College Physics (II)
大学物理(下)

Review Section
温故知新

§ 1.1.1 电荷和电荷守恒定律

1. 两种电荷　摩擦起电，静电感应(**electrostatic induction**), 正电, 负电

2. 电荷守恒定律（**law of conservation of charge)**

表述： 在一个与外界没有电荷交换的系统内，正负电荷的代数和在任何物理过程中保持不变。

3. 电荷量子化

微小粒子带电量的变化是不连续的，只能是元电荷 e 的整数倍ne, 即粒子电荷是量子化的。

4. 电荷的相对论不变性：

在不同的参照系内观察，同一个带电粒子的电量不变。电荷的这一性质叫做电荷的相对论不变性。

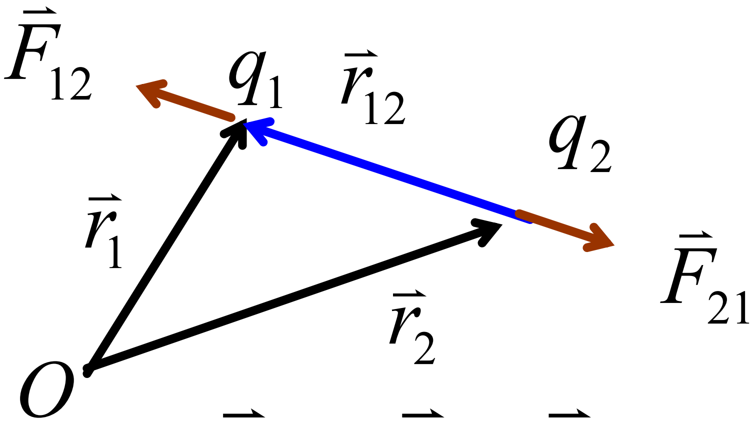
微小粒子带电量的变化是不连续的，只能是元电荷 ***e*** 的整数倍,即粒子电荷是量子化的。

夸克电量：分数电荷！（2e/3、-1e/3）
分数量子Hall效应 → 分数电荷！

夸克是囚禁的！ 实验上寻找不到自由夸克
集体激发的量子化：分数电荷的元激发
-- 准粒子

孤立、自由的最小电荷：e

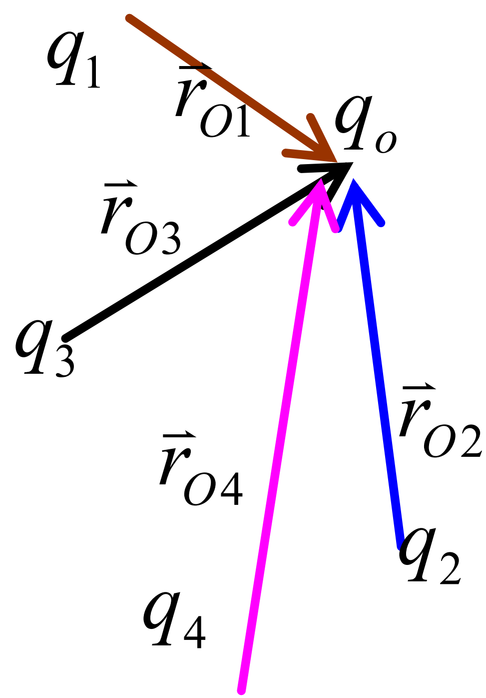
§ 1.1.2 库仑定律&叠加原理



$$\vec{F}_{12} = k\frac{q_1 q_2}{r_{12}^2}\hat{r}_{12}$$

$$\vec{r}_{12} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$$

$$\vec{F}_0 = \sum_{i=1}^{n}\vec{F}_{0i} = \sum_{i=1}^{n}\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_0 q_i}{r_{0i}^2}\hat{r}_{0i}$$



库仑定律 ＋叠加原理
构成了静电学的基础

§ 1.2 电场 电场强度 场强叠加原理

电场的描述：

电荷 $\xrightarrow{\text{激发}}$ 电场 $\xrightarrow{\text{电场力}}$ 电荷

电场强度：

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$$

它与检验电荷无关，反映电场本身的性质。

点电荷的电场强度

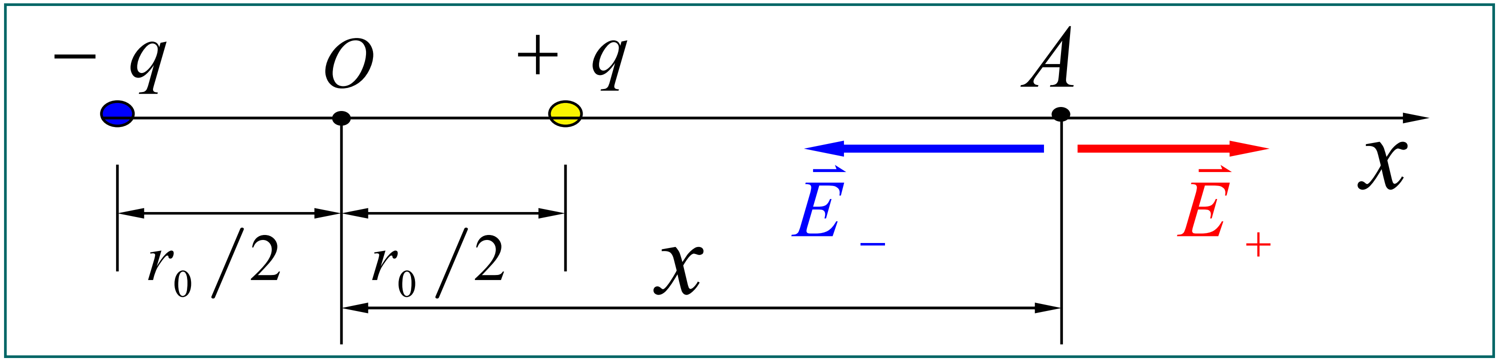
$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}\vec{e}_r$$

电荷连续分布的电场强

$$\vec{E} = \int \mathrm{d}\vec{E} = \int \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\vec{e}_r}{r^2}\mathrm{d}q$$

电偶极子的电场强度

（1）电偶极子轴线延长线上一点的电场强度



$$x \gg r_0 \qquad \vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2r_0 q}{x^3}\vec{i} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2\vec{p}}{x^3}$$

（2）电偶极子轴线的中垂线上一点的电场强度

$$y \gg r_0 \qquad \vec{E} = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q r_0 \vec{i}}{y^3} = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\vec{p}}{y^3}$$

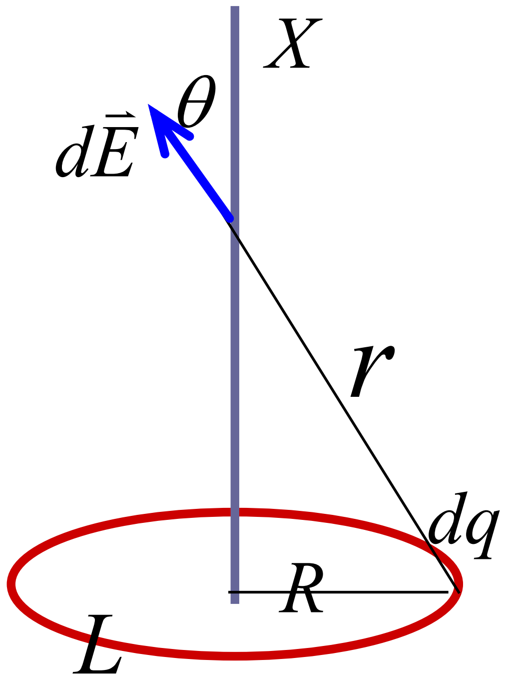
例　均匀带电圆环轴线上一点的场强。

设圆环带电量为 q 半径为 R

解：由对称性可知，**p**点场强只有**X**分量

$$E = \int_q dE_x = \int dE \cdot \cos\theta = \int_L \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\cos\theta = \frac{\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\int_L dq$$

$$E = \frac{\cos\theta \cdot q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \frac{qx}{4\pi\varepsilon_0 (R^2 + x^2)^{3/2}}$$



讨论：当求场点远大于环的半径时，

$$E \cong \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 x^2}$$

方向在X轴上，正负由 q 的正负决定。

说明远离环心的场强相当于点电荷的场。

§ 1.3 静电场的高斯定理 Gauss’s Law

K. Gauss

本节提要

电场线和电通量

高斯定理

高斯定理的应用

§1.3.1 电场线和电通量

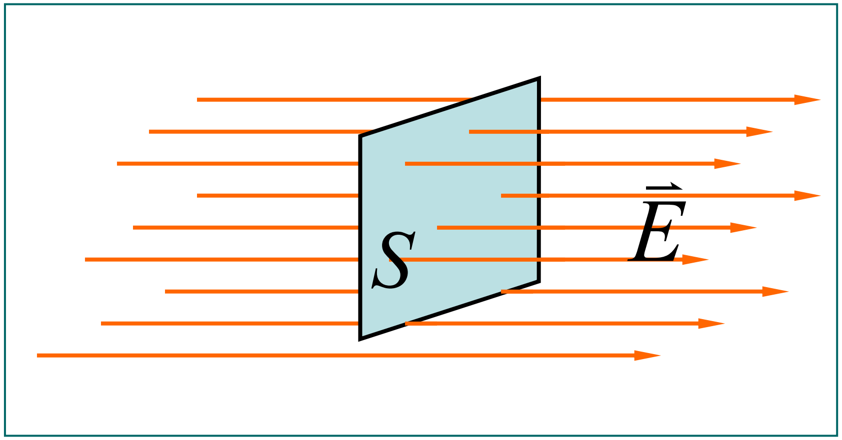
电场线(electric line of force) （电场的图示法）

为形象地描述电场法拉第(M.Faraday)首先引入。

规 定

1） 曲线上每一点切线方向为该点电场方向,

2） 通过垂直于电场方向单位面积电场线数为该点电场强度的大小. $\left|\vec{E}\right| = E = \mathrm{d}N / \mathrm{d}S$



