

# 锁相放大器及其应用

---

黄凌浩16307110142

俸昊嵘16307110262

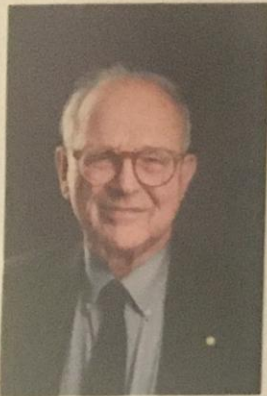
# 目录

---

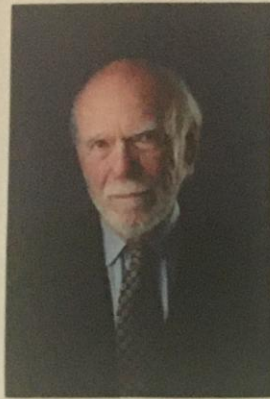
1. 弱信号测量与噪声
2. 锁相放大器的原理
3. 应用
  - 强噪声下检测微弱信号
  - 微小阻抗测量
  - 微弱信号多谐波测量
  - 变容二极管结电容测量
  - 电阻热噪声测量

# 探测微弱信号的重要性不言而喻

## Nobel Prize in Physics for 2017: Finding Ripples in Time and Space – *Observing Gravitational Waves*



Rainer Weiss  
LIGO/VIRGO Collaboration,  
Massachusetts Institute of Technology  
(MIT), Cambridge, MA, USA



Barry C. Barish  
LIGO/VIRGO Collaboration,  
California Institute of  
Technology (Caltech),  
Pasadena, CA, USA



Kip S. Thorne  
LIGO/VIRGO Collaboration,  
California Institute of Technology  
(Caltech), Pasadena, CA, USA

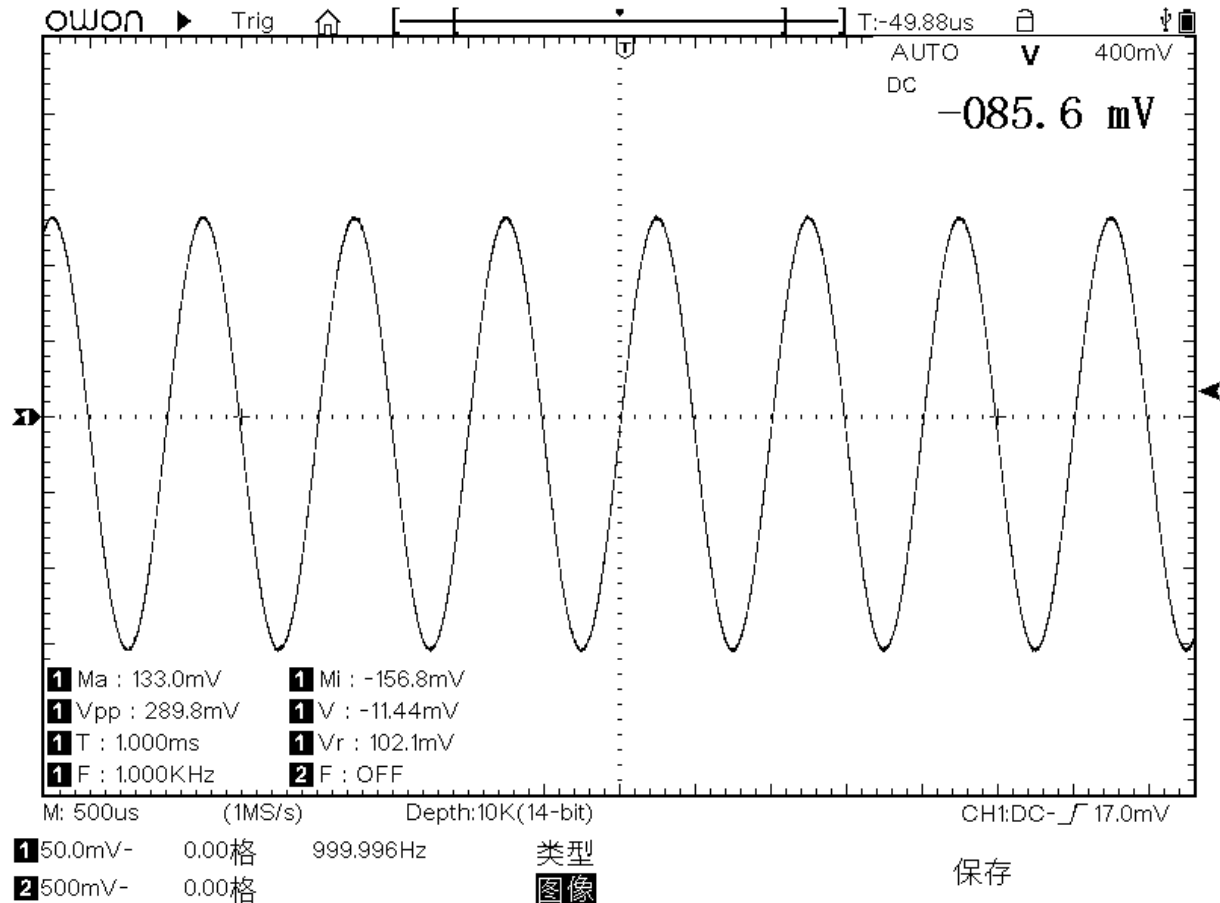
In the mid-1970s, Rainer Weiss had already analysed possible sources of background noise that would disturb measurements, and had also designed a detector, a laser-based interferometer, which would overcome this noise. Early on, both Kip Thorne and Rainer Weiss were firmly convinced that gravitational waves could be detected and bring about a revolution in our knowledge of the universe.

