等间距,其间距值等于汞原子的第一激发能,并且可利用计算峰间距或谷间距平均值得到原子的第一激发能. 但实验发现,汞管弗兰克-赫兹曲线上的峰(谷)间距随峰(谷)数的增大而增大;当弗兰克-赫兹管温度升高时,峰(谷)间距值会随之减小. 对此,文献[1]对该现象提出了理论假设. 本文中,将通过汞管及氩管的弗兰克-赫兹实验对该假设做进一步的验证和讨论,在此基础上,利用平均自由程的计算公式及实验结果研究氩原子平均自由程与温度的关系.

## 2 理论基础:非弹性碰撞模型的修正

关于非弹性碰撞模型是在 2 个假设成立的前提下提出的<sup>[1]</sup>:

1) 电子在加速过程中与原子发生碰撞前所移动的距离是用电子的平均自由程 来代替. 图 1 描述的是 1 个自由电子在 F-H 管  $G_1$  和  $G_2$  两极(加速部分)中能量  $E$  与离  $G_1$  极距离  $x$  之间的关系. 当在  $G_1$  和  $G_2$  极间加上加速电压  $U_1$  后,电子将受库仑力加速. 图 1 中,斜线的斜率就是电子所受电场的电场强度. 当电子能量小于原子的第一激发能  $E_a$  时,电子与原子发生弹性碰撞而不消耗能量. 而当电子能量大于  $E_a$  后,电子平均移动(即电子与原子碰撞的平均自由程)后,会再与原子碰撞,此时将发生非弹性碰撞. 这个假设其实是个近似,因为每个电子的能量以及发生 2 次碰撞之间的距离都是不同的.

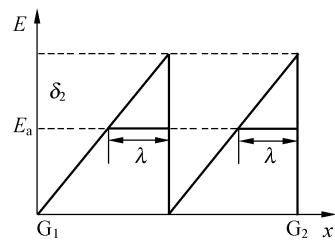


图 1 在  $G_1$  栅和  $G_2$  栅之间电子能量示意图

2) 假设 1 个电子在经过非弹性碰撞后会损失几乎所有能量. 但通常认为,电子在发生非弹性碰撞后,只会失去与碰撞原子可激发的能级相应

“第 5 届全国高等学校物理实验教学研讨会”论文

收稿日期:2008-07-22

基金项目:国家基础科学人才培养基金资助项目(No. J0730310)

作者简介:蔺明婕(1986 - ),女,上海人,复旦大学物理学系 2005 级本科生.

指导教师:马世红(1963 - ),男,河南温县人,复旦大学物理学系教授,博士,研究方向为功能超薄膜物理与器件和物理实验教学研究.

的能量,亦即在做原子的第一激发能实验中,与原子发生非弹性碰撞的电子失去的能量只能是第一激发能或某个低激发态.该假设与此观点不同.其实这第二个假设是建立在2个前提下的.一是当电子的能量比较大而与原子发生非弹性碰撞时,原子更倾向于激发到更高的激发态.另一个假设则是该原子在第一激发态附近的能级间隔很小且能级很多,可以近似成连续谱.这个近似对于汞原子是比较适用的,因为汞原子的低激发态是 $6^3$ 三重态,能级间隔很小(图2).

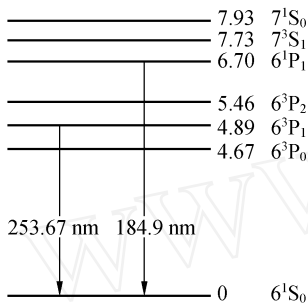


图2 汞原子低能级简图

对最多发生了 $n$ 次非弹性碰撞的电子,在只考虑最低激发能即第一激发能的条件下,电子共获得来自电场加速的能量:

$$E_n = n(E_a + \epsilon_n), \quad (1)$$

式中,  $\epsilon_n = n \frac{1}{L} E_a$ . 显然,当 $x=L$ 时,即电子到达板 $G_2$ 极处,刚好发生非弹性碰撞,在 $F-H$ 曲线上表示为低谷,则2个相邻低谷间距离为:

$$E(n) = E_n - E_{n-1} = \left[ 1 + \frac{1}{L}(2n-1) \right] E_a. \quad (2)$$

由(2)式可以看出: $E(n)$ 与发生非弹性碰撞次数 $n$ 存在线性关系,并正比于电子(与原子相碰撞的)的平均自由程的大小,其关系式可表达为

$$\frac{dE}{dn}, \quad (3)$$

由(2)式给出精确求解原子第一激发能的公式:

$$E_a = E(0.5), \quad (4)$$

由于0.5不是整数,可以通过作 $E(n)-n$ 图并直线拟合来确定.

