АРХИВ НОМЕРОВ Кванта

О проекте

Научно-популярный
физико-математический журнал
"Квант"
(издается с января 1970 года)

МЦНМО
Редакция журнала "Квант"

Майер В., **Отверстие - линза**

ЛАБОРАТОРИЯ «КВАНТА»

ОТВЕРСТИЕ – ЛИНЗА

В. В. Майер

Дифракция света на круглом отверстии

Наблюдая дифракцию света на прорезанном в непрозрачном экране круглом отверстии, можно заметить ряд интереснейших закономерностей *). Если расстояние от отверстия до плоскости наблюдения невелико, то дифракционная картина представляет собой семейство концентрических светлых и темных колец, в центре которого может находиться как светлое, так и темное пятно. Будем увеличивать расстояние между отверстием и плоскостью наблюдения. Общий характер картины сохраняется, но в центре последовательно сменяются светлые и темные пятна. При еще большем увеличении расстояния до плоскости наблюдения в центре дифракционной картины появляется и при дальнейшем удалении остается светлое пятно (рис. 1).

Все эти закономерности можно объяснить, воспользовавшись методом построения зон Френеля.

Будем считать, что точечный источник света S находится в бесконечности; так что к экрану $Э_1$ с круглым отверстием приходит плоская световая волна, параллельная плоскости экрана (рис. 2). Нам нужно оценить освещенность центральной точки A дифракционной картины, получающейся на экране $Э_2$.

Всю площадь отверстия разобьем на такие кольцевые зоны, чтобы расстояния AB_1, AB_2, ..., AB_k удовлетворяли условию:

$$AB_1 - AO = AB_2 - AB_1 = \ldots$$
$$\ldots = AB_k - AB_{k-1} = \frac{\lambda}{2},$$

где λ — длина волны падающего света.

*) Метод наблюдения дифракции света на круглом отверстии описан в статье

на другом отверстии описан в статье Г. И. Косоурова «Шарик вместо линзы» («Квант» № 9, 1970).

Это означает, что волны, приходящие в точку A с границ соседних

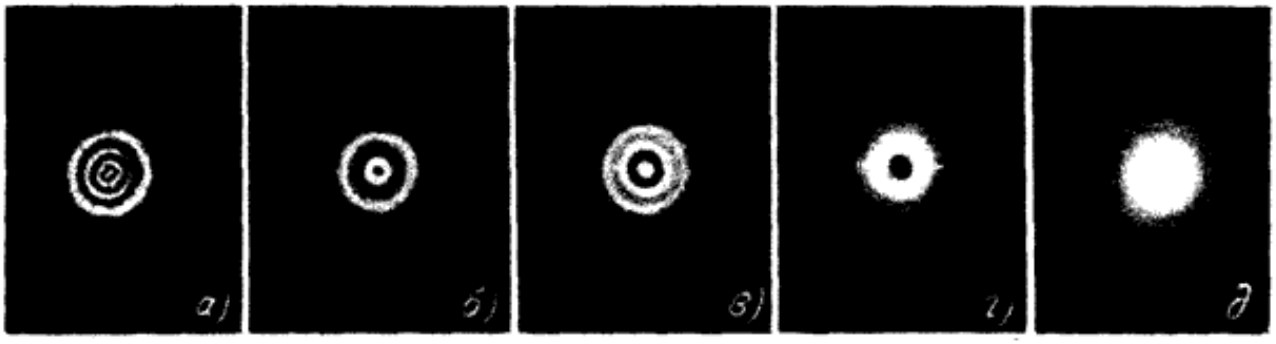


Рис. 1. Распределение освещенности при дифракции света на круглом отверстии.
а) Расстояние от отверстия до плоскости наблюдения минимально; заметны неправильности дифракционной картины, обусловленные неровностями края отверстия.
б, в, г) При увеличении расстояния до плоскости наблюдения в центре дифракционной картины последовательно сменяются светлые и темные пятна.
д) При дальнейшем увеличении расстояния в центре остается светлое пятно.