Gravitational waves spread at the speed of light, filling the universe, as Einstein described in general theory of relativity. They are always created when a mass accelerates, like when a pair of black holes rotate around each other. The LIGO project's achievement was using a pair of gigantic laser interferometers to measure a change thousands of times smaller than an atomic nucleus, as the gravitational wave passed the Earth.

So far all sorts of electromagnetic radiation and particles have

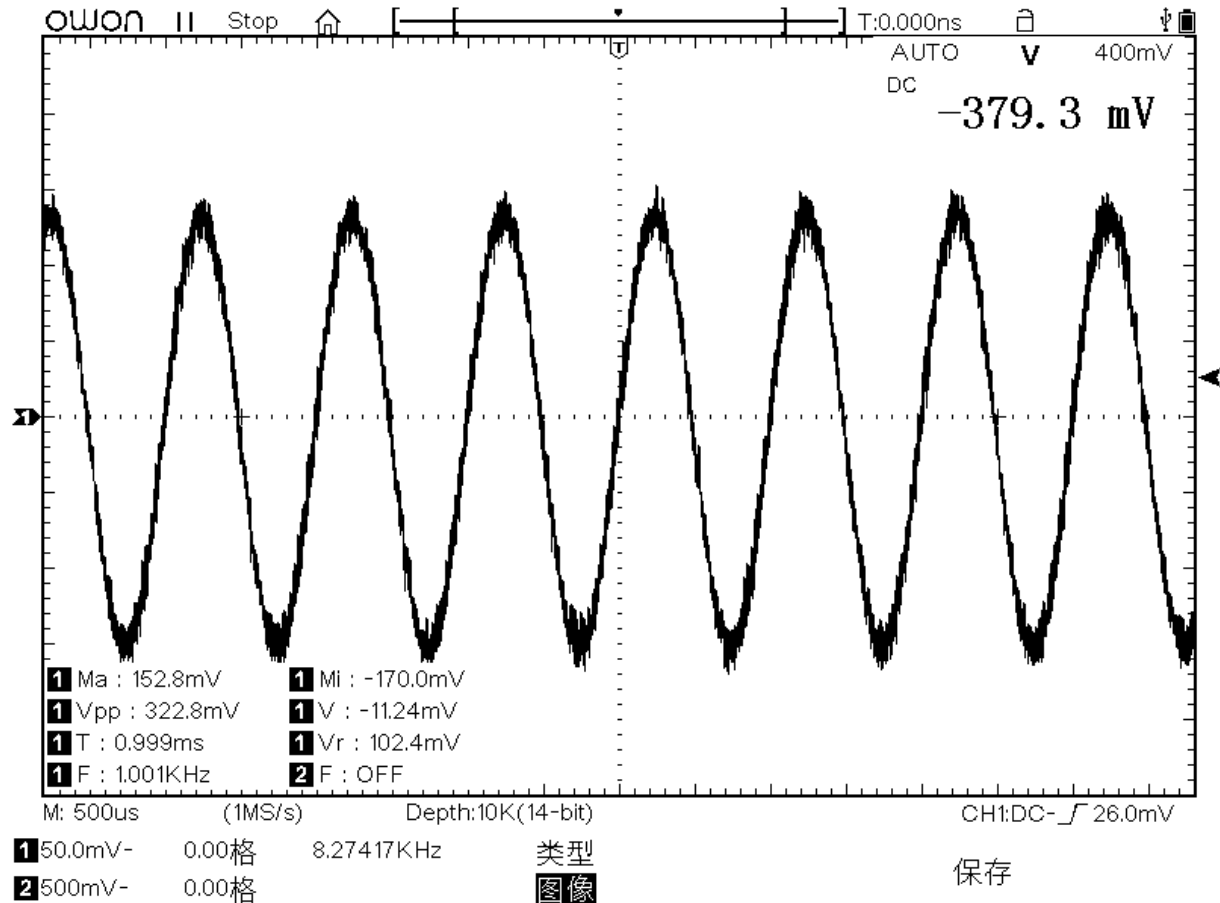
On 14 September 2015, the universe's gravitational waves were observed for the very first time. The waves, which were predicted by Albert Einstein a hundred years ago, came from a collision between two black holes. It took 1.3 billion years for the waves to reach the LIGO detector in the USA. The signal was extremely