### 3 实验装置

实验所用的弗兰克-赫兹实验管为复旦双栅柱面型四级式弗兰克-赫兹管,结构如图3所示.图中阴极K、控制栅 $G_1$ 、加速栅 $G_2$ 、板极P的间

距分别约为: $L_{KG_1} = 0.3 \text{ mm}$ ,  $L_{G_1G_2} = 5 \text{ mm}$ ,  $L_{G_2P} = 1 \text{ mm}$ .

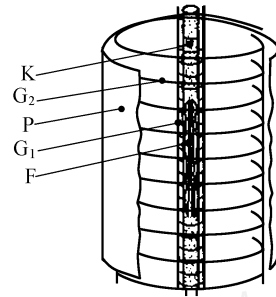


图3 复旦双栅柱面型四级式弗兰克-赫兹管结构图

## 4 结果与讨论

### 1) 汞管实验

首先测量在不同温度下,汞原子的第一激发能的 $F-H$ 曲线(图4);然后对曲线进行光滑处理后取各峰值,并对它们求差得到谷间距 $E_n$ ,根据式(2)进行数据拟合,得到不同 $E(n)-n$ 拟合曲线(图5).

线性关系与理论假设大致符合.不过由于拟合的数据点比较少,加上测量扫描电压的精确度较低,使得拟合结果的不确定度较大.当然,严格来说,实验所用理论假设的2个近似——用平均自由程来代替电子2次碰撞的间隔以及能级间隔近似为连续谱,都是相当不精确的,所以该曲线拟合中的系统误差也是不可忽视的.

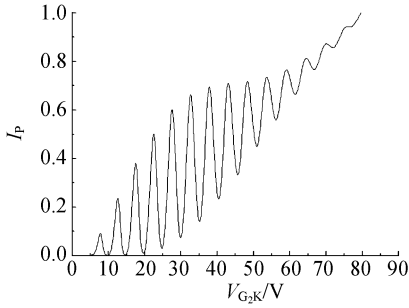
利用式(3)及式(4)得到 $E(0.5)-T$ 以及 $dE/dT$ 如图6~7所示.

图6中汞原子低激发态为 $6^3P_0$ ,  $6^3P_1$ ,  $6^3P_2$ 三重态,其能级(相对于 $6^1S_0$ )分别为4.67 eV, 4.89 eV, 5.46 eV.虽然图中的结果误差较大,但是很显然,其结果对应的汞原子第一激发态是 $6^3P_0$ 态(能级为4.67 eV),而不是我们所熟悉的 $6^3P_1$ 态(能级为4.89 eV).

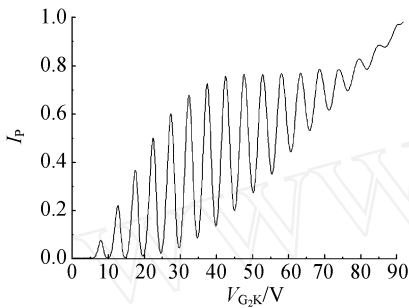
由图7可以发现,在汞管的弗兰克-赫兹实验中,随着管内温度 $T$ 的上升,电子与汞原子碰撞的平均自由程逐渐减小.对比已知的平均自由程的理论公式:

$$= \frac{K_b T}{p}, \quad (5)$$

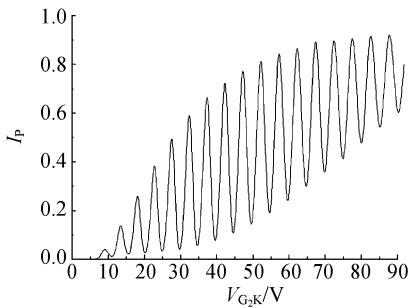
式中 $K_b$ 为玻耳兹曼常量, $T$ 为体系温度, $p$ 为体系压强, $\sigma$ 为原子发生非弹性碰撞的截面.可以发