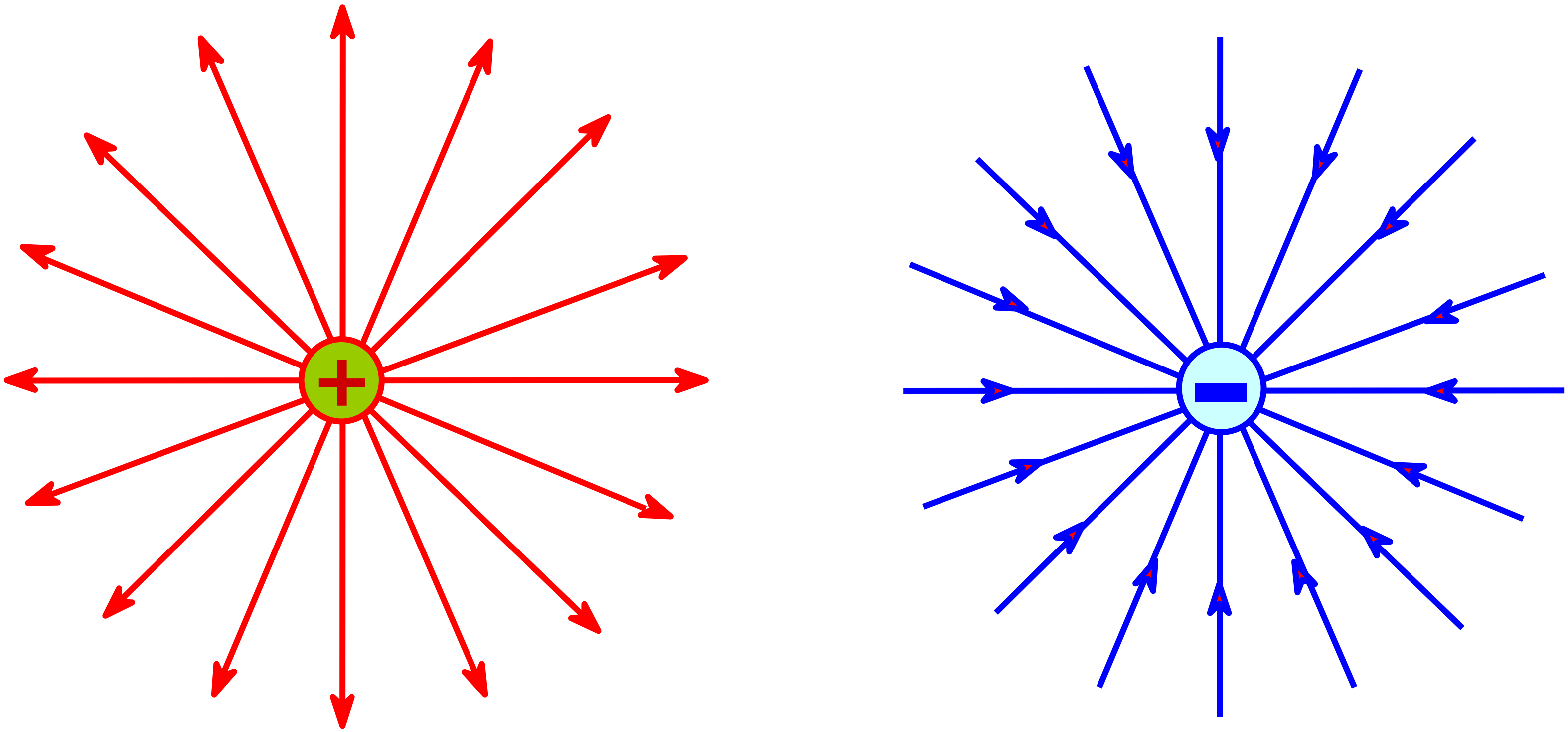
静电场电场线特性

- 电场线起自于正电荷或无穷远，止于负电荷或无穷远 ，没有电荷处不中断；
- 两条电场线不会相交！
- 电场线不可能是闭合曲线。
- 电场线越密的地方，场强越大；
  电场线越疏的地方，场强越小。