# 探测微弱信号的困难：噪声



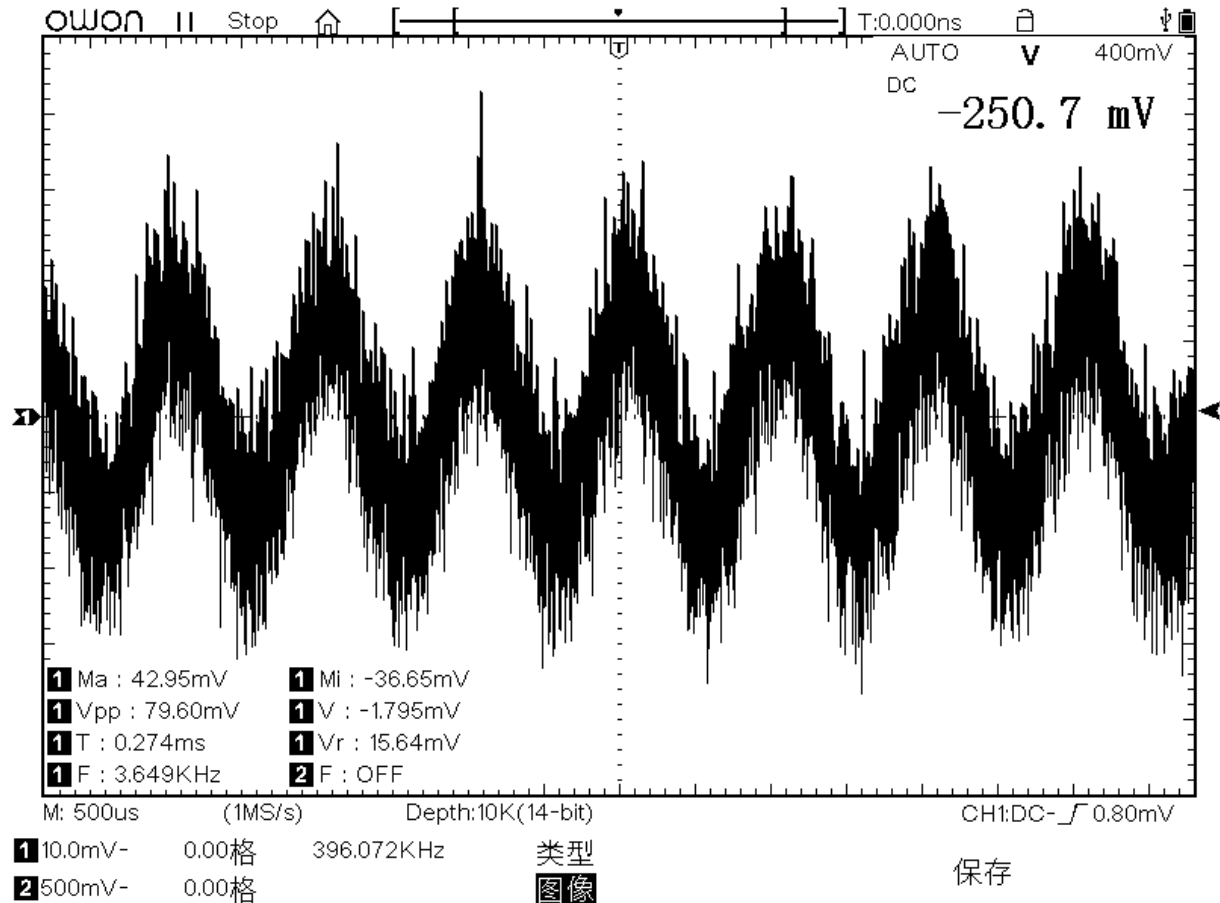
噪声强度等效电压( $V_{rms}$ )  
为信号幅值的0.1倍  
(信噪比 +20dB)

# 探测微弱信号的困难：噪声



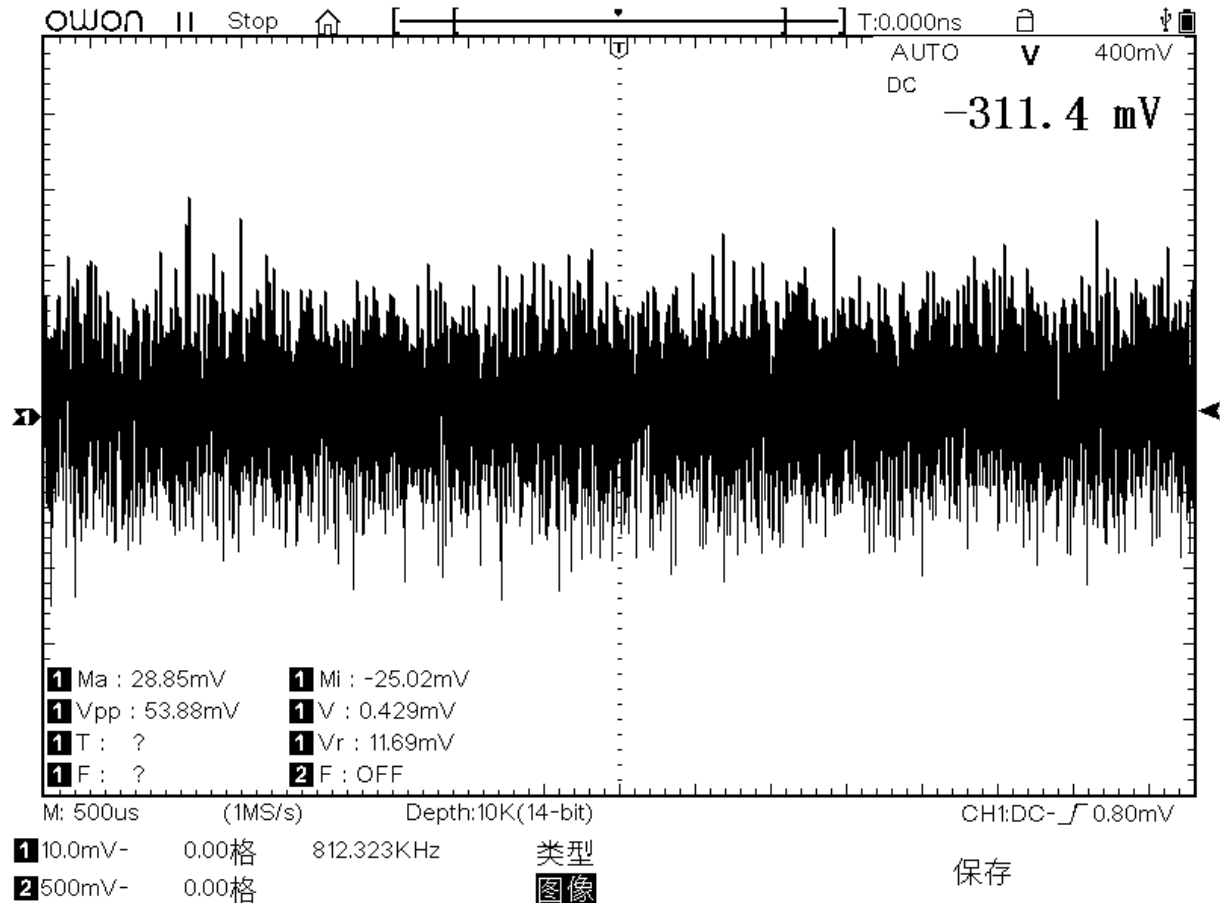
噪声强度等效电压( $V_{rms}$ )  
与信号幅值相等  
(信噪比 0dB)