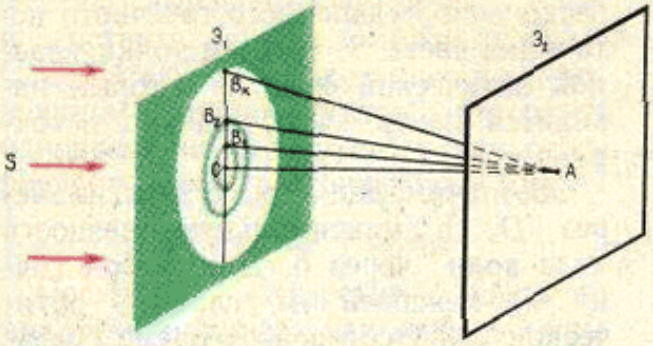


Рис. 2. Построение зон Френеля.

зон, имеют разность хода $\lambda/2$, то есть находятся в противофазе. Тогда для каждой точки любой зоны найдется такая точка соседней зоны, что волны из этих точек приходят в центр дифракционной картины в противофазе. Зоны, построенные таким образом, носят название зон Френеля.

Колебания, вызываемые в точке A волнами, идущими из двух соседних зон, взаимно компенсируются.

Ясно, что если отверстие открывает четное число зон Френеля, то в точке A амплитуда результирующего колебания будет минимальна, а значит, минимальна будет и освещенность экрана $Э_2$ в этой точке. Максимальной освещенность точки A будет в этих распределений можно считать изображением светящейся точки с бо́льшим основанием? Конечно то, которое больше всего напоминает саму светящуюся точку, то есть такое, в котором центральное светлое пятно имеет наибольшую освещенность, а окружающие его светлые кольца — наименьшую.

Такое распределение освещенности будет на плоскости, бесконечно удаленной от отверстия. Действительно, в бесконечно удаленную точку, лежащую на оси отверстия, все волны, идущие от источника света (также лежащего в бесконечности), приходят в фазе, и их амплитуды в этой точке в результате интерференции суммируются. Во все другие точки оси отверстия волны от источника света приходят уже с некоторой разностью хода, так что интенсивность света в них меньше, чем могла бы быть, если бы волны приходили в них в фазе. Раз интенсивность в центральной точке дифракционной картины стала меньше, то согласно закону сохранения энергии интенсивность света в окружающих ее кольцах возросла. А это

том случае, если отверстие открывает нечетное число зон. Именно поэтому при удалении плоскости наблюдения от экрана с отверстием темные и светлые пятна в центре дифракционной картины последовательно сменяют друг друга.

Оптическое изображение

Проколите в одной из стенок непрозрачной коробки небольшое отверстие, а противоположную стенку замените хорошо натянутой папиросной бумагой (или, еще лучше, матовым стеклом). У вас получилась камера-обскура — простейший прибор, дающий изображения предметов, прибор, в котором изображение создается круглым отверстием.

Но ведь отверстие не может дать иного распределения освещенности на плоскости наблюдения, кроме того, которое получается в результате дифракции света. Какое же из означает, что изображение точечного источника света ухудшилось.

Итак, наилучшее изображение светящейся точки, создаваемое отверстием, есть дифракционная картина, в центре которой находится светлое пятно, причем разность хода волн, приходящих в центр этого пятна, равна нулю.

Но это идеальный случай. Практически волны в центр изображения всегда приходят с некоторой разностью хода. Каким должно быть максимальное значение этой разности хода, чтобы изображение можно было считать не слишком отличающимся от идеального? Сразу можно сказать, что максимальная разность хода не должна превышать половины длины волны, потому что в этом случае отверстие открывает не более одной зоны Френеля, и интенсивность света в центре дифракционной картины много больше, чем в окру-

жающих его кольцах. В центре картины получается светлое пятно. Но физики несколько более строго относятся к подобным вещам. Поэтому они согласились с предложением Рэлея *) считать изображение не слишком сильно отличающимся от идеального, если максимальная разность хода волн, идущих из источника в центр изображения, не превышает четверти длины волны. Это предложение получило название критерия Рэлея.

Интересно, что в том случае, когда отверстие открывает ровно одну зону Френеля, яркость пятна в центре картины в четыре раза больше, чем при отсутствии экрана.

Фокусы круглого отверстия

Поскольку отверстие дает изображение, мы вправе ввести для него понятия, аналогичные тем, которые вводятся при изучении идеальной бесконечно удаленного точечного источника света S. Найдем точки главной оптической оси, в которых находится центр изображения источника света.

