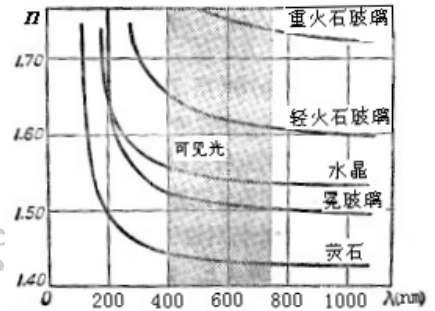
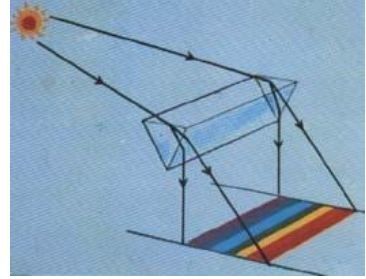


物质的色散曲线测定

在真空中，光以恒定的速度传播，而且速度与光的频率（波长）无关。在通过任何物质时，光的速度均发生变化，并且不同频率的光波在同一物质中的传播速度不同。光波在物质中的传播速度（或折射率 n ）随频率（波长 λ ）而异的现象，称为色散（dispersion）。

这个实验事实在折射现象中明显地反映出来，例如，太阳光（或白光）通过棱镜或水晶时发生的色散现象（如右上图所示），即一束阳光可被棱镜分为红、橙、黄、绿、蓝、靛、紫七色光。该实验现象表明：同一物质对不同的单色光的折射率是不同的，红色光的折射率最小，紫色光的折射率最大。当它们通过棱镜时，传播方向有不同程度的偏折，因而在离开棱镜便各自分散开来。1672年牛顿首先通过棱镜折射观察到上述的色散现象，同时他还利用正交棱镜法将色散曲线（dispersion curve，即物质材料的折射率 n 与波长 λ 之间的依赖关系曲线）非常直观地显示了出来。常用物质材料的色散曲线，如右下图所示。



本实验研究物质的色散现象，要求掌握用最小偏向角（angle of minimum deviation）方法测定物质的折射率；同时，确定玻璃材料的色散曲线以及对应的色散率（dispersion power），进而正确地理解材料正常色散的物理变化规律。

实验原理

物质色散现象是指该物质折射率 n 或吸收系数 α 随光波波长 λ 变化的宏观表现。由于物质与光相互作用的结果，一般色散规律或 n 值随 λ 值变化曲线呈非线性色散曲线。它可以通过测定不同波长 λ 值时物质的折射率 $n(\lambda)$ 值绘制而成，测定物质折射率 n 值的仪器和方法有各种类型。

本实验介绍在分光计上用最小偏向角方法，测定不同光波波长 λ 值对应的玻璃折射率 $n(\lambda)$ ，最后得到玻璃材料色散曲线。最小偏向角方法只能测定固体折射率，其基本原理是将待测的光学材料，例如玻璃制成三棱镜，最小偏向角法测定其折射率 n 的原理参见图 1 所示。光线 a 代表一束单色平行光，以入射角 i_1 投射到棱镜的 AB 面上。经棱镜两次折射后以 i_4 角从另一面 AC 射出来，成为光线 t 。经棱镜两次折射，光线传播方向总的变化可用入射光线 a 和出射光线 t 延长线的夹角 δ 来表示， δ 叫做偏向角。由图 1 可知：

$$\delta = (i_1 - i_2) + (i_4 - i_3) = i_1 + i_4 - A$$

此式表明，对于给定的棱镜，其顶角 A 和折射率 n 已定，则偏向角 δ 随入射 i_1 而变， δ 是 i_1 的函数。

用微商计算可以证明：当 $i_1 = i_4$ 或 $i_2 = i_3$ 时，即当入射光线 a 和出射光线 t 对称地“分布”在棱镜两旁时，偏向角有最小值，叫最小偏向角，常用 δ_m 表示。此时，有 $i_2 = A/2$ ， $i_1 = (A + \delta_m)/2$ ，故：