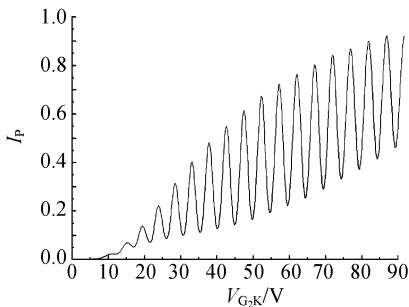
(a)  $T = 140$  ,  $V_F = 1.4$  V ,  $V_{G1K} = 2.0$  V ,  $V_{G2P} = 3.5$  V



(b)  $T = 150$  ,  $V_F = 1.4$  V ,  $V_{G1K} = 2.0$  V ,  $V_{G2P} = 3.5$  V



(c)  $T = 170$  ,  $V_F = 1.4$  V ,  $V_{G1K} = 2.0$  V ,  $V_{G2P} = 3.5$  V



(d)  $T = 190$  ,  $V_F = 1.3$  V ,  $V_{G1K} = 2.0$  V ,  $V_{G2P} = 3.5$  V

图 4 汞原子第一激发能的弗兰克-赫兹实验的 F-H 曲线

现  $T/p$ . 由于汞管中汞原子的蒸汽压与温度的关系为

$$p = 8.7 \times 10^{(9 - 3110/T)} \text{ Pa} , \quad (6)$$

(6) 式中  $T$  单位为 K, 于是对  $dE/dnrT$  图进行改进, 作  $dE/dnrT/p$  关系曲线 (图 8), 可以发现: 两者存在良好的线性关系. 由此初步验证了文献[1]的理论假设.

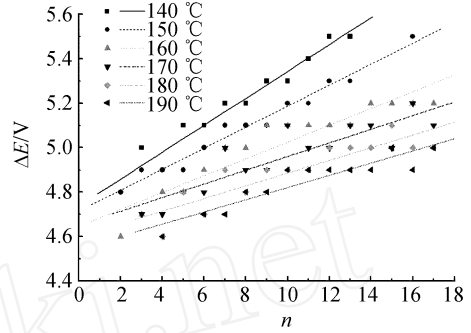


图 5 由汞原子的 F-H 曲线中的峰间距得到的  $E_n$  关系图

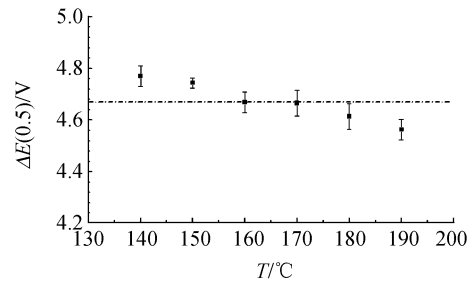


图 6 汞原子  $E(0.5)$  与温度关系图 [ $E_a = (4.7 \pm 0.1)$  V]

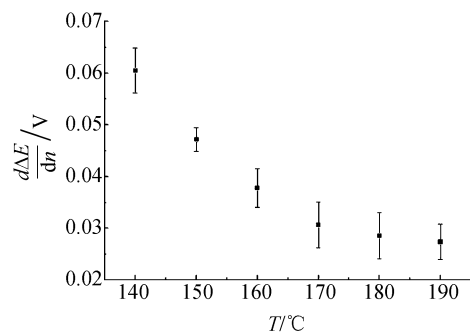


图 7 汞原子  $dE/dn$  与温度关系图

### 2) 氙管实验

图 9 为在不同温度下氙原子的第一激发能的 F-H 曲线. 对曲线进行光滑, 然后取光滑后的曲线上对应各谷的数值, 并求它们的差值, 即可得到谷的间距 (表 1).