# 探测微弱信号的困难：噪声



噪声强度等效电压( $V_{rms}$ )  
为信号幅值的10倍  
(信噪比 -20dB)

# 探测微弱信号的困难：噪声



噪声强度等效电压( $V_{rms}$ )  
为信号幅值的100倍  
(信噪比 -40dB)



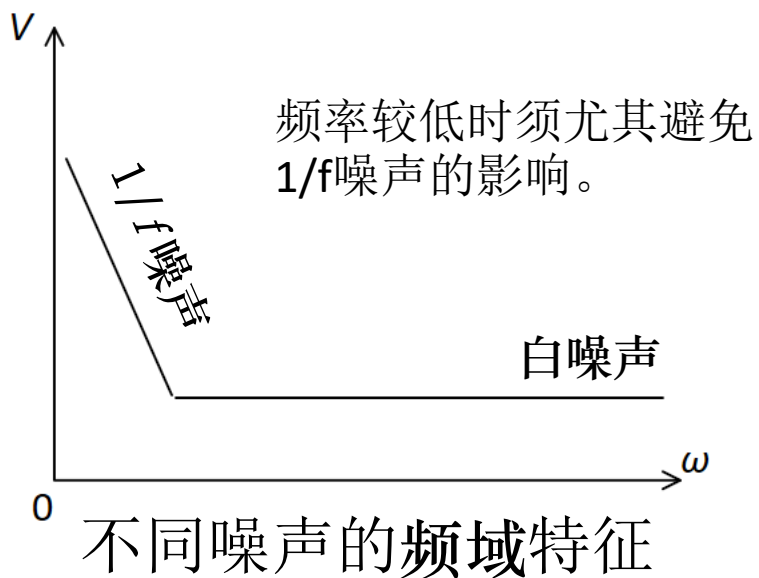
# 探测微弱信号的困难：噪声

---

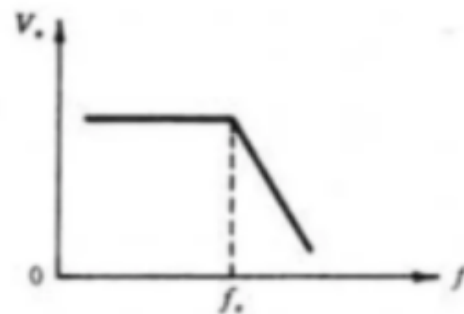




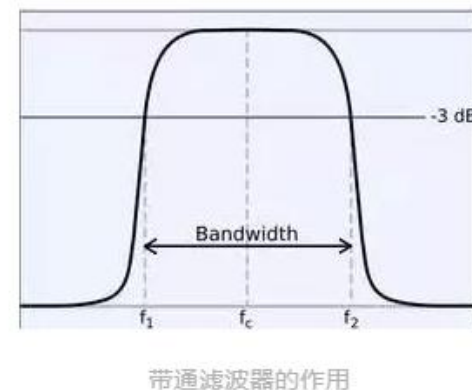
# 噪声滤波



低通滤波：可由  $RC$  电路实现。较为稳定； $f$  可以取相当小。



带通滤波：既可以滤低频也可以滤高频。但较不稳定。



- 传统放大信号的方法：用简单的带通滤波器对特定的频段放大。
- 但无法稳定限制能滤过的频率宽度（带宽），很容易把噪声一起放大。信噪比并没有得到很好改善。

# 锁相放大器原理

(对直流信号) 首先通过与高频信号积化和差, 调制为一个正弦信号。

**锁相:** 通过锁相环(负反馈系统), 找到输入信号的频率 $f$ , 将参考信号 $S_x$ 与 $S_y$ 的**频率调至与其相等**。并使 $S_x$ 与 $S_y$ 正交。

**相敏检波:** 将参考信号 $S_x$ 与 $S_y$ 分别与输入信号**相乘**。

~~直流成分 + (噪声 \*  $f$  正弦波) +  $2f$  正弦波~~

**低通滤波:** 将频带做得很窄, 相当于**只通过了直流成分**。

由这可求出输入信号的幅值分量。分别得到两方向的幅值分量 $X, Y$ ; 可以计算出 $R, \theta$ 。

相当于借助低通滤波器, 实现一个**可滤过频率范围极窄**的带通滤波器。

可以测量微小信号的**幅值与相位**。

# 应用锁相放大器进行实验

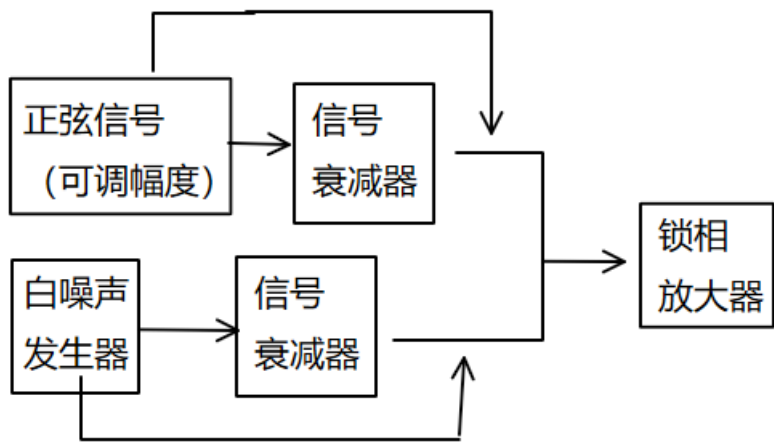
1. 强噪声下检测微弱信号
2. 微小阻抗测量
3. 微弱信号多谐波测量
4. 变容二极管结电容测量
5. 电阻热噪声测量



# 1、强噪声下检测微弱信号

回顾开场的几张图，普通的示波器读不出信噪比很低时的微弱信号。

现在用锁相放大器测量。信噪比较低时，所得幅值较缓慢地来回浮动。



信噪比/dB	测量幅值 相对误差	锁相放大器测量幅度 相对中心值浮动范围	锁相放大器浮动幅值/ 噪声等价电压
0	0.47%	0	0
-20	<0.47%	0.04%	0.8/10000
-40	<2.0%	1.4%	2.8/10000
-60	<5%	5%	1.0/10000
-80	<55%	50%	0.9/10000