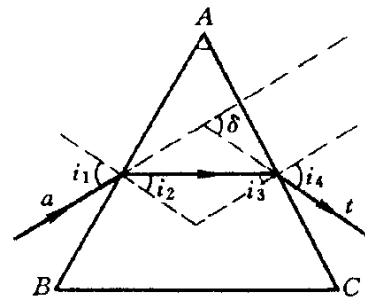


图 1

$$n = \frac{\sin \frac{A + \delta_m}{2}}{\sin \frac{A}{2}}$$

用分光计测出棱镜的顶角 A 和最小偏向角 δ_m ，则可求得棱镜对应该单色光波的折射率 n 。

由于折射率 n 是光波波长 λ 的函数，所以在不同波长 λ 的单色光波下，测定玻璃三棱镜对应单色光波的最小偏向角，计算对应的折射率 n 值，可得到表示折射率 n 与波长 λ 关系的色散曲线。通常用色散率 ν 表征材料折射率随波长变化的程度。

$$\nu = \frac{dn}{d\lambda} \approx \frac{\Delta n}{\Delta \lambda}$$

当光波波长 λ 增加时，材料折射率 n 和色散率 ν 都减小时，这样的色散现象叫做正常色散现象。反之，则叫反常色散现象。材料色散现象的实质是光与物质中的原子或分子相互作用的宏观表现，其微观过程可用量子理论描述，而用经典的电子论，即经典电偶振子受迫振动模型能够解释实验观测的色散现象。依据这种模型，可以推导出描述正常色散现象的柯西(Cauchy)经验公式：

$$n = A + \frac{B}{\lambda^2} + \frac{C}{\lambda^4}$$

式中 A 、 B 和 C 是表征材料特性的常数。而对应的色散率

$$\nu = \frac{dn}{d\lambda} = -\frac{2B}{\lambda^3} - \frac{4C}{\lambda^5}$$

必须指出的是：用最小偏向角法测定折射率 n 的不确定度与测角仪(分光计)的允差或最小分度值密切相关。这种方法要求把待测固体加工成规则的三棱镜，因此费时又费料，不适用于生产。对光源而言，除要求其单色外，还要求是平行光，而平行光则可由调好的平行光管来提供。

实验仪器及用具

分光计、玻璃三棱镜、平面镜、放大镜、水银灯、钠灯、He-Ne 激光器。

实验内容

1. 分光计和三棱镜的调节

在分光计载物平台上放置好玻璃三棱镜(如图2所示)，然后按照以下步骤进行操作：

- (1) 调节望远镜使它聚焦到无穷远。
- (2) 利用二分之一法，调节望远镜的光轴和仪器转轴垂直。
- (3) 调节平行光管产生平行光，并使光轴与仪器转轴垂直。
- (4) 调节三棱镜的主截面与仪器转轴垂直。

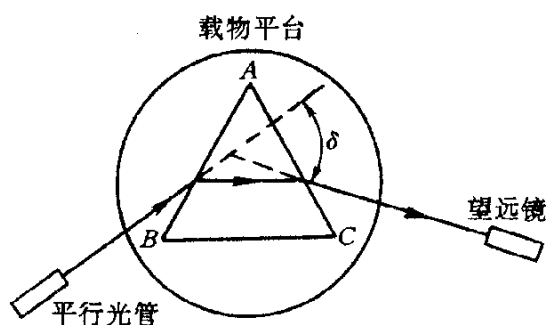


图 2

2. 测定最小偏向角 δ_m

在调好分光计和三棱镜位置的基础上,测定棱镜对应水银灯绿色谱线($\lambda = 546.1\text{nm}$)的最小偏向角 δ_m 。

(1) 用水银灯照亮平行光管的狭缝,转动游标盘(游标盘与待测物之间不可有丝毫相对位移),使棱镜处在如图 2 所示的位置。先用眼睛沿棱镜出射光方向寻找棱镜折射后的狭缝像。找到后,再将望远镜移到眼睛所在的方位,此时在望远镜中就能看到水银光谱线(即狭缝的单色像)。

(2) 稍稍转动游标盘,以改变入射角 i_1 ,使绿谱线朝偏向角减少的方向移到,并要转动望远镜跟踪绿谱线,直到棱镜继续沿着同方向转动时,该谱线不再向前移到却往相反方向移到为止。这个绿谱线反方向移到的转折位置就是棱镜对绿谱线的最小偏向角位置。拧紧螺钉,将游标盘止动。

(3) 将望远镜中“双十字准线”的竖线 PP' 移到这一最小偏向角位置上,与绿谱线重合。微调游标盘,使棱镜作微小转动,准确找出绿谱线反方向移到的确切位置,轻轻移到望远镜,使 PP' 线对准绿谱线中心,记下“1”和“2”游标读数 θ'_1, θ''_1 (出射光的方位)。

(4) 拧紧螺钉将望远镜与刻度盘固定。转动望远镜对着入射光,使其竖线 PP' 线与白色狭缝像重合,记下“1”和“2”游标读数 θ'_2, θ''_2 (入射光的方位)。