Обозначим диаметр отверстия через D, а максимальную разность хода волн через δ. Для любой точки x, лежащей на главной оптической оси, согласно теореме Пифагора можно записать:

$$\left(\frac{D}{2}\right)^2 = (x+\delta)^2 - x^2,$$

или

$$\frac{D^2}{4} = 2\delta x + \delta^2.$$

Величина δ^2 мала по сравнению с остальными величинами, входящими в эту формулу, можно ею пренебречь. Тогда

$$x = \frac{D^2}{8\delta}. \qquad (1)$$

линзы. Будем называть оптическим центром O круглого отверстия его центр, а главной оптической осью X — прямую, проходящую через оптический центр отверстия перпендикулярно плоскости непрозрачного экрана $Э$ (рис. 3).

Пусть на прорезанное в непрозрачном экране $Э$ круглое отверстие падает плоская световая волна от

*) Лорд Рэлей (1842—1919) — выдающийся английский физик, основные работы которого посвящены изучению колебаний и волн различной природы.

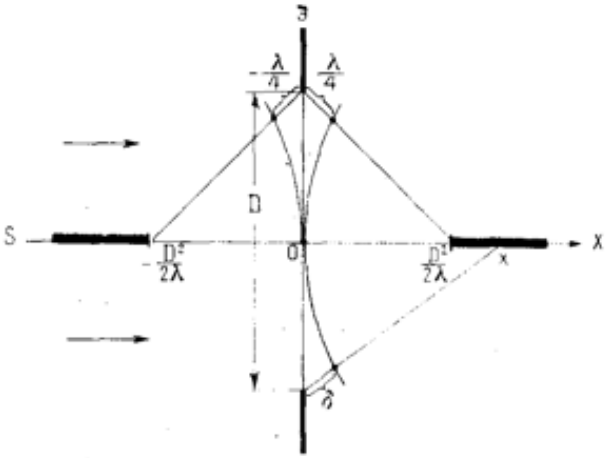


Рис. 3. Фокусы круглого отверстия.

Согласно критерию Рэлея максимальная разность хода δ не должна превышать четверти длины волны, то есть $0 \leqslant \delta \leqslant \frac{\lambda}{4}$. Подставляя эти значения δ в формулу (1), получим

$$\frac{D^2}{2\lambda} \leqslant x < \infty. \qquad (2)$$

Однако критерием Рэлея определяется не только множество точек (2), но еще и симметрично расположенное ему относительно центра отверстия множество точек (см. рис. 3),

$$-\infty < x \leqslant -\frac{D^2}{2\lambda}. \qquad (3)$$

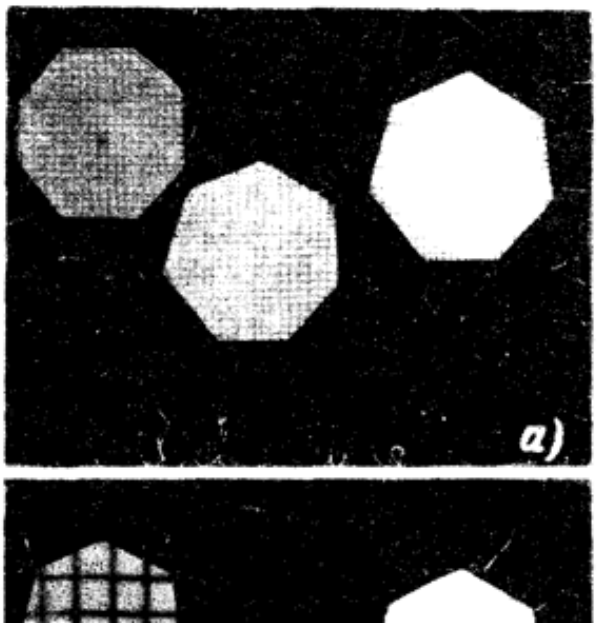
Оба множества точек — это изображения бесконечно удаленного источника света, лежащего на главной оптической оси отверстия. Но такие точки принято называть фокусами системы. Таким образом, множества точек (2) и (3) есть не что иное, как фокусы круглого отверстия!

У собирающей линзы фокус действительный (фокусное расстояние положительно), а у рассеивающей — мнимый (фокусное расстояние отрицательно). Отверстие же, как показывают выражения (2) и (3), имеет и действительный, и мнимый фокусы. Следовательно, прорезанное в непрозрачном экране круглое отверстие одновременно действует и как собирающая, и как рассеивающая линза!