50%的测量值浮动意味着测一个人的身高为0.8~2.4m；但不要忘了这相当于是站在一座一万多米的高山上，直接测量头顶的海拔而得出的结果。

## 2、微小阻抗测量

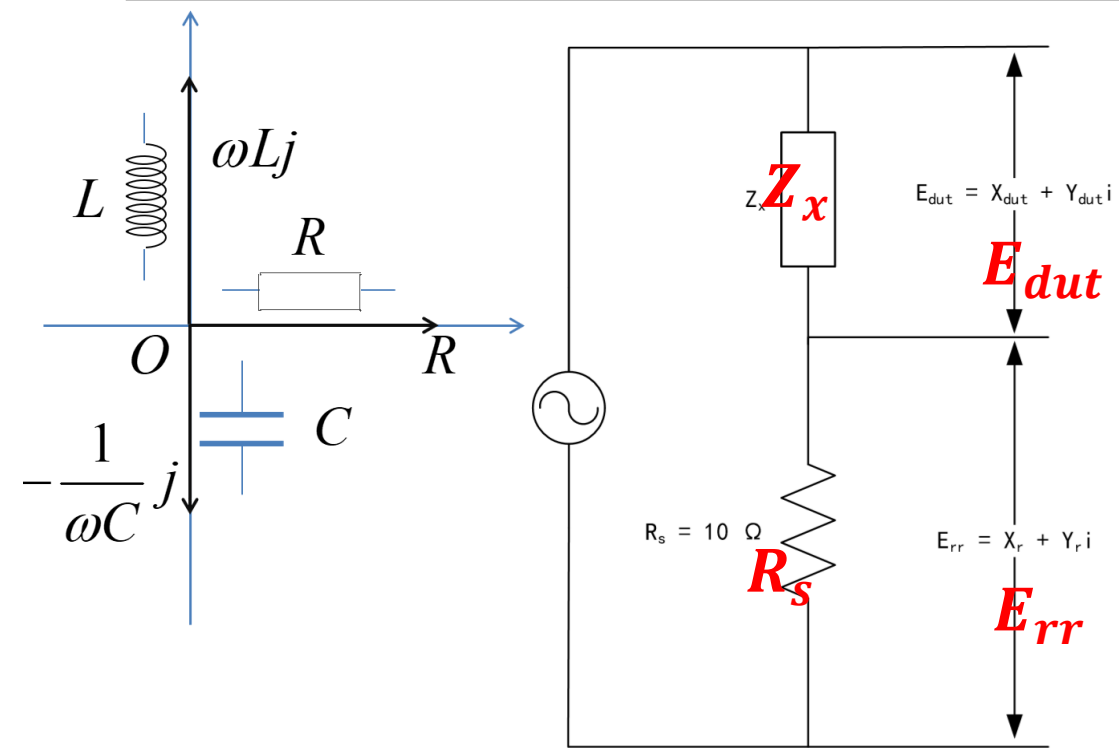


图 3-8 微小阻抗实验简化测量图

回顾：电阻、容抗、感抗都是不同相位的阻抗。

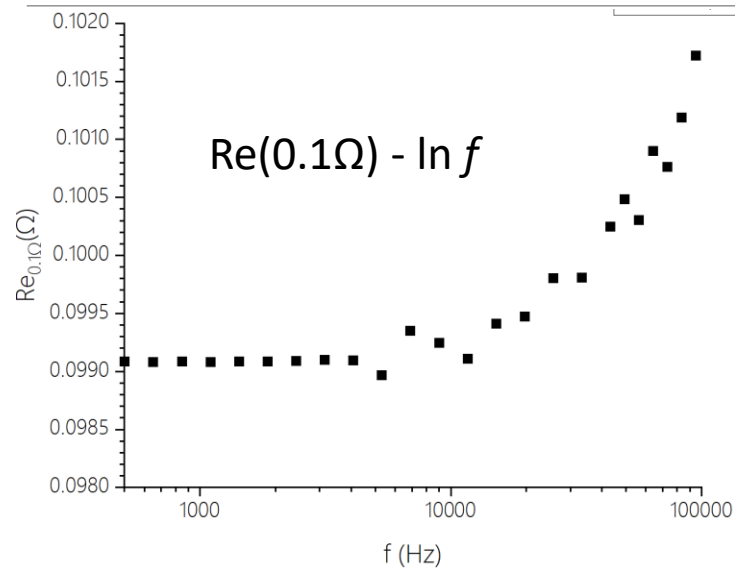
采用“四线法”；有  $\frac{Z_x}{E_{dut}} = \frac{R_s}{E_{rr}}$

用锁相放大器测量不同频率  $f$  下的两个复电压  $E_{dut}$  与  $E_{rr}$ ，  
并已知参考电阻  $R_s$ ，则可求出所求阻抗  $Z_x$ 。

计算式：