(5) 重复步骤(2)、(3)、(4),测量三次。求 δ_m 的平均值 $\overline{\delta_m}$,再由公式计算出折射率 n 。

3. 测定玻璃材料的色散曲线

在上述实验基础上,仔细确认如下表格中表示的水银灯发射的几种强度较强的可见光谱线。分别测定不同波长下的最小偏向角,计算所对应的折射率。将全部测定的 λ 对应的 n 值列成数据表格。以波长 λ 为横坐标,折射率 n 为纵坐标,画 $n-\lambda$ 关系曲线。

选作部分:用钠灯和 He-Ne 激光器代替水银灯,分别测定与钠黄光两条谱线 589.00 nm 和 589.59 nm,以及激光波长 632.80 nm 相对应的最小偏向角和折射率。

表 1 光源波长值(参考)及相应的最小偏向角和折射率

波长 λ / nm	最小偏向角 δ_m	折射率 n
690.75		
671.65		
#632.80		
623.45		
Δ 612.34		
607.27		
*589.59		
*589.00		
588.89		
Δ 579.07		
Δ 576.96		
567.59		
Δ 546.07		
496.03		
Δ 491.61		

$\Delta 435.83$		
$\Delta 407.78$		
$\Delta 404.66$		

注意：表中“ Δ ”表示低压水银灯的主要谱线波长值；“#”为 He-Ne 激光器波长值；“*”为钠灯光谱线的波长值。

4. 利用柯西公式，借助常用的数据处理软件（如 Origin、Excel 等），通过拟合方法分别求出玻璃材料特征常数 A 、 B 和 C 值，并计算出该材料的正常色散的色散率 ν 值。

思考题

1. 考虑到空气的折射率为 1.0003，上述实验所得的物质折射率（对真空而言）将发生如何的改变？
2. 通过查阅参考文献，能否采用掠入射法测定固体薄膜或溶液的色散曲线？写出相应的实验条件和必要的实验步骤。

参考文献：

1. Jenkins F A, White H E. *Fundamentals of Optics*. 4th Ed. New York: McGraw-Hill, 1976
2. 赵凯华, 钟锡华. 光学. 北京: 北京大学出版社, 1984
3. 吕斯骅, 段家祗. 基础物理实验. 北京: 北京大学出版社, 2002

附录：数据表格(仅供参考用)

测量次数	“1”游标读数			“2”游标读数			$\delta_m = (\delta'_m + \delta''_m)/2$
	θ'_1	θ'_2	$\delta'_m = \theta'_1 - \theta'_2$	θ''_1	θ''_2	$\delta''_m = \theta''_1 - \theta''_2$	
1							
2							
3							
平均值	—	—	—	—	—	—	

举例 本实验用分光计测出棱镜（棱镜编号#8）的顶角 $A=60^\circ$ ，误差 $2.0'$ ；测量最小偏向角 δ_m 5 次。实验数据记录如表 2 所示。谱线的波长为 579.07nm 。

表 2 最小偏向角 δ_m 的测量

测量次数	“1”游标读数			“2”游标读数			$\delta_m = (\delta'_m + \delta''_m)/2$
	θ'_1	θ'_2	$\delta'_m = \theta'_1 - \theta'_2$	θ''_1	θ''_2	$\delta''_m = \theta''_1 - \theta''_2$	
1	$155^\circ 16'$	$104^\circ 19'$	$50^\circ 57'$	$335^\circ 17'$	$284^\circ 20'$	$50^\circ 57'$	$50^\circ 57'$
2	$155^\circ 6'$	$104^\circ 10'$	$50^\circ 56'$	$335^\circ 7'$	$284^\circ 11'$	$50^\circ 56'$	$50^\circ 56'$
3	$154^\circ 57'$	$104^\circ 00'$	$50^\circ 57'$	$334^\circ 59'$	$284^\circ 1'$	$50^\circ 58'$	$50^\circ 57.5'$
4	$155^\circ 5'$	$104^\circ 8'$	$50^\circ 57'$	$335^\circ 6'$	$284^\circ 8'$	$50^\circ 58'$	$50^\circ 57.5'$
5	$155^\circ 15'$	$104^\circ 18'$	$50^\circ 57'$	$335^\circ 16'$	$284^\circ 19'$	$50^\circ 57'$	$50^\circ 57'$
平均值	—	—	—	—	—	—	$50^\circ 57'$