三不：不中断 不相交 不闭合

几个典型源电荷产生的电场线

正 点 电 荷　　　　负 点 电 荷

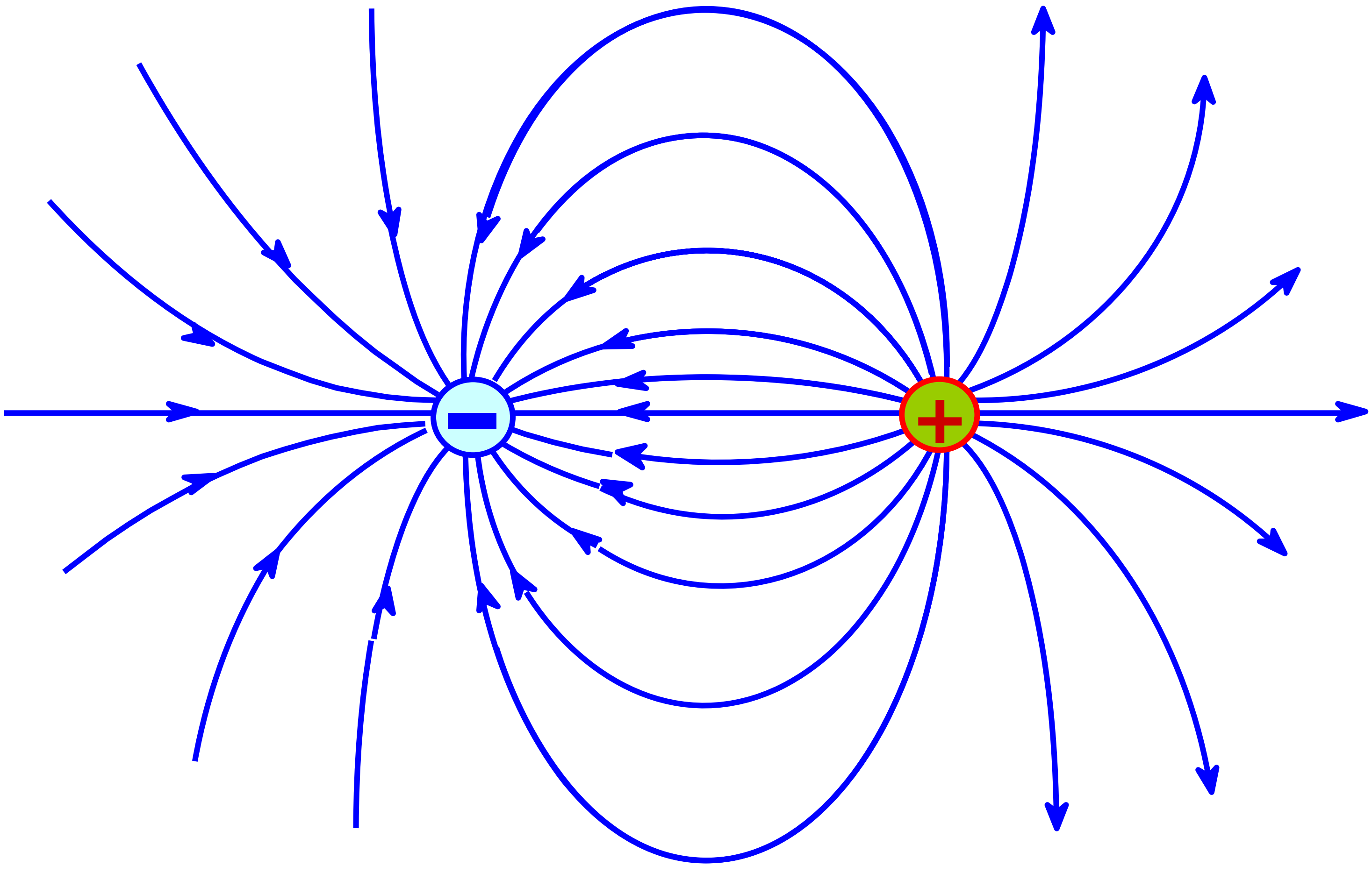


单个
点电荷

复旦大学物理教学实验中心

几个典型源电荷产生的电场线

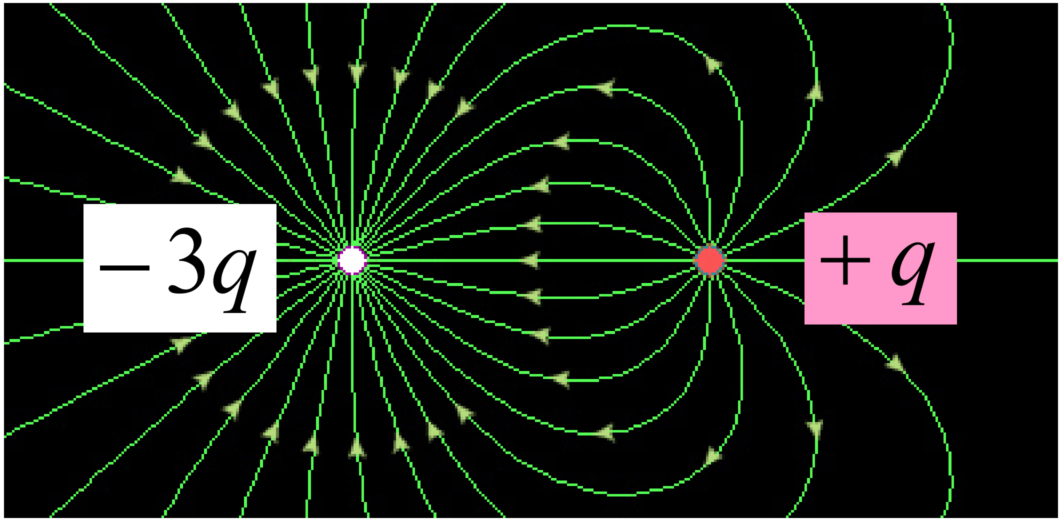
一对等量异号点电荷的电场线

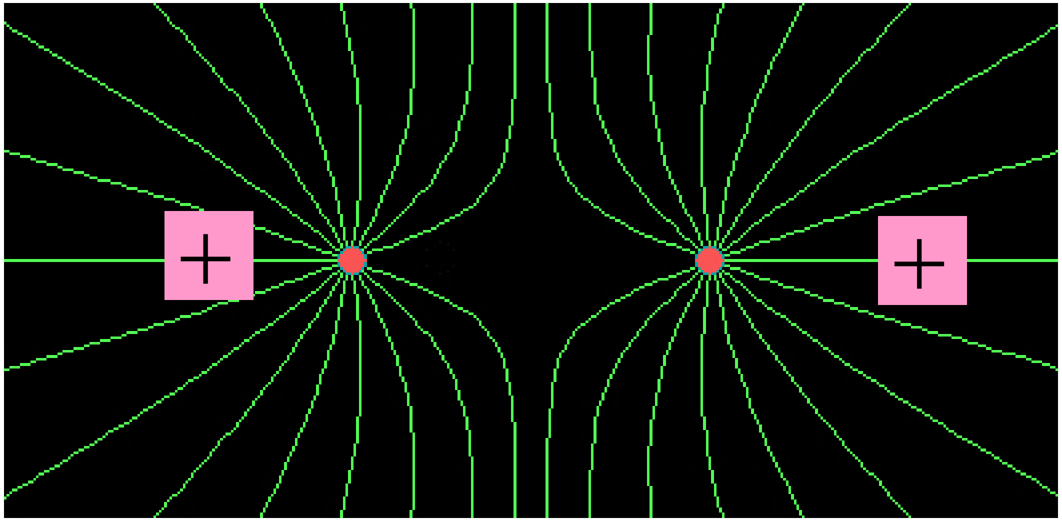


两异号点电荷

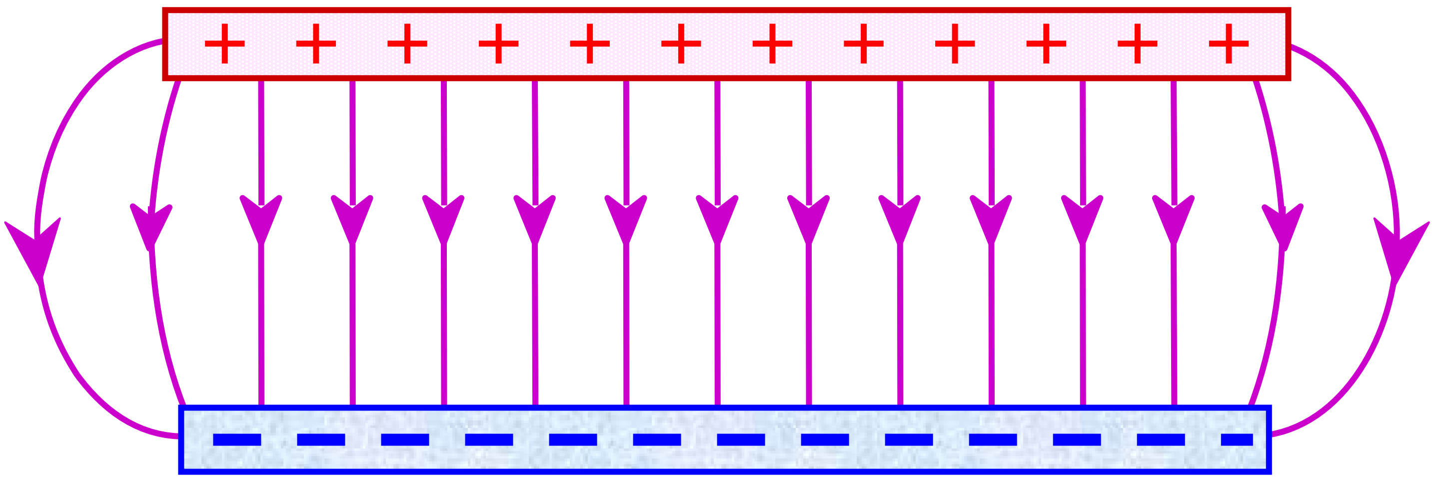
复旦大学物理教学实验中心

几个典型源电荷产生的电场线





带电平行板电容器的电场线

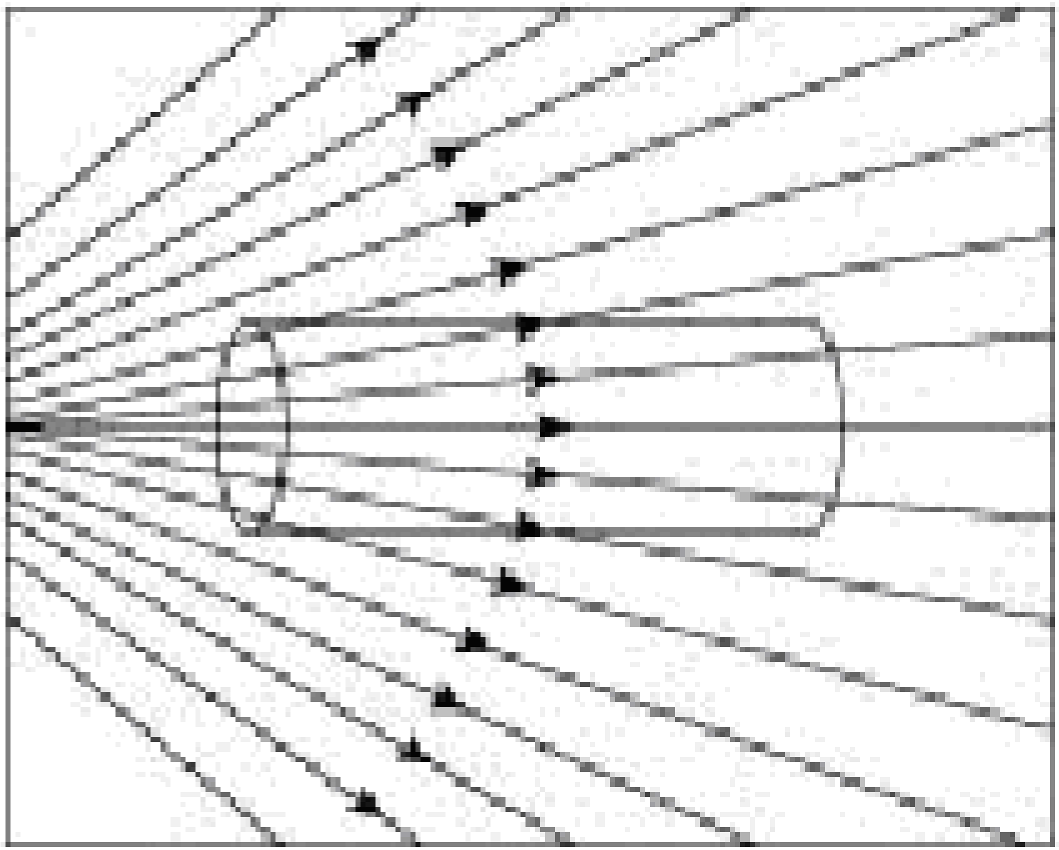


jweil

Q.1 电场中的绝缘体

如图所示，外电场中放置一圆柱体绝缘材料。通过圆柱体表面的净电通量为

1. 正；　2. 负；　3. 0。



Electric Field Lines – Rules for Drawing

- The lines must begin on a positive charge and terminate on a negative charge
  - In the case of an excess of one type of charge, some lines will begin or end infinitely far away
- The number of lines drawn leaving a positive charge or approaching a negative charge is proportional to the magnitude of the charge
- No two field lines can cross

通量与环流

矢量场是空间坐标的矢量函数，在空间一定范围内连续分布。

源与旋（如：不可压缩流体的流速场/流速线）

"源"——喷发流体的"源头"（或聚敛流体的"漏"）→→通量

通过面元ds的流量（通量）：单位时间经面元ds通过的流体体积 v • ds

"旋"——涡旋→→环流

流速v沿任意闭合回路L的积分

$\oint_L \vec{v}\cdot d\vec{l}$

通量与环流

$$\oiint_{(S)} \vec{v} \cdot d\vec{s} = 0$$

流速场无源

$$\oiint_{(S)} \vec{v} \cdot d\vec{s} \neq 0$$

流速场有源

高斯定理

$$\oint_{(L)} \vec{v} \cdot d\vec{l} \neq 0$$

流速场有旋

$$\oint_{(L)} \vec{v} \cdot d\vec{l} = 0$$

流速场无旋

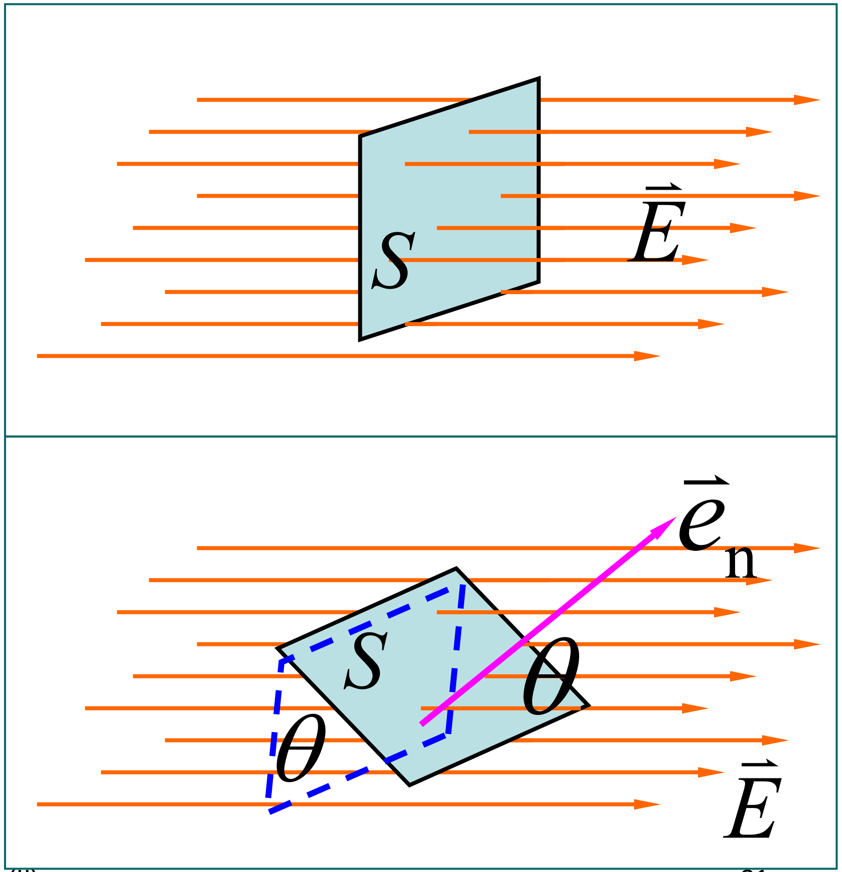
环路定理

推广到包括电磁场在内的各种矢量场的性质！！

电场强度通量（电通量）

通过电场中某一个面的电场线数叫做通过这个面的电场强度通量.

The electric flux is proportional to the number of electric field lines penetrating some surface



- 均匀电场，$\vec{E}$垂直平面

$$\Phi_e = ES$$

- 均匀电场，$\vec{E}$与平面夹角θ

$$\Phi_e = ES\cos\theta$$

$$\Phi_e = \vec{E}\cdot\vec{S}$$

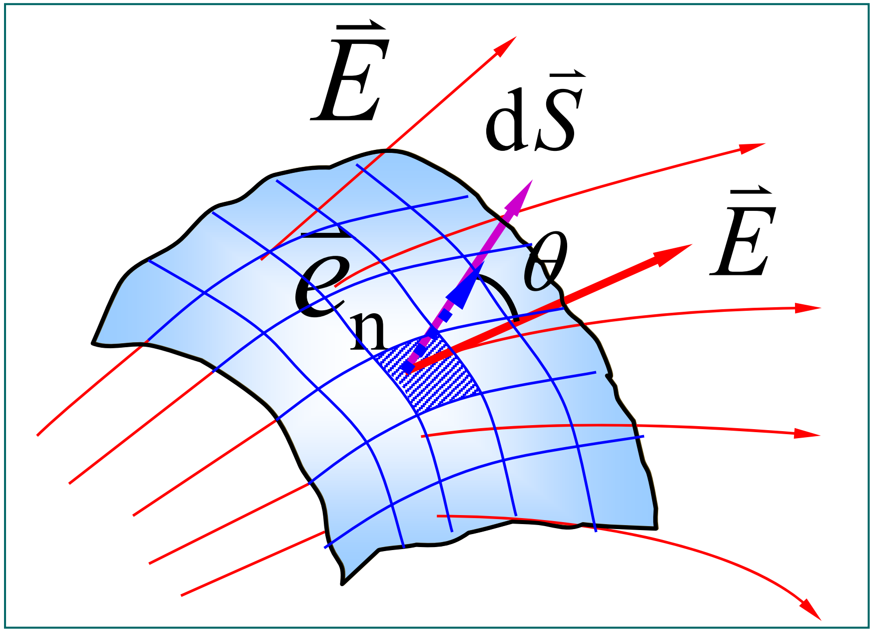
非均匀电场强度电通量

$$\boxed{\mathrm{d}\vec{S} = \mathrm{d}S \cdot \vec{e}_{\mathrm{n}}}$$

$$\mathrm{d}\Phi_{\mathrm{e}} = \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{S}$$

$$\Phi_{\mathrm{e}} = \int \mathrm{d}\Phi_{\mathrm{e}} = \int_S E\cos\theta \mathrm{d}S$$

$$\Phi_{\mathrm{e}} = \int_S \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{S}$$