$$Z_x = \frac{R_s(X_{dut} + Y_{dut}i)}{X_s + Y_s i} = \frac{R_s(X_{dut}X_s + Y_{dut}Y_s)}{X_s^2 + Y_s^2} + \frac{R_s(Y_{dut}X_s - X_{dut}Y_s)}{X_s^2 + Y_s^2}i = Real_x + Image_x i$$

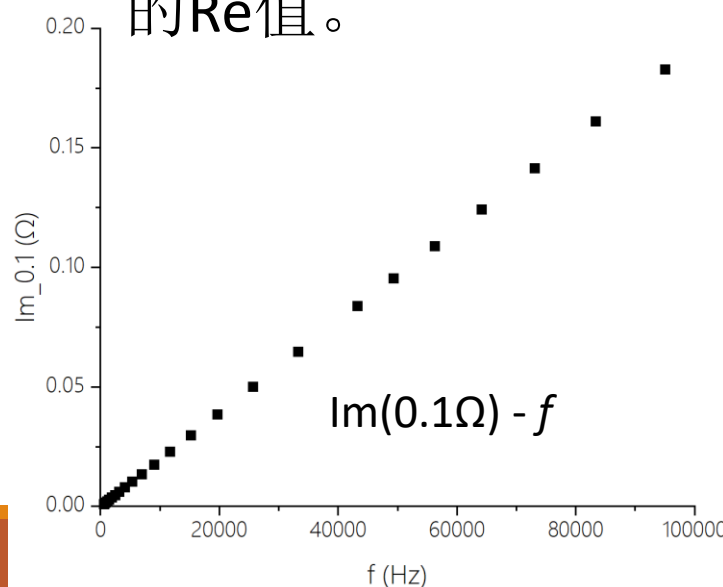
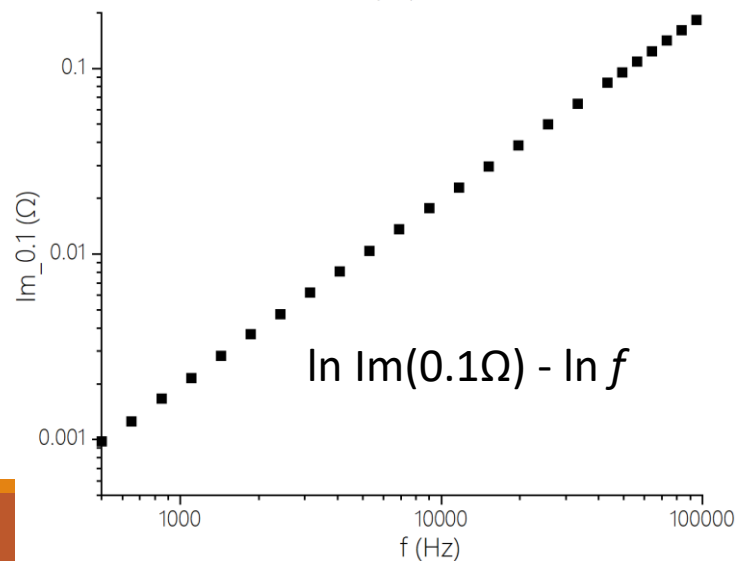
## 2、微小阻抗测量：电阻



以(0.1Ω±10%)电阻为例，Re在f对数坐标上前段平坦，后段有与f正相关的上升，但在一定值附近；Im与f成正比。  
修正模型：引入参考电阻R的虚阻抗部分Y<sub>R</sub>，则真实的阻抗

$$X_Z = \text{Im} - \frac{Y_R}{R} \text{Re}; \quad Y_Z = \text{Re} + \frac{Y_R}{R} \text{Im}$$