数据处理：分光计的最大允许误差为 $\Delta\theta_{\alpha} = 1.0' \approx 0.00029 \text{ rad}$ 。

$$\Delta\theta_{\text{测}} = \sqrt{\frac{2 \times (50^{\circ}57' - 50^{\circ}57')^2 + (50^{\circ}56' - 50^{\circ}57')^2 + 2 \times (57.5' - 57')^2}{5(5-1)}} \approx 17'' = 0.000082 \text{ rad}$$

$$\Delta\theta = \sqrt{0.000082^2 + 0.00029^2} / 3 = 0.00019 \text{ rad}$$

$$\Delta A = 2.0' = 0.00058 \text{ rad}$$

棱镜材料的折射率 n 为：

$$n = \frac{\sin \frac{50^{\circ}57' + 60^{\circ}00'}{2}}{\sin \frac{60^{\circ}00'}{2}} = 1.647757938$$

折射率 n 的不确定度为：

$$\Delta n = \sqrt{\left(\frac{\partial n}{\partial \delta_m}\right)^2 \cdot \Delta\theta^2 + \left(\frac{\partial n}{\partial A}\right)^2 \cdot \Delta A^2}$$

其中
$$\frac{\partial n}{\partial \delta_m} = \frac{1}{2} \times \frac{\cos\left(\frac{\delta_m + A}{2}\right)}{\sin \frac{A}{2}} = 0.566765775$$

$$\frac{\partial n}{\partial A} = \frac{1}{2} \times \frac{\cos\left(\frac{\delta_m + A}{2}\right) \sin\left(\frac{A}{2}\right) - \sin\left(\frac{\delta_m + A}{2}\right) \cos\left(\frac{A}{2}\right)}{\sin^2\left(\frac{A}{2}\right)} = \frac{1}{2} \times \frac{\sin\left(-\frac{\delta_m}{2}\right)}{\sin^2\left(\frac{A}{2}\right)} = -0.860234457$$

$$\Delta n = \sqrt{0.566765775^2 \times 0.00019^2 + (-0.860234457)^2 \times 0.00058^2} = 0.000512$$

最后的测量结果：

$$n = 1.6478 \pm 0.0005 \quad \text{或} \quad n = 1.64776 \pm 0.00051$$

色散曲线的确定：

将测定的光波长 λ 所对应的 n 值列成数据表格（见表 1 所示）。然后，以 λ 为横坐标， n 为纵坐标，画 $n-\lambda$ 关系曲线。

表1 光波长值、最小偏向角及折射率*

波长 / nm	最小偏向角 / °	折射率 n
404.66	54°28'	1.68176 ± 0.00054
407.78	54°20'	1.68050 ± 0.00054
435.83	53°26.5'	1.67201 ± 0.00054
491.61	52°13'	1.66019 ± 0.00053
496.03	52°7'	1.65921 ± 0.00052
546.07	51°20.5'	1.65162 ± 0.00052
567.59	51°8'	1.64957 ± 0.00052
576.96	51°1.5'	1.64850 ± 0.00051
579.07	51°00'	1.64825 ± 0.00051
588.89	50°54'	1.64726 ± 0.00051
589.30	50°52.5'	1.64702 ± 0.00051
607.27	50°44.5'	1.64569 ± 0.00051
612.34	50°41'	1.64512 ± 0.00051
623.45	50°35.5'	1.64421 ± 0.00051
632.80	50°31'	1.64346 ± 0.00052
652.30	50°23.5'	1.64222 ± 0.00051
671.64	50°14.5'	1.64072 ± 0.00051
690.75	50°8'	1.63964 ± 0.00051

“*”：为了简单起见，利用单次测量的情况来评定最小偏向角 δ_m 的不确定度值，故其合成的不确定度值为：

$$\Delta\delta_m = \sqrt{\left(\frac{1'}{2}\right)^2 + \left(\frac{1'}{\sqrt{3}}\right)^2} = 0.00022rad$$

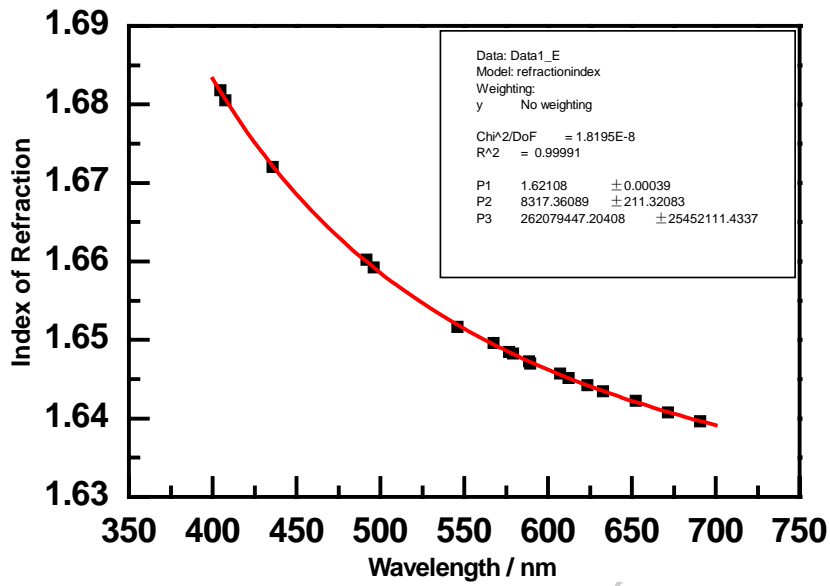
而顶角的不确定度值则为： $\Delta A = 2.0' = 0.00058rad$