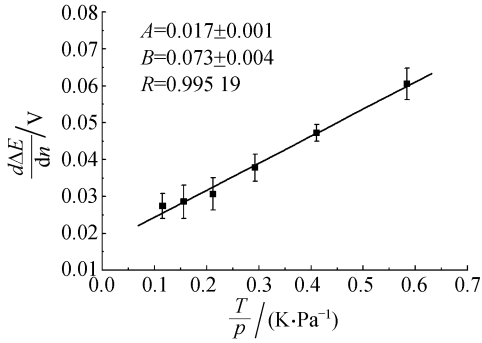


图 8 汞原子 d E/dn 与 T/p 关系图

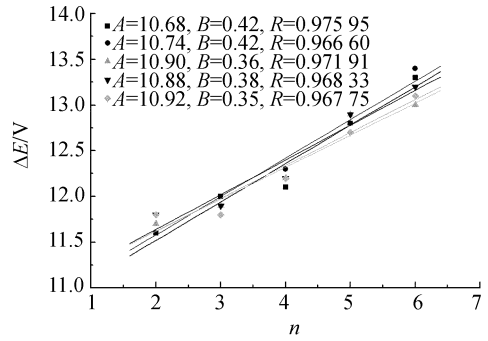
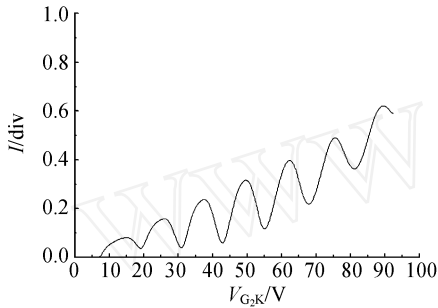
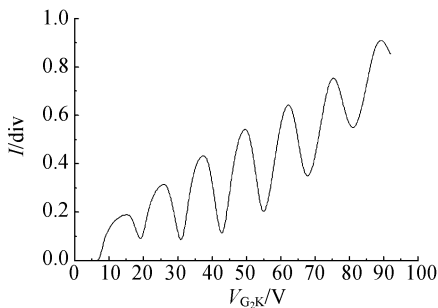


图 10 由氫原子 F-H 曲线中的谷间距得到的  $E_n$  关系图



(a)  $T=40$  ,  $V_F=2.9$  V,  $V_{G1k}=4.0$  V,  $V_{G2P}=7.0$  V



(b)  $T=70$  ,  $V_F=2.9$  V,  $V_{G1k}=4.0$  V,  $V_{G2P}=7.0$  V

图 9 氫原子第一激发能的弗兰克-赫兹实验的 F-H 曲线

表 1 由氫原子 F-H 曲线取曲线谷间距

谷数	$E_n/V$				
	30	40	55	70	75
2	11.8	11.8	11.7	11.6	11.8
3	11.8	11.9	11.9	12.0	11.8
4	12.3	12.2	12.2	12.1	12.2
5	12.8	12.9	12.9	12.8	12.7
6	13.4	13.2	13.0	13.3	13.1

最后根据式(2)进行线性拟合,得到拟合曲线如图 10 所示.

由曲线的拟合状况可以看到,和汞原子的实验相似,线性关系与理论假设大致符合,且线性符合程度明显好于汞原子实验.原因有两点:a. 氫原子 F-H 曲线谷间距的取值范围为 11.5 ~ 13.4 V,而汞原子 F-H 曲线峰间距的取值范围为 4.6 ~ 5.5 V,前者大于后者,测量扫描电压的精度相同条件下,前者线性拟合不确定度小于后者. b. 由表 2 所列的氫原子低激发态部分能级表可以看出,氫原子在低激发态的能级相对汞原子更密集,也就是更接近理论假设中把能级近似为连续谱的情况,故线性拟合结果好于汞原子实验.

表 2 氫原子低激发态部分能级表

态	$E/eV$	谱线相对强度
$3s^2 3p^6$	$0.0^0$	-
$3s^2 3p^5 (2P_{1/2}) 4s$	$11.83^1/11.72^0$	1 000
$3s^2 3p^5 (2P_{3/2}) 4s$	$11.62^1/11.55^2$	500
$3s^2 3p^5 (2P_{1/2}) 3d$	$14.30^1/14.23^2$	180
$3s^2 3p^5 (2P_{3/2}) 3d$	$14.15^1/14.01^3/13.90^2/13.85^0$	180
$3s^2 3p^5 (2P_{1/2}) 5s$	$14.26^1/14.24^0$	150
$3s^2 3p^5 (2P_{3/2}) 5s$	$14.09^1$	180

注:能级上标为角动量 J 量子数,谱线相对强度只列出  $J=1$ .

与汞原子实验相同,利用式(3)及式(4)得到  $E(0.5)-T$  以及  $d E/dn T$  如图 11~12 所示.

由图 11 中结果得到氫原子第一激发能为 11.0 V,小于表 2 中所有能级.表 2 中的最小能级为 11.55 V,相比实验得到的第一激发能相对误差约为 5%,这个原因可能是峰值与谷值不同所致,式(4)中的 0.5 适合于峰值的计算而不适合谷值的计算,需要进行修正.