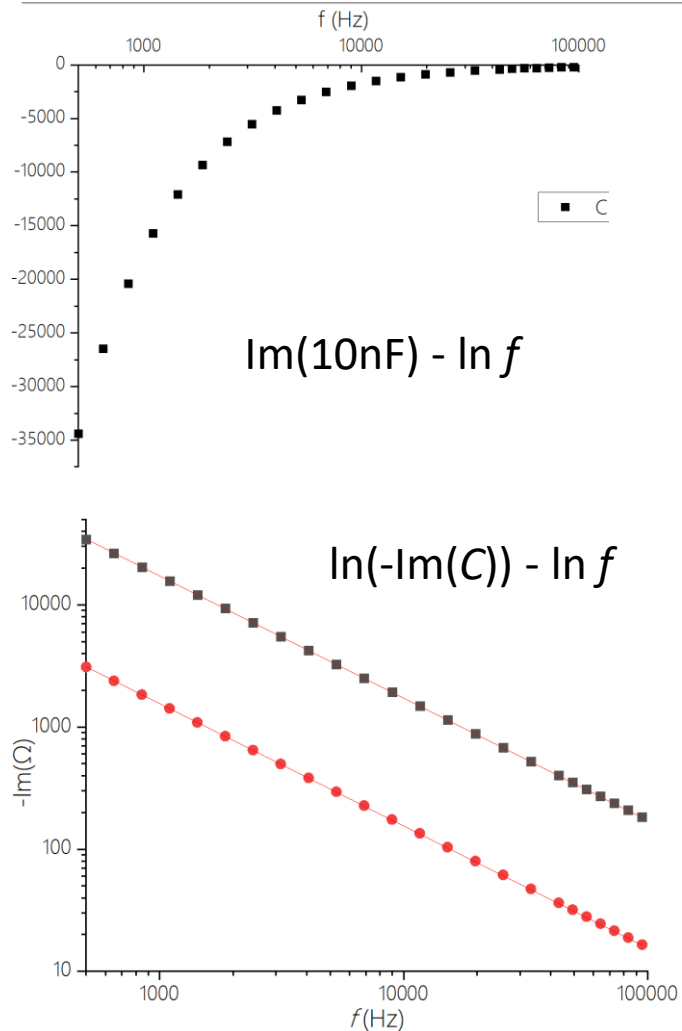
这可以解释Re与Im不符合理论的行为，是由于这里Y<sub>R</sub>有一定感抗；并且说明，要测得更准的X<sub>Z</sub>，可取位于f较小区域的Re值。



测得，标“0.1Ω±10%”的电阻阻值为0.09909Ω，η=-0.9%  
标“3.3Ω±1%”的电阻阻值为3.386Ω，η=+2.6%



## 2、微小阻抗测量：电容



理论  $C = -1/(2\pi f \text{Im})$ ;

直接使用  $-\text{Im}=A/f$  拟合;