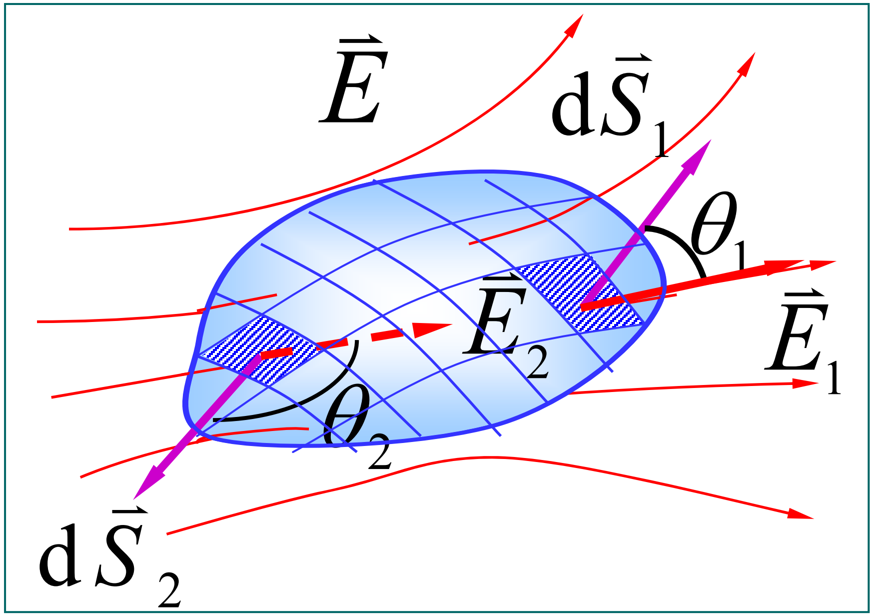
S 为封闭曲面

有电场线穿出封闭曲面处

$$\theta_1 < \frac{\pi}{2}, \quad \mathrm{d}\Phi_{\mathrm{e}1} > 0$$

有电场线穿入封闭曲面处

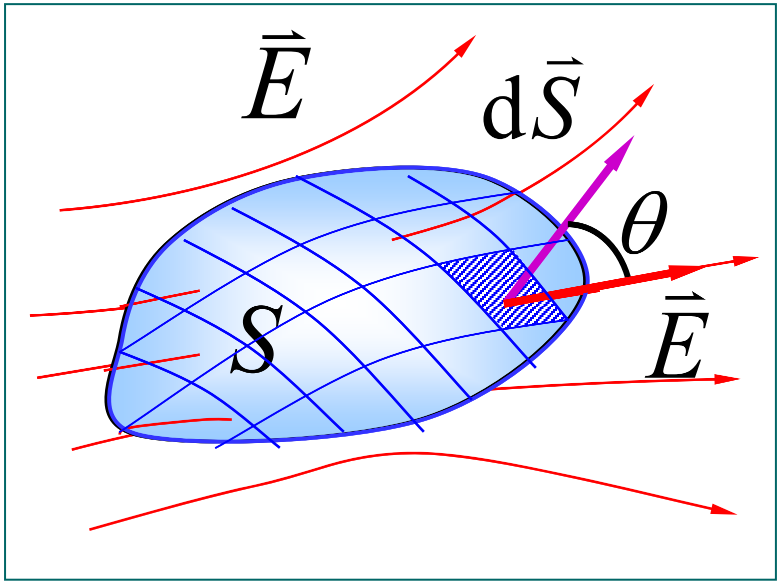
$$\theta_2 > \frac{\pi}{2}, \quad \mathrm{d}\Phi_{\mathrm{e}2} < 0$$



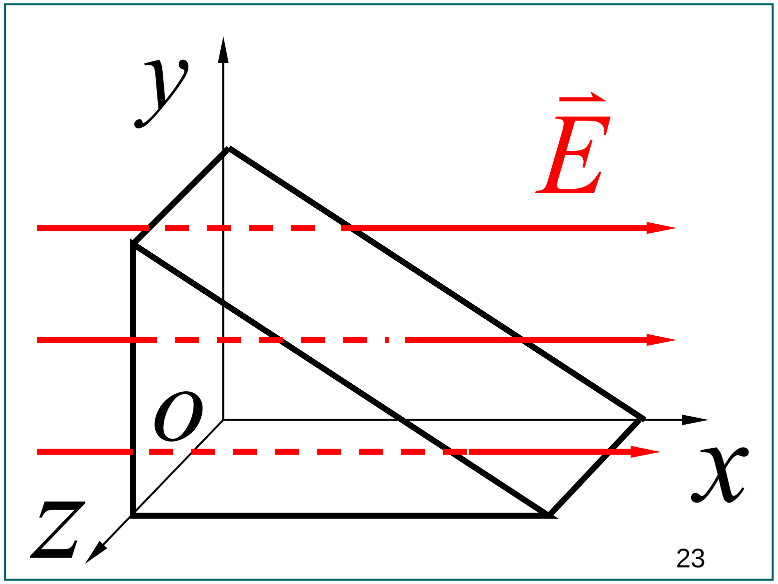
◆ 闭合曲面的电场强度通量

$$\mathrm{d}\Phi_{\mathrm{e}} = \vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{S}$$

$$\Phi_{\mathrm{e}} = \oint_S \vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{S} = \oint_S E\cos\theta\mathrm{d}S$$

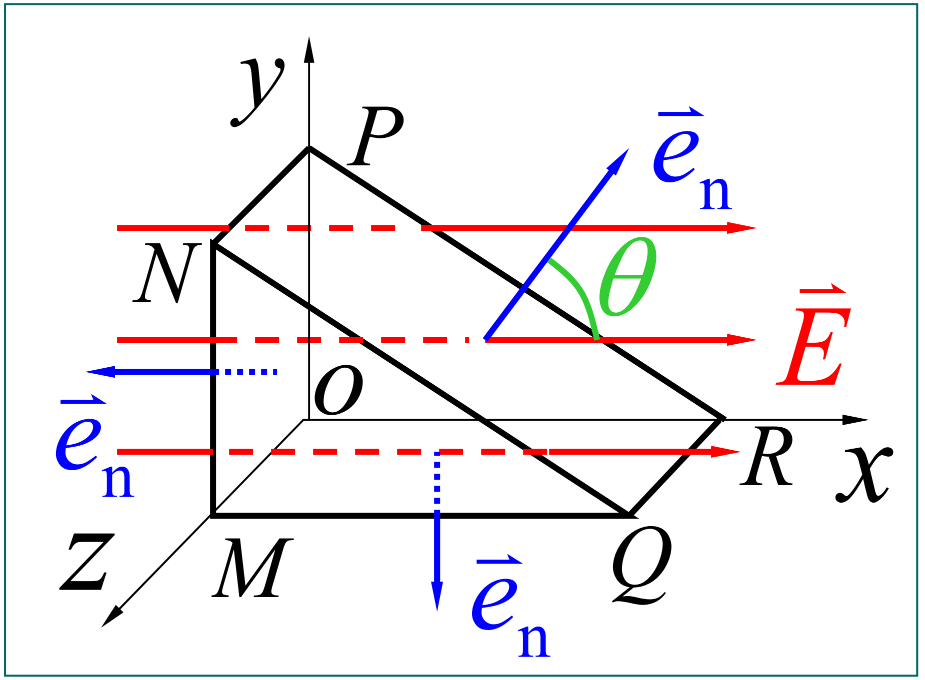


例1 如图所示，有一个三棱柱体放置在电场强度 $\vec{E} = 200\vec{i}\,\mathrm{N}\cdot\mathrm{C}^{-1}$ 的匀强电场中．求通过此三棱柱体的电场强度通量．



解 $\Phi_{\mathrm{e}} = \Phi_{\mathrm{e前}} + \Phi_{\mathrm{e后}}$

$+ \Phi_{\mathrm{e左}} + \Phi_{\mathrm{e右}} + \Phi_{\mathrm{e下}}$



$$\left\{\begin{aligned} &\Phi_{\mathrm{e前}} = \Phi_{\mathrm{e后}} = \Phi_{\mathrm{e下}} \\ &\qquad = \int_S \vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{S} = 0 \\ &\Phi_{\mathrm{e左}} = \int_{S左} \vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{S} = ES_{左}\cos\pi = -ES_{左} \\ &\Phi_{\mathrm{e右}} = \int_{S右} \vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{S} = ES_{右}\cos\theta = ES_{左} \end{aligned}\right.$$

$$\Phi_{\mathrm{e}} = \Phi_{\mathrm{e前}} + \Phi_{\mathrm{e后}} + \Phi_{\mathrm{e左}} + \Phi_{\mathrm{e右}} + \Phi_{\mathrm{e下}} = 0$$

§ 1.3.2 高斯定理 (Gauss's Law)

- Gauss's law is an expression of the general relationship between the net electric flux through a closed surface and the charge enclosed by the surface
  - The closed surface is often called a *gaussian surface*

- Gauss's law is of fundamental importance in the study of electric fields

高斯定理 (Gauss’s Law)的表述

在真空中, 通过任一闭合曲面的电场强度通量, 等于该曲面所包围的所有电荷的代数和除以 ε_0 .

（与面外电荷无关，闭合曲面称为高斯面）

$$\Phi_{\mathrm{e}} = \oint_S \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum_{i=1}^{n} q_i$$

请思考：1）高斯面上的 $\vec{E}$ 与哪些电荷有关 ？

2）哪些电荷对闭合曲面 S 的 Φ_{e} 有贡献 ？

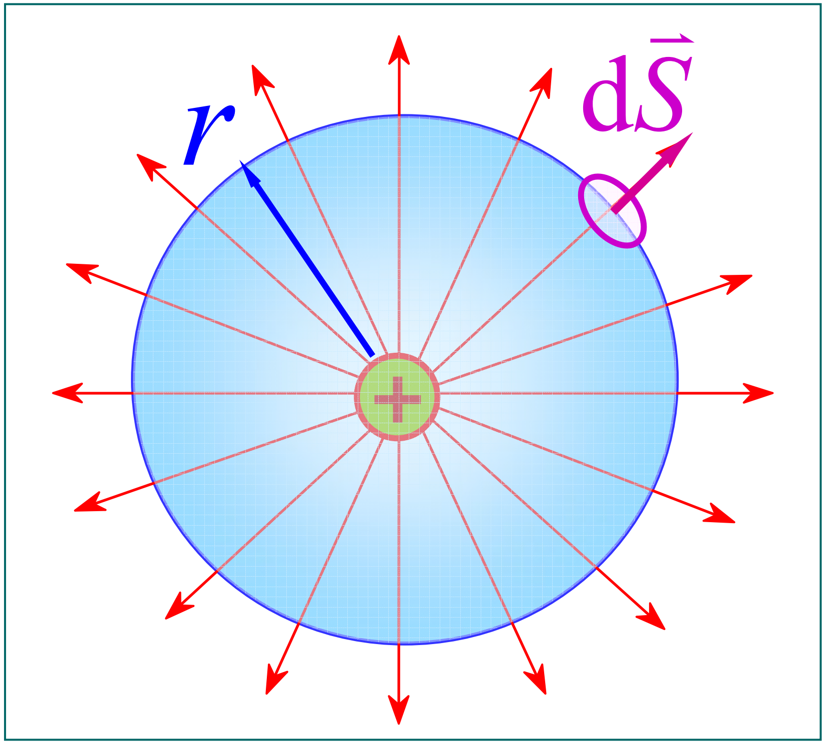
高斯定理的导出 $\begin{cases} \text{库仑定律} \\ \text{电场强度叠加原理} \end{cases}$ ⇒ 高斯定理