Отверстие — лупа

Поскольку отверстие действует аналогично линзе, для него должны быть справедливы все формулы, выведенные для идеальной линзы, только вместо значения фокусного расстояния линзы нужно подставить множество значений фокусных расстояний круглого отверстия.

Хорошо известно, что увеличение N



линзы, когда она используется в качестве лупы, определяется формулой $N=\frac{250}{f}$, где f — фокусное расстояние линзы, выраженное в миллиметрах.

Из формулы (2) видно, что минимальное значение фокусного расстояния круглого отверстия, действующего как собирающая линза, равно $f'=\frac{D^2}{2\lambda}$. Следовательно, при использовании отверстия в качестве лупы максимальное увеличение составит

$$N=\frac{500\lambda}{D^2}. \qquad (4)$$

Положим, что длина волны света $\lambda=6\cdot10^{-4}$ *мм*, и выберем два значения диаметра отверстия: $D_1=0{,}1$ *мм* и $D_2=0{,}2$ *мм*. Подставляя эти значения в формулу (4), получим, что максимальное увеличение, которое можно получить с отверстием диаметром 0,1 *мм*, — 30, а с отверстием диаметром 0,2 *мм* — 7,5!

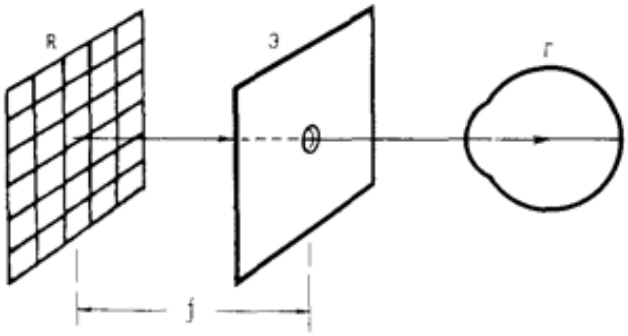


Рис. 4.

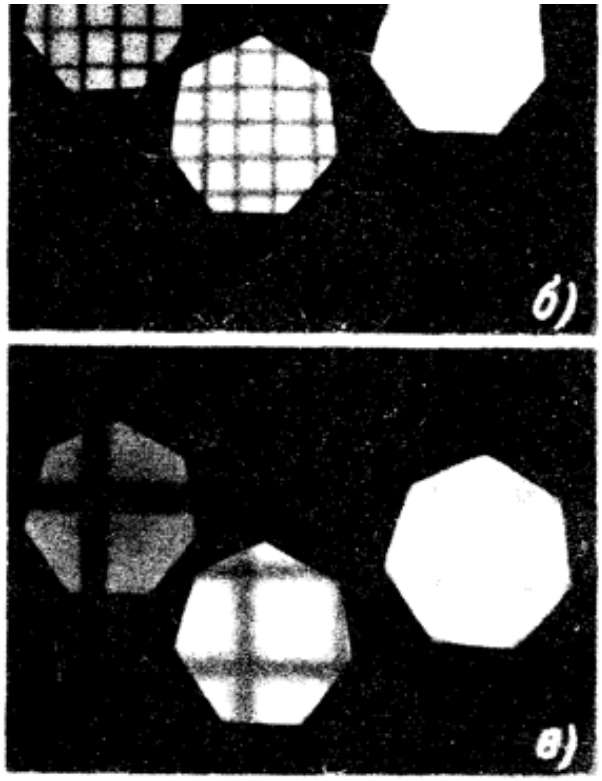


Рис. 5. В качестве лупы использовались проколотые в листочке фольги отверстия диаметром 0,2; 0,3 и 0,4 мм. В качестве объекта была использована сетка с размером ячеек 0,5×0,5 мм.

а) Расстояние до сетки 140 мм. Отверстия дают практически одинаковые изображения.

б) Расстояние до сетки 30 мм. Наилучшие изображения дают отверстия 1 и 2.

в) Расстояние до сетки 10 мм. Наилучшее изображение дает отверстие 1, имеющее наименьший диаметр.

Это можно проверить. Проколите иглой в листочке станиолевой фольги ряд отверстий последовательно уменьшающегося диаметра. Сделать это нужно по возможности аккуратно. Отверстия должны быть близки к круглым, для этого при прокалывании отверстий в фольге осторожно поворачивайте иглу.