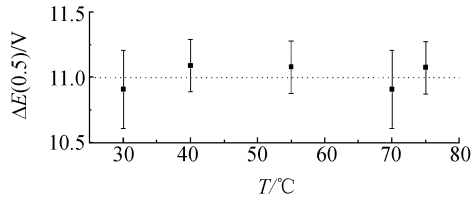


图 11 氩原子  $E(0.5)$  与温度关系图 ( $E_a = 11.0 \text{ V}$ )

又由图 12 可知,实验中虽然测量了不同温度下氩原子的第一激发能,但可以看到拟合出的 5 条线段十分相似,并没有十分明显的差别。推测这可能是由于氩管与汞管不同,汞管中汞的压强是由汞蒸汽的蒸汽压来决定的,而氩管中氩的压强是根据理想气体的状态方程来决定的,因此氩管内部温度与压强的比值  $T/p$  为定值,而对比式 (5) 可以发现,当改变氩管中的温度,氩原子与电子碰撞的平均自由程基本不变的。也就是根据目前的实验结果得出,氩原子的弗兰克-赫兹管中电子的平均自由程与温度无直接关系。

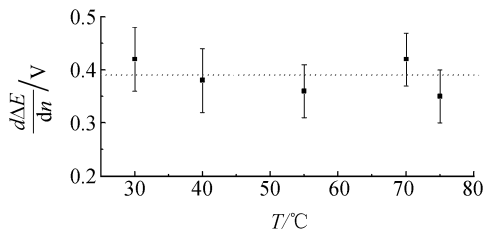


图 12 氩原子  $d E/dn$  与温度关系图 ( $d E/dn = 0.39 \text{ V}$ )

## 5 结 论

通过测量与计算汞管及氩管不同温度时 F-

H 曲线峰谷间距与峰谷数的线性关系,进一步验证了非弹性碰撞的近似模型,并得到电子平均自由程与温度之间的关系。在与近似模型的理论公式<sup>[1]</sup>及粒子平均自由程的理论公式进行比较后,由实验结果发现:根据上述理论假设计算所得的汞原子第一激发能与理论值较为相近,但是,氩原子实验结果的误差似乎较大。由此说明:利用上述实验方法只能得到所测气体的第一激发能的不太精确的数值,原因是这个理论假设是在 2 个近似条件成立下得出的,当把它应用到某个物质研究对象上时,需要同时考虑这 2 个条件是否近似成立,否则将导致最终实验结果可信度的下降。

## 参考文献:

- [1] Raplor G, Sengstock K, Baev V. New features of the Franck-Hertz experiment [J]. Am. J. Phys., 2006, 74(5): 423-428.
- [2] 戴乐山,戴道宣. 近代物理实验[M]. 2 版. 北京:高等教育出版社,2006.
- [3] 王梅生. 弗兰克-赫兹实验中的峰间距问题[J]. 物理实验,2001,21(11): 40-43.
- [4] <http://physics.nist.gov/cgi-bin/AtData/pt?option2slist=XXT1> [EB/OL].
- [5] 杨福家. 原子物理学[M]. 3 版. 北京:高等教育出版社,2000.
- [6] 苏汝铿. 量子力学[M]. 2 版. 北京:高等教育出版社,2002.
- [7] 梁方东. 对单色仪定标实验中的 Hg 光谱谱线补充标定的讨论[J]. 大学物理,2004,23(4): 31-32.
- [8] 刘复汉. 汞原子较高激发能级测量的研究[J]. 物理实验,1985,5(6): 209-212.

## Relation between temperature and mean free path in the Franck-Hertz experiment

LIN Ming-jie, YU Jie-xiang, BAI Cui-qin, PAN Yu-lian, MA Shi-hong  
(Department of Physics, Fudan University, Shanghai 200433, China)

**Abstract:** Using the model of inelastic collisions, the linear relation between the peak (or valley) separations in the Franck-Hertz curve and the corresponding number of peaks (or valleys) is obtained, and the influence of temperature on the mean free path of the electrons is found. The method of higher precision for the measurement the lowest excitation energy of atom is discussed.

**Key words:** Franck-Hertz experiment; mercury; argon; temperature; mean free path

[责任编辑:郭 伟]