- 点电荷位于球面中心

$$E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

$$\Phi_e = \oint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = \oint_S \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\mathrm{d}S$$

$$\Phi_e = \frac{q}{\varepsilon_0}$$



◆ 点电荷在任意封闭曲面内

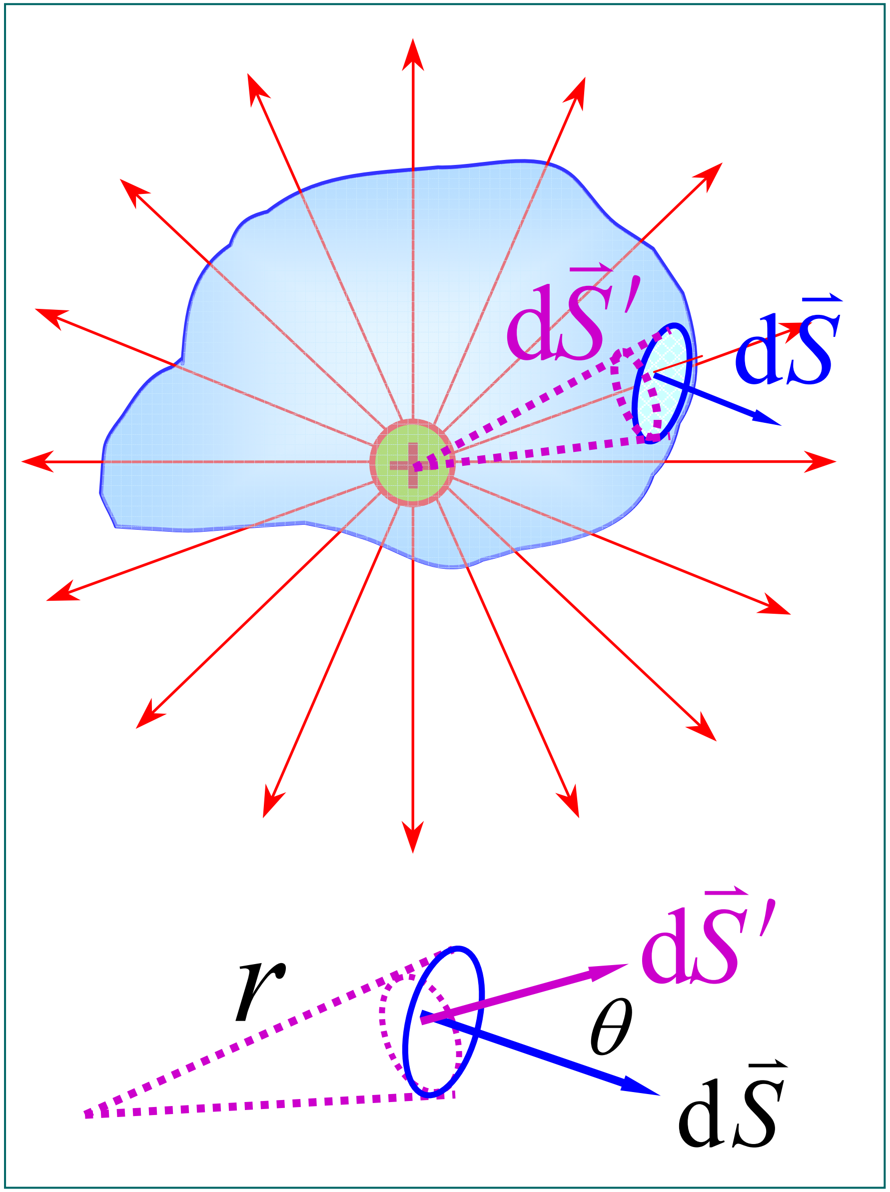
$$\mathrm{d}\Phi_{\mathrm{e}} = \frac{q}{4\pi\ \varepsilon_0 r^2}\mathrm{d}S\cos\theta$$

$$= \frac{q}{4\pi\ \varepsilon_0}\frac{\mathrm{d}S'}{r^2}$$

其中立体角

$$\frac{\mathrm{d}S'}{r^2} = \mathrm{d}\Omega$$

$$\Phi_{\mathrm{e}} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\oint \mathrm{d}\Omega = \frac{q}{\varepsilon_0}$$



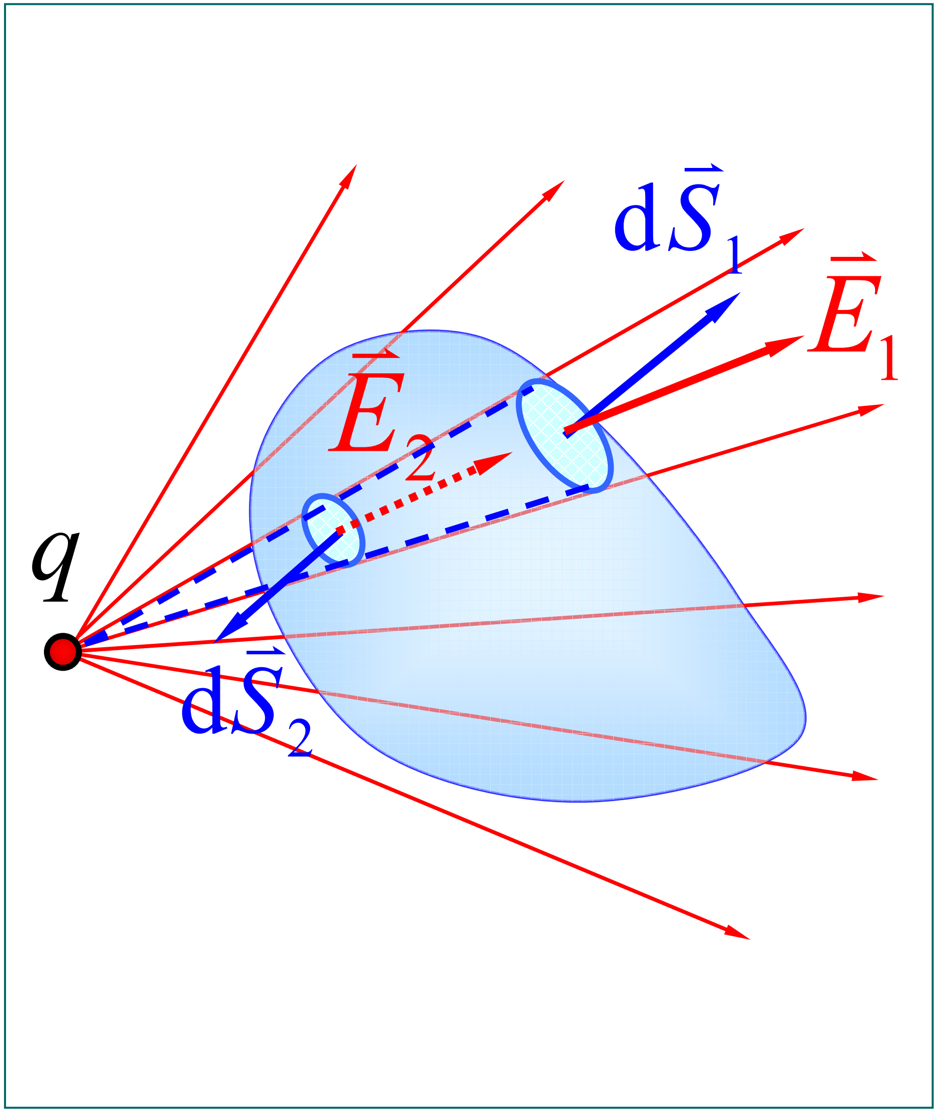
- 点电荷在封闭曲面之外

$$\mathrm{d}\Phi_1 = \vec{E}_1 \cdot \mathrm{d}\vec{S}_1 > 0$$

$$\mathrm{d}\Phi_2 = \vec{E}_2 \cdot \mathrm{d}\vec{S}_2 < 0$$

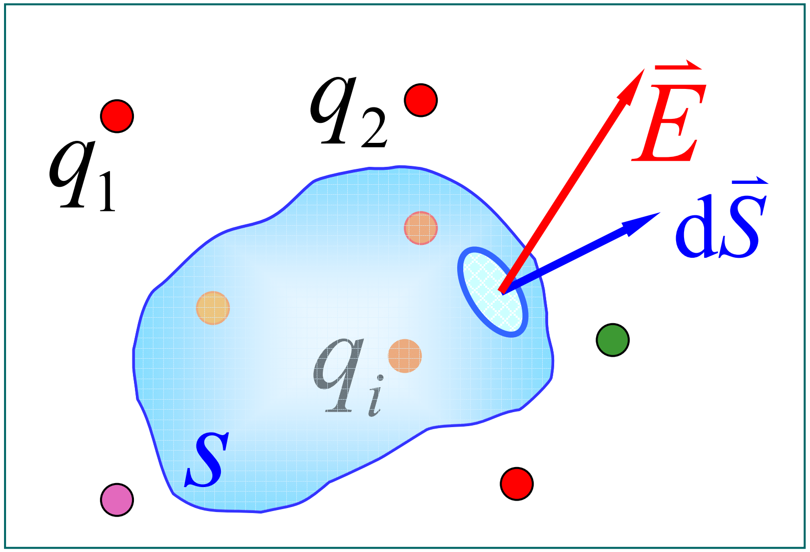
$$\mathrm{d}\Phi_1 + \mathrm{d}\Phi_2 = 0$$

$$\oint_S \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = 0$$



- 由多个点电荷产生的电场

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \cdots$$



$$\Phi_{\mathrm{e}} = \oint_S \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = \oint_S \sum_i \vec{E}_i \cdot \mathrm{d}\vec{S}$$

$$= \sum_{i(\text{内})} \oint_S \vec{E}_i \cdot \mathrm{d}\vec{S} + \sum_{i(\text{外})} \oint_S \vec{E}_i \cdot \mathrm{d}\vec{S}$$

$$\because \sum_{i(\text{外})} \oint_S \vec{E}_i \cdot \mathrm{d}\vec{S} = 0$$

$$\therefore \Phi_{\mathrm{e}} = \sum_{i(\text{内})} \oint_S \vec{E}_i \cdot \mathrm{d}\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum_{i(\text{内})} q_i$$

高斯定理的物理意义

高斯定理是电磁场的基本定理之一，普遍成立。

1）高斯面上的电场强度为所有内外电荷的总电场强度.

2）高斯面为封闭曲面.

3）穿进高斯面的电场强度通量为负，穿出为正.

4）仅高斯面内的电荷对高斯面的电场强度通量有贡献.

5）静电场是有源场.

✸Cavendish用高斯定律来证明库仑定律的平方反比关系。这说明它们不是相互独立的定律，而是用不同形式表示的电场与场源电荷关系的同一客观规律。

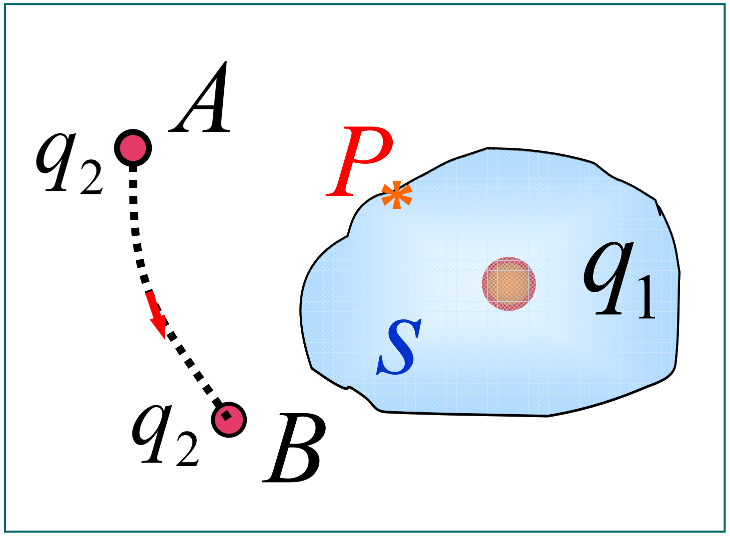
对于静止电荷的电场，库仑定律和高斯定理等价; 运动电荷的电场，库仑定律不再正确，而高斯定律仍然有效。

讨论

◆ 将 q_2 从 A 移到 B

点 P 电场强度是否变化?