Сядьте перед окном и смотрите на небо (можно смотреть на любую

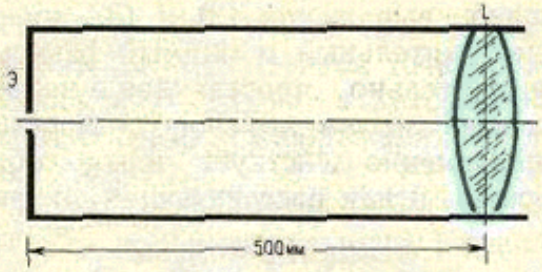


Рис. 6.

на небо (можно смотреть на облака) достаточно сильно и равномерно освещенную поверхность, например, на побеленную стену, лист белой бумаги). Близко к зрачку глаза *Г* (рис. 4) расположите листок фольги (экран *Э*) с одним из проколотых вами отверстий. На вытянутой руке перед глазом держите какой-нибудь небольшой предмет *R* (иглу, металлическую сетку с размером ячеек около 0,5×0,5 *мм*, редкую ткань) и приближайте этот предмет к глазу.

Начиная с расстояния между предметом и глазом меньше 250 *мм* и до расстояния, равного минимальному фокусному расстоянию отверстия, будет видно достаточно резкое увеличенное изображение предмета. Если вы придвините предмет еще ближе к глазу, изображение станет нерезким. Однако, поместив перед глазом отверстие меньшего диаметра, вы опять получите резкое, еще более увеличенное изображение предмета (рис. 5).

Попробуйте проделать опыт со всеми изготовленными вами отверстиями.

«Дырочная» зрительная труба

На рисунке 6 показана оптическая схема «дырочной» зрительной трубы, в которой объективом является проколотое в листе фольги круглое отверстие, а окуляром — лупа с фокусным расстоянием примерно 2—5 *см*. Светосила «объектива» такой зрительной трубы мала, поэтому в нее можно рассматривать только очень яркие предметы, например, нить электрической лампы накаливания.

Изготовив «дырочную» зрительную трубу, вы обнаружите, что она может быть использована и в качестве микроскопа, и в качестве телескопа! Чтобы «дырочная» зрительная труба работала как микроскоп, достаточно приблизить предмет к ее «объективу». Если предмет удален от «объектива», то зрительная труба работает как телескоп (рис. 7).

Действительный и мнимый фокусы отверстия

Убедившись, что отверстие действует как собирающая линза, проверим, верно ли, что оно действует и как рассеивающая линза.

Отверстие, прорезанное в непрозрачном экране $Э_1$, создает действительное перевернутое R_1 и мнимое прямое R_2 изображения предмета *R* (рис. 8). Изображения этих изображений с помощью линзы *L* можно получить на белом экране $Э_2$.

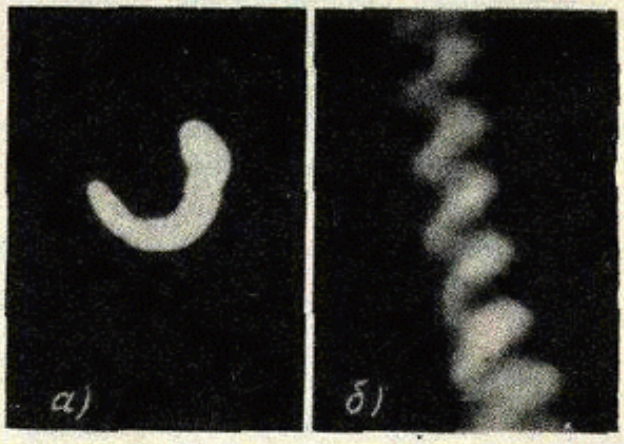
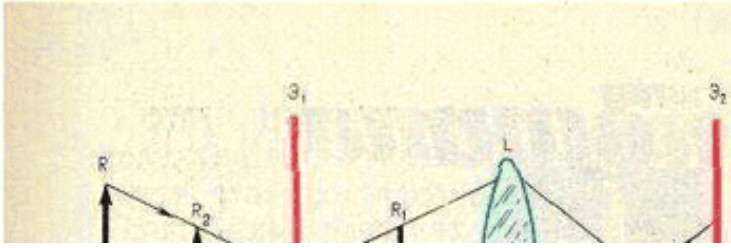


Рис. 7. Изображение нити электрической лампы, полученное с помощью «дырочной» зрительной трубы:

а) расстояние от лампы до «объектива» 2 м,

б) расстояние от спирали той же самой лампы до «объектива» 60 мм.