对于波长为 632.80nm 的光波而言，其折射率 n 的不确定度为：

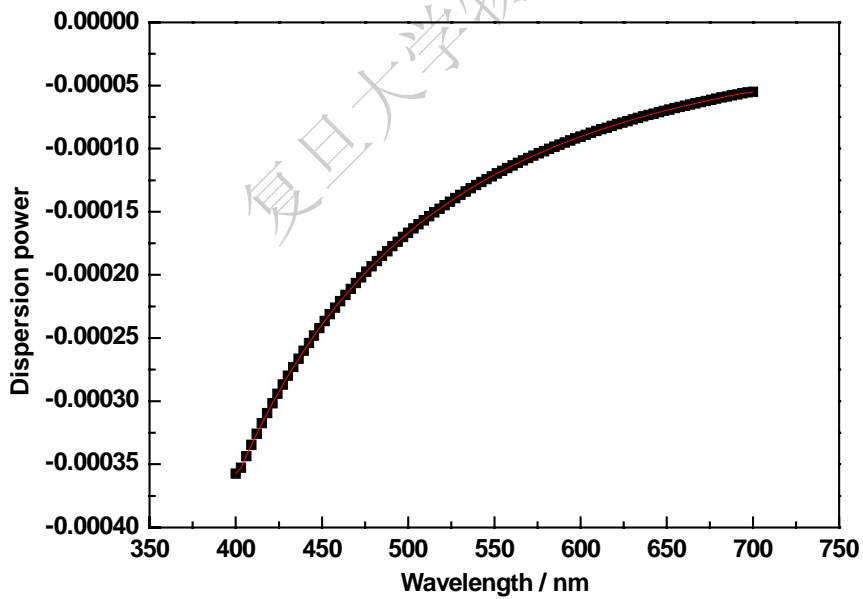
$$\Delta n = \sqrt{0.569877252^2 \times 0.00022^2 + (-0.853400566)^2 \times 0.00058^2} = 0.000522$$

这里我们略去其它波长折射率的合成不确定度评定的具体过程，而直接在上表中给出它们相应的数值。

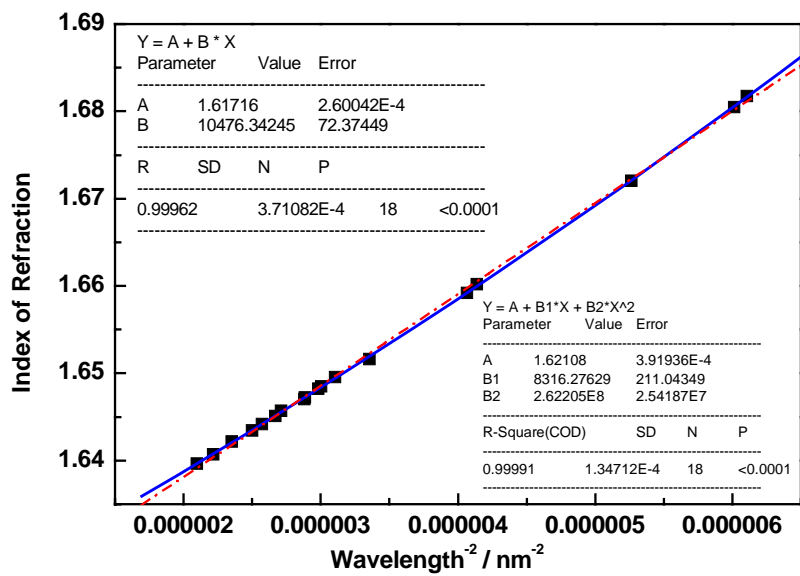
下图给出了物质的色散曲线及其基于柯西公式的拟合结果。



利用 Origin 数据处理软件中的“微分”功能可以直接得到该物质材料的色散率曲线(参见下图)。



与此同时，通过变换横坐标的变量，上述色散曲线也可以由下面的曲线图来表述。



说明：图中的实线和虚线分别是基于直线和多项式的拟合结果，其相应的参量见图中嵌表的描述。