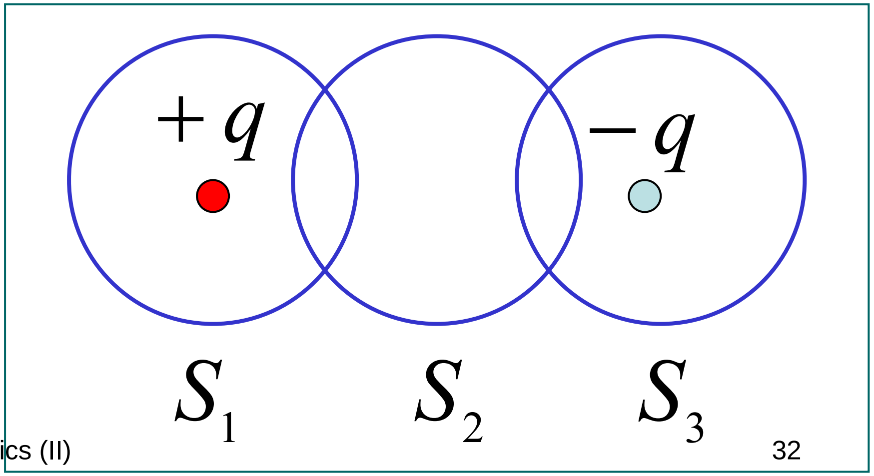
穿过高斯面 S 的 Φ_e 有否变化?



◆ 在点电荷 $+q$ 和 $-q$ 的静电场中，做如下的三个闭合面 S_1, S_2, S_3，求通过各闭合面的电通量 .

$$\Phi_{e1} = \oint_{S_1} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

$$\Phi_{e2} = 0 \qquad \Phi_{e3} = \frac{-q}{\varepsilon_0}$$



§ 1.3.3 高斯定理的应用

对电荷分布高对称情况，借助高斯定理，使求电场分布更简单。

具体步骤：

1. 从源电荷的对称性分析场的对称性；
2. 作适当的高斯面；
3. 求出高斯面所包围电荷的电量；
4. 按高斯定理计算场强的大小。

Conditions for a Gaussian Surface

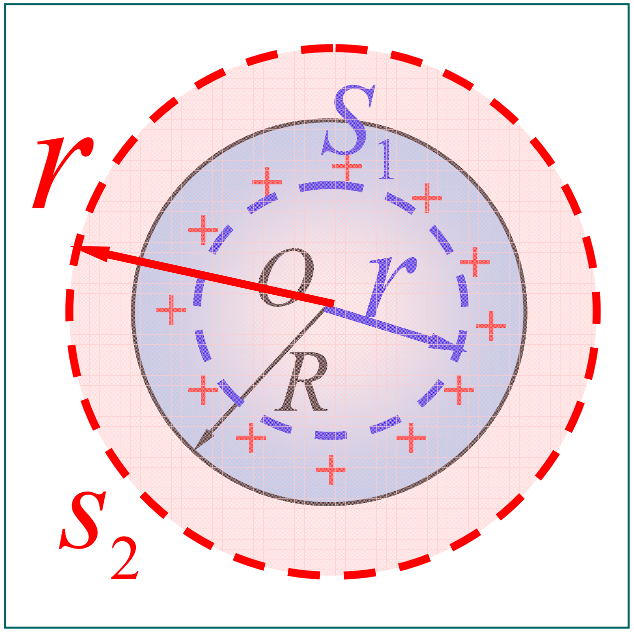
- To use Gauss's law, you want to choose a gaussian surface over which the surface integral can be simplified and the electric field determined
- Take advantage of symmetry
- **Remember, the gaussian surface is a surface you choose, it does not have to coincide with a real surface**

Try to choose a surface that satisfies one or more of these conditions:

- The value of the electric field can be argued from symmetry to be constant over the surface
- The dot product of $\mathbf{E} \cdot d\mathbf{S}$ can be expressed as a simple algebraic product EdS because $\mathbf{E}$ and $d\mathbf{S}$ are parallel
- The dot product is 0 because $\mathbf{E}$ and $d\mathbf{S}$ are perpendicular
- The field can be argued to be zero over the surface

例1　均匀带电球壳的电场强度

一半径为R，均匀带电 Q 的薄球壳．求球壳内外任意点的电场强度.



解（1）$0 < r < R$

$$\oint_{S_1} \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = 0$$

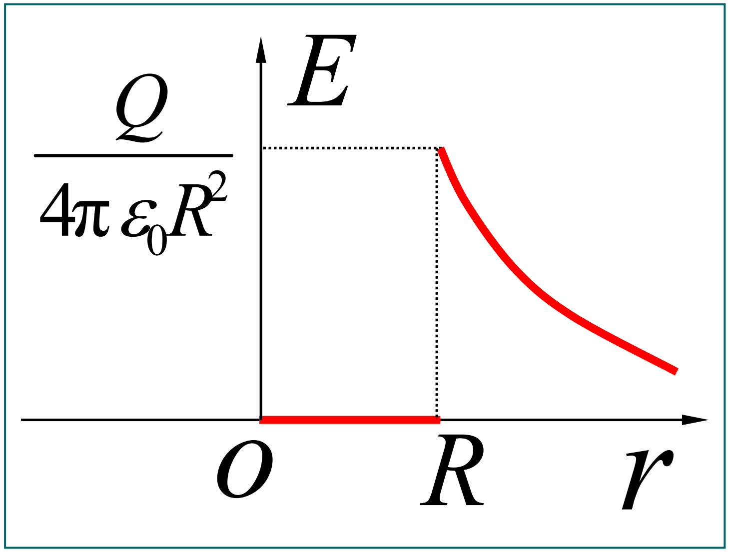
$$\boxed{\vec{E} = 0}$$

（2）$r > R$

$$\oint_{S_2} \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

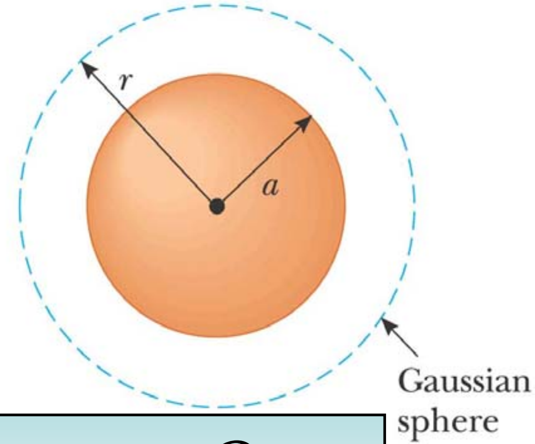
$$4\pi r^2 E = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

$$\boxed{E = \frac{Q}{4\pi \varepsilon_0 r^2}}$$



例2　均匀带电球体的电场强度

1) Select a sphere as the gaussian surface for $r > a$



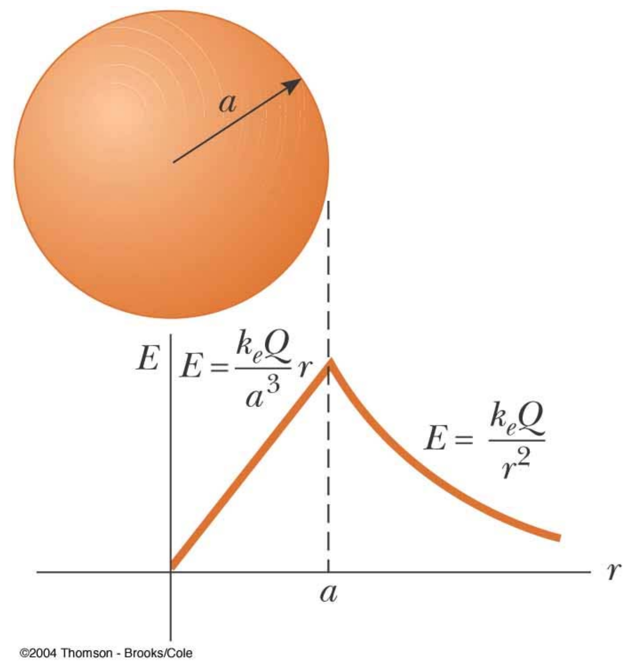
$$\oint_{S_1} \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = \frac{Q}{\varepsilon_0} \qquad 4\pi r^2 E = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

$$\boxed{E = \frac{Q}{4\pi \varepsilon_0 r^2}}$$

2）Select a sphere as the gaussian surface, $r < a$

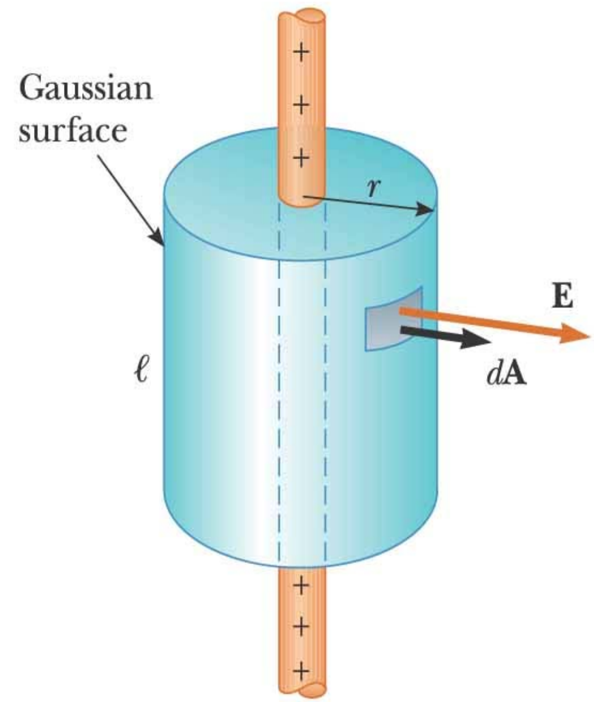
- $q_{\text{in}} < Q$
- $q_{\text{in}} = Q\,(r/a)^3$

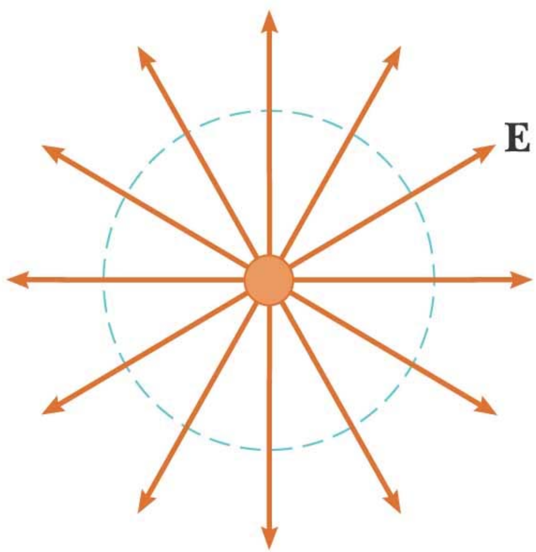
$$\oint_{S_2} \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = \frac{q_{in}}{\varepsilon_0} \qquad \boxed{E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 a^3} r}$$