(рис. 9, *б*), и, наконец, изображение созданного отверстием мнимого изображения R_2 предмета (рис. 9, *в*). В первом случае на экране $Э_2$ вы получите прямое изображение предме

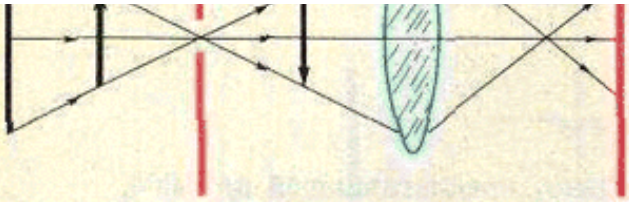


Рис. 8.

В качестве предмета R можно использовать светящуюся нить электрической лампы. Лампу следует поместить в коробку, в одной из стенок коробки проделать отверстие диаметром 40—80 *мм*. На расстоянии метра от лампы нужно поставить непрозрачный экран (например, лист фанеры) с отверстием диаметром около 10 *мм*. Это отверстие следует перекрывать листочком фольги с проколотым в нем отверстием (экран $Э_1$). Для опыта можно использовать линзу L с фокусным расстоянием 5—10 *см*. Белый экран $Э_2$ (лист плотной белой бумаги) находится на расстоянии 1—2 метра от экрана $Э_1$.

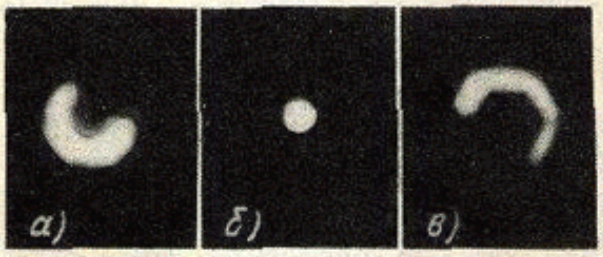


Рис. 9.

Линзу L в начале опыта отодвиньте от экрана $Э_1$ на расстояние, превышающее сумму фокусных расстояний отверстия и линзы, а затем придвигайте ее к экрану $Э_1$. На белом экране $Э_2$ вы будете наблюдать изображение созданного отверстием действительного изображения R_1 предмета (рис. 9, *а*), затем — резкое изображение отверстия в экране $Э_1$ получите прямое изображение предмета R, в последнем — перевернутое.

Вместо того, чтобы приближать линзу L к экрану $Э_1$, можно перемещать экран $Э_2$.

Проделанный опыт показал, что отверстие дает действительное и мнимое изображения предмета, то есть действует одновременно и как собирающая, и как рассеивающая линзы. Можно ли этой удивительнейшей способностью отверстия воспользоваться на практике?

Упражнения

1. Для идеальной линзы справедлива формула

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f},$$

где a — расстояние от предмета до линзы, b — расстояние от линзы до изображения и f — фокусное расстояние линзы. Пользуясь критерием Рэлея, выведите аналогичную формулу для круглого отверстия. (Точечный источник света находится на главной оптической оси на расстоянии a от отверстия.)

2. Предмет находится на конечном расстоянии от отверстия. Где находится наилучшее изображение предмета, создаваемое отверстием, и что оно собой представляет?

3. Длина тубуса «дырочной» зрительной трубы (расстояние между ее «объективом» и передней фокальной плоскостью окуляра) равна 500 *мм*. Каково максимальное значение диаметра отверстия «объектива», если трубу предполагается использовать в качестве телескопа?

4. «Дырочную» зрительную трубу предполагают использовать в качестве микроскопа. Длина тубуса трубы 500 *мм*, а расстояние от предмета до «объектива» 50 *мм*. Каково максимальное значение диаметра отверстия «объектива»? Объясните, почему «дырочную» зрительную трубу с тем же значением диаметра отверстия объектива можно использовать и в качестве телескопа.

5. Вам очень не хочется ставить довольно сложный опыт, описанный в статье, чтобы подтвердить существование одновременно действительного и мнимого изображений предмета. Придумайте (и поставьте) более простой опыт.

Copyright ©1996-2002 МЦНМО

Пишите нам: kvant@mccme.ru
Проект осуществляется при поддержке Московского комитета образования, Московского Института Открытого Образования, Электронного журнала "Курьер образования"