例3 Field at a Distance from a Line of Charge

- Select a cylindrical charge distribution
  - The cylinder has a radius of *r* and a length of *ℓ*
- **E** is constant in magnitude and perpendicular to the surface at every point on the curved part of the surface



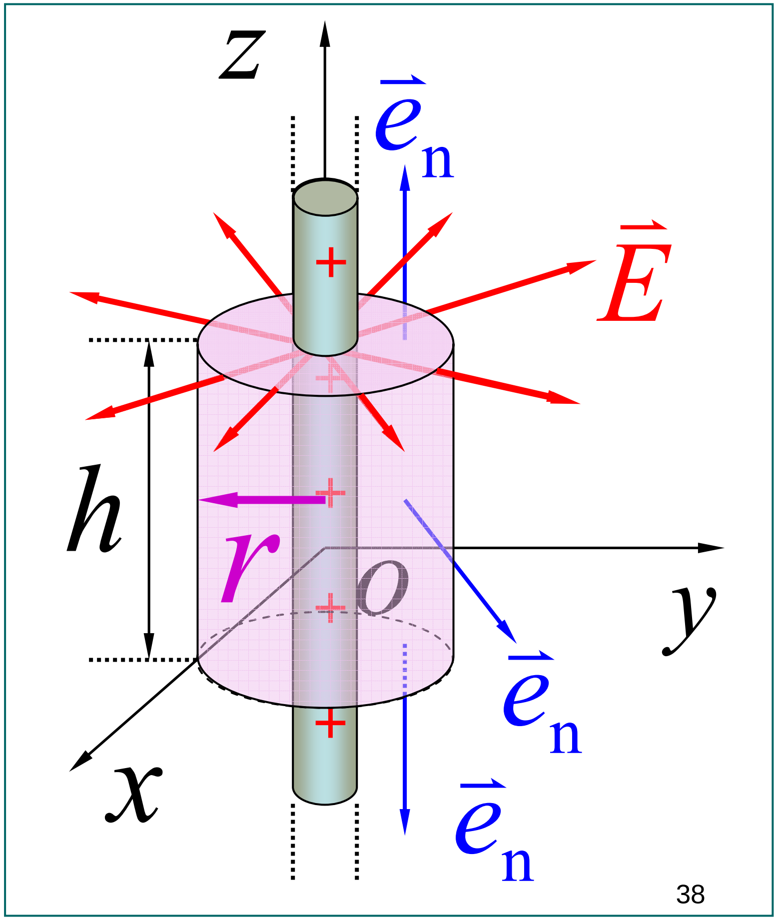


(b)

- The end view confirms the field is perpendicular to the curved surface
- The field through the ends of the cylinder is 0 since the field is parallel to these surfaces

例3 无限长均匀带电直线的电场强度

无限长均匀带电直线，单位长度上的电荷，即电荷线密度为 λ，求距直线为 r 处的电场强度.



解 对称性分析：**轴对称**

选取闭合的柱形高斯面

$$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} =$$

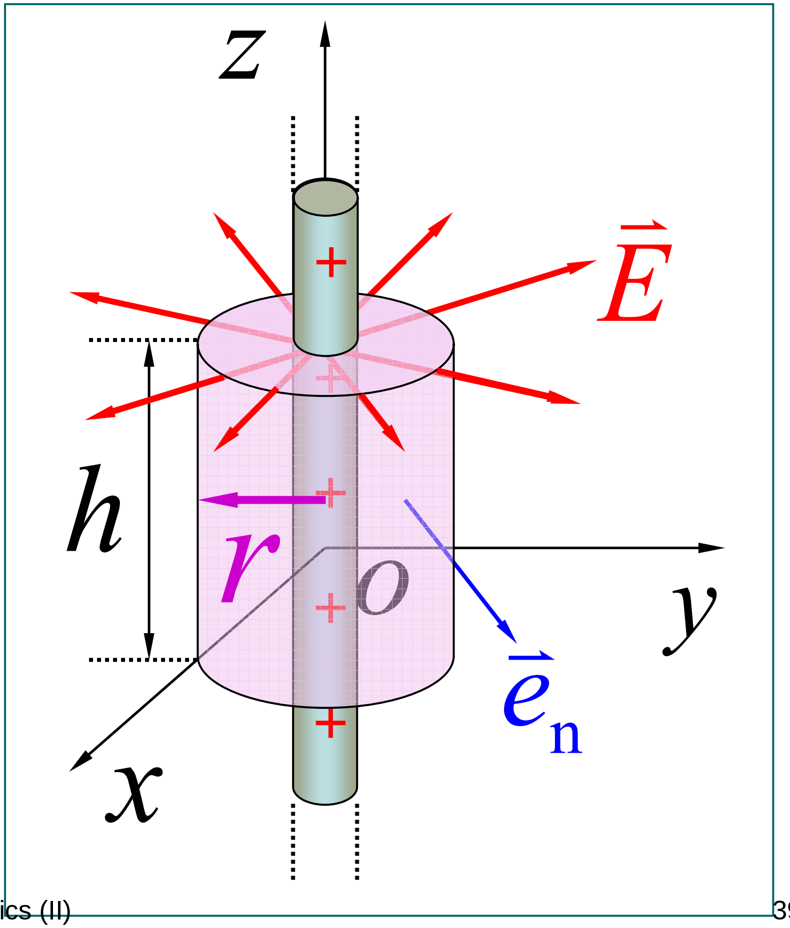
$$\int_{s(\text{柱面})} \vec{E}\cdot d\vec{S} + \int_{s(\text{上底})} \vec{E}\cdot d\vec{S} + \int_{s(\text{下底})} \vec{E}\cdot d\vec{S}$$

$$= \int_{s(\text{柱面})} \vec{E}\cdot d\vec{S}$$

$$\oint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = \int_{s(柱面)} E\mathrm{d}S = \frac{\lambda h}{\varepsilon_0}$$

$$2\pi\, rhE = \frac{\lambda h}{\varepsilon_0}$$

$$\boxed{E = \frac{\lambda}{2\pi\,\varepsilon_0 r}}$$



例4　无限大均匀带电平面的电场强度

无限大均匀带电平面，单位面积上的电荷，即电荷面密度为 σ，求距平面为 r 处的电场强度.

解 对称性分析：$\vec{E}$ 垂直平面

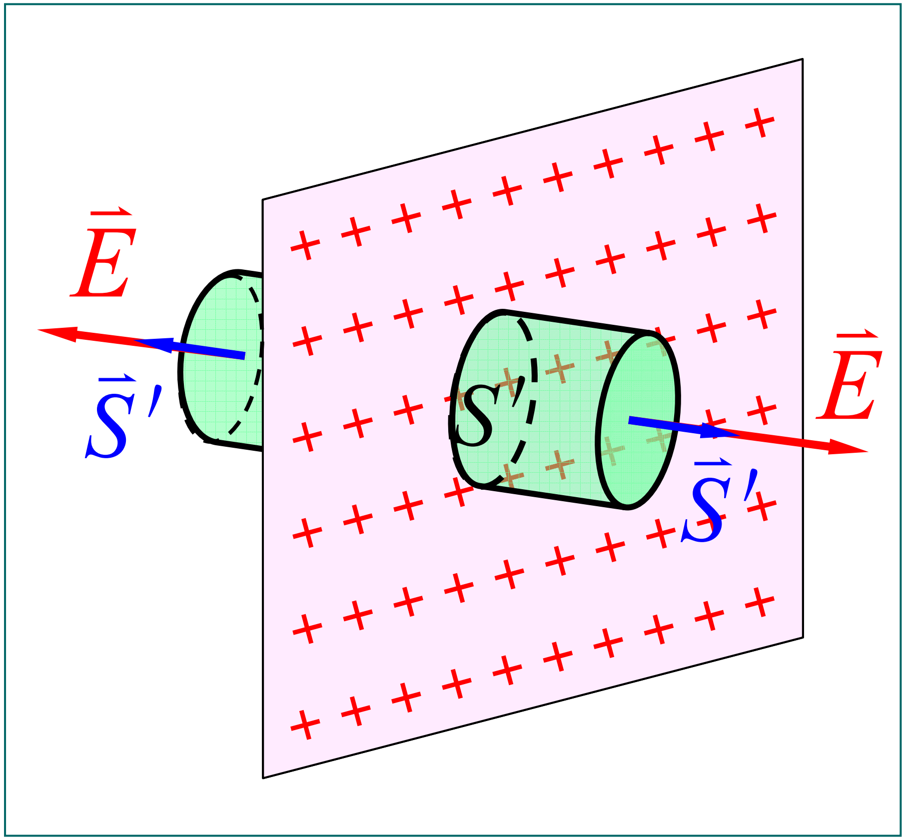
选取闭合的柱形高斯面

$$\oint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = \frac{\sigma S'}{\varepsilon_0}$$

底面积

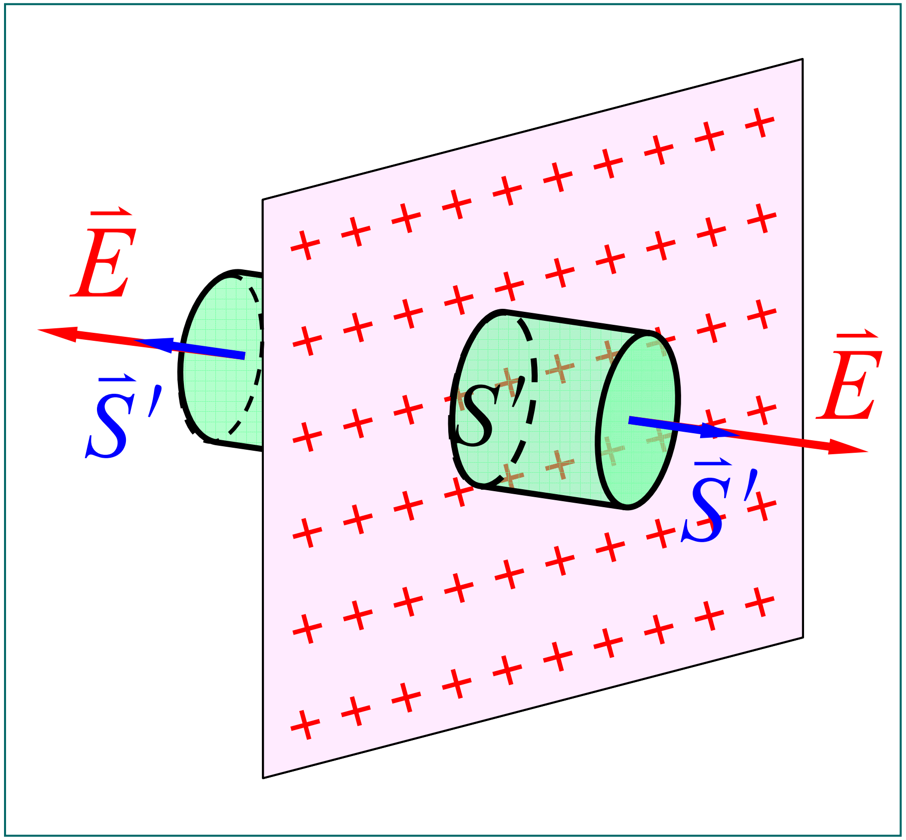
$$2S'E = \frac{\sigma S'}{\varepsilon_0}$$

$$\boxed{E = \sigma/2\varepsilon_0}$$

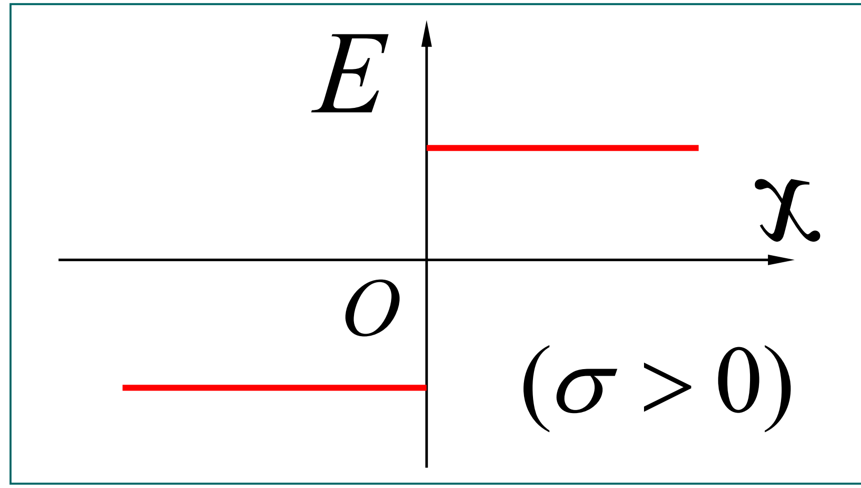


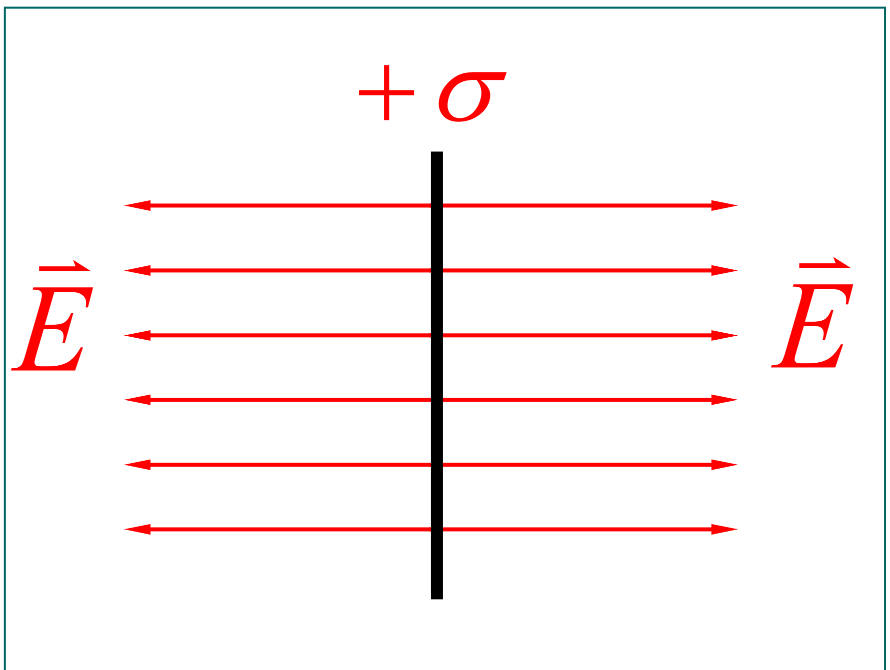
Field Due to a Plane of Charge

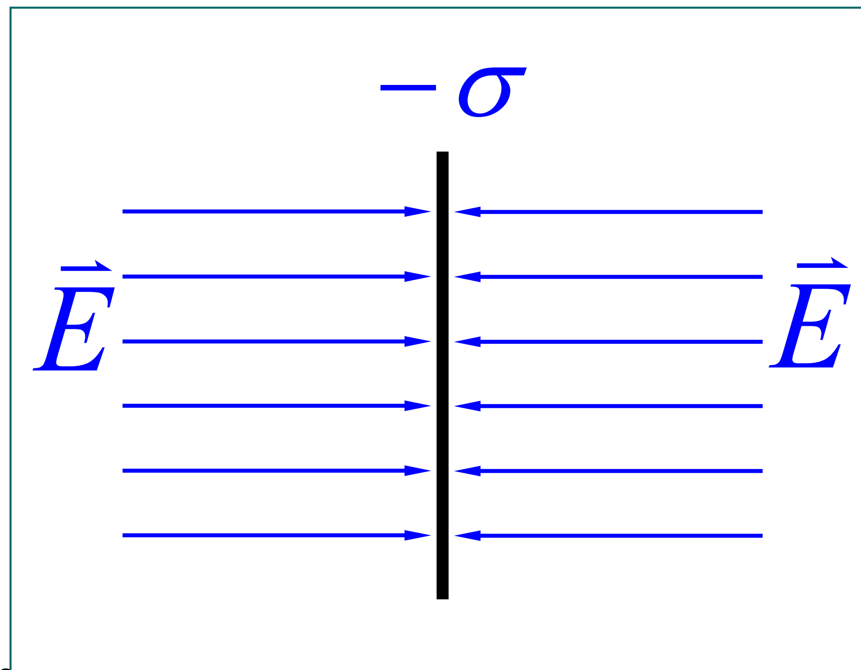
- **E** must be perpendicular to the plane and must have the same magnitude at all points equidistant from the plane
- Choose a small cylinder whose axis is perpendicular to the plane for the gaussian surface
- **E** is parallel to the curved surface and there is no contribution to the surface area from this curved part of the cylinder
- The flux through each end of the cylinder is *ES* and so the total flux is 2*ES*



$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

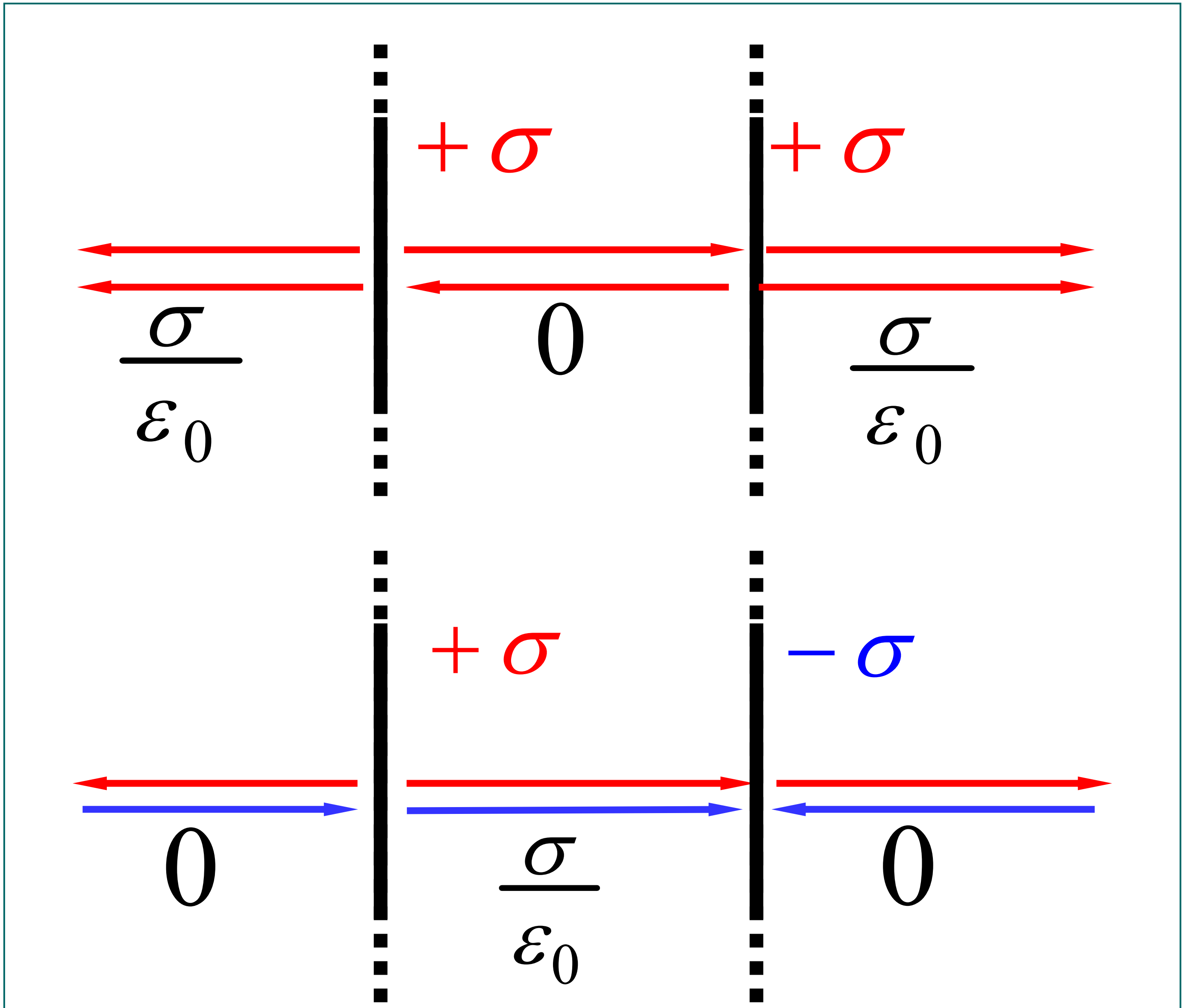






推广

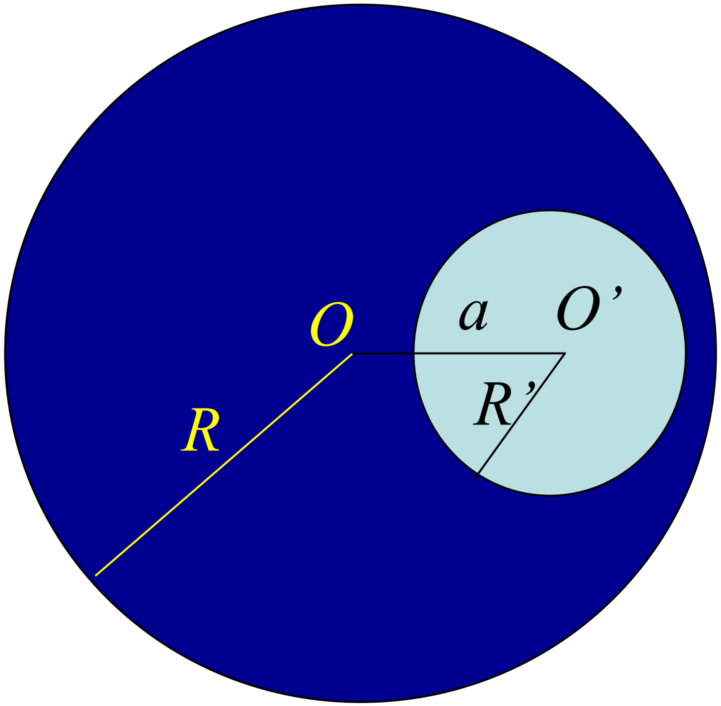
无限大带电平面的电场叠加问题



平行板间电场

复旦大学物理教学实验中心

例5 (p.27)



[余略]

作业:

(Due date: Mar. 8)

1.14, 1.16

关于PPT课件,

http://phylab.fudan.edu.cn/doku.php?id=home:mashihong

"讲座讲义下载"栏目

Sorry for keeping you waiting.