对 “ $10\text{nF} \pm 1\%$ ”， $C = 9.240 \pm 0.003\text{nF}$ ， $\eta = -7.6\%$

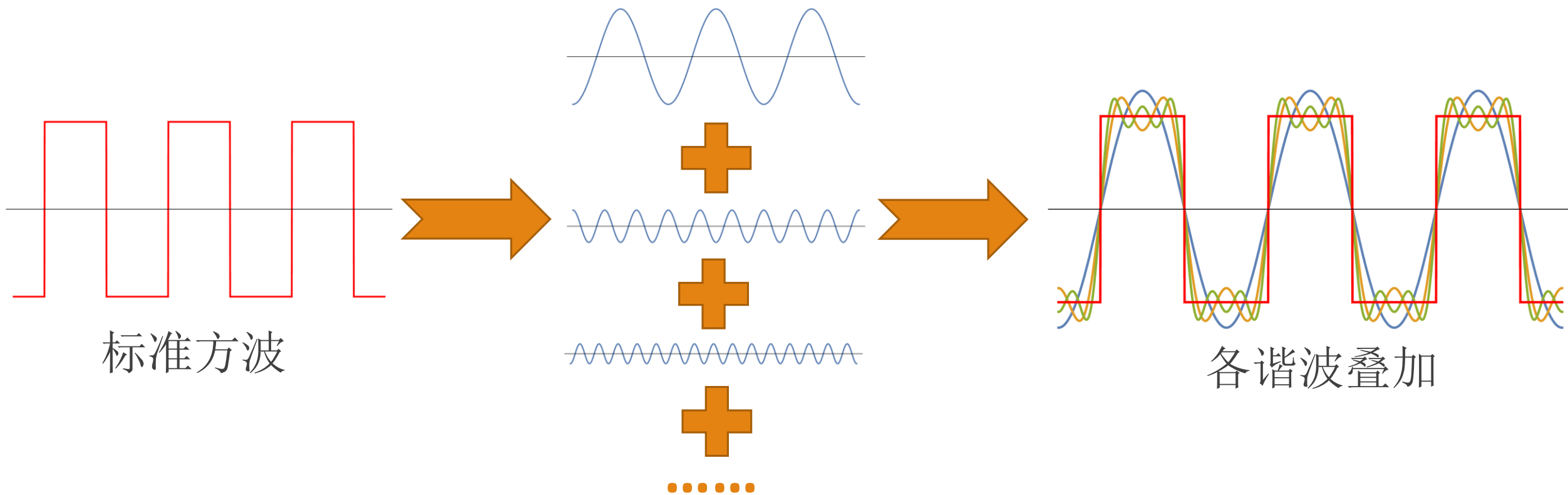
$R^2 = 0.999995$

对 “ $100\text{nF} \pm 1\%$ ”， $C = 102.52 \pm 0.05\text{nF}$ ， $\eta = +2.5\%$

$R^2 = 0.999992$

# 3、微弱信号多谐波测量

方波的基波、谐波成分：对方波作傅里叶展开，各阶的傅里叶分量

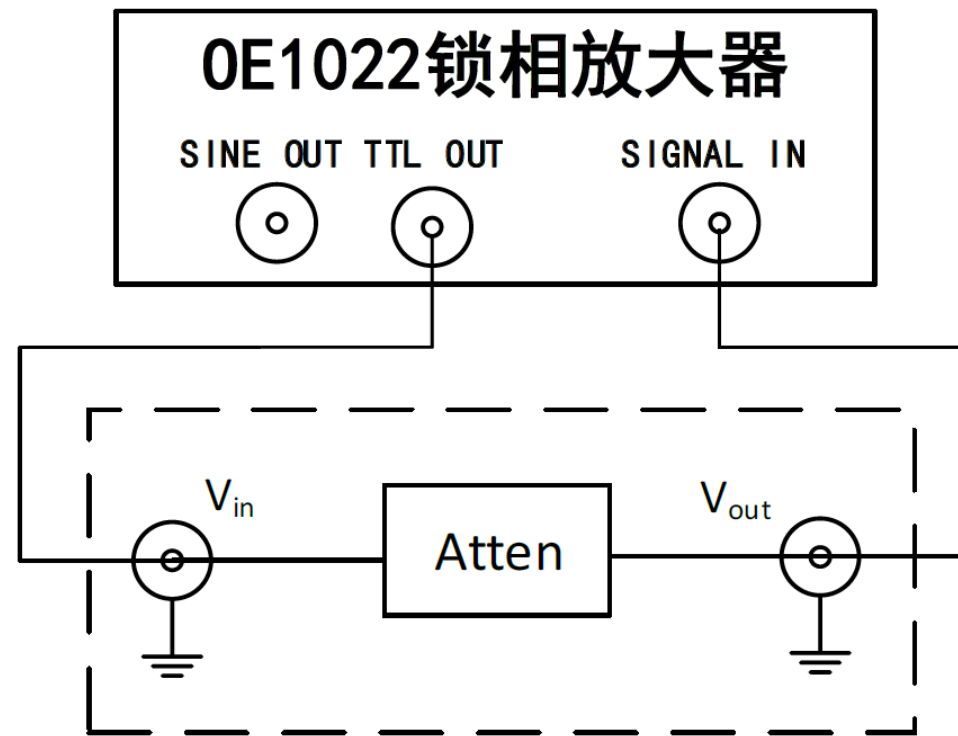
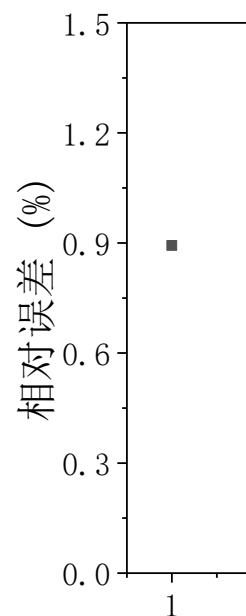
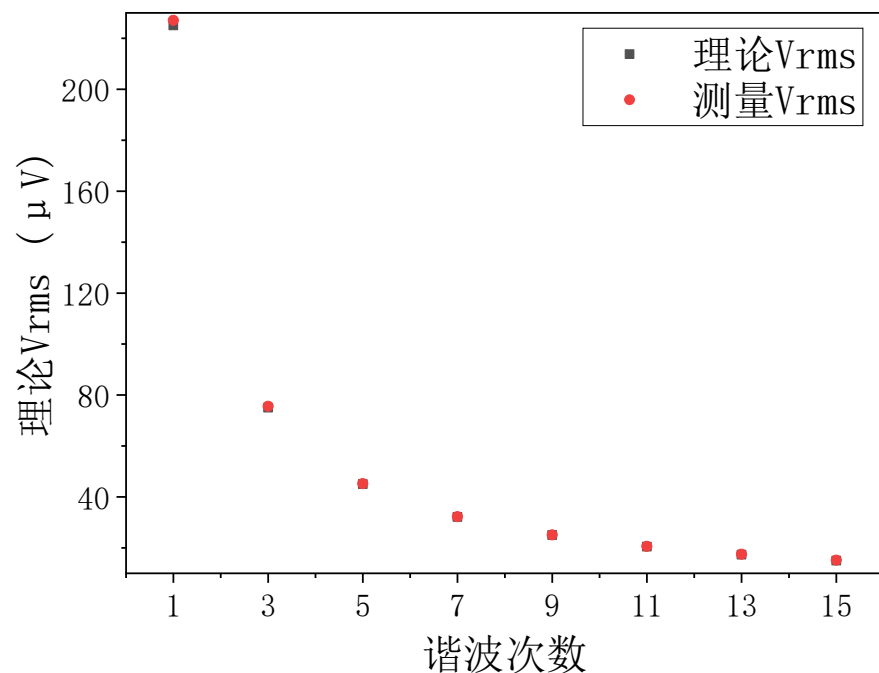


$$f(t) = \frac{2A}{\pi} \left[ \sin \omega t + \frac{1}{3} \sin 3\omega t + \frac{1}{5} \sin 5\omega t + \dots \right] = \frac{2A}{\pi} \sum_{k \in \mathbb{N}} \frac{\sin(2k+1)\omega t}{2k+1}$$

# 3、微弱信号多谐波测量

利用锁相放大器测量方波信号基波与高次谐波的振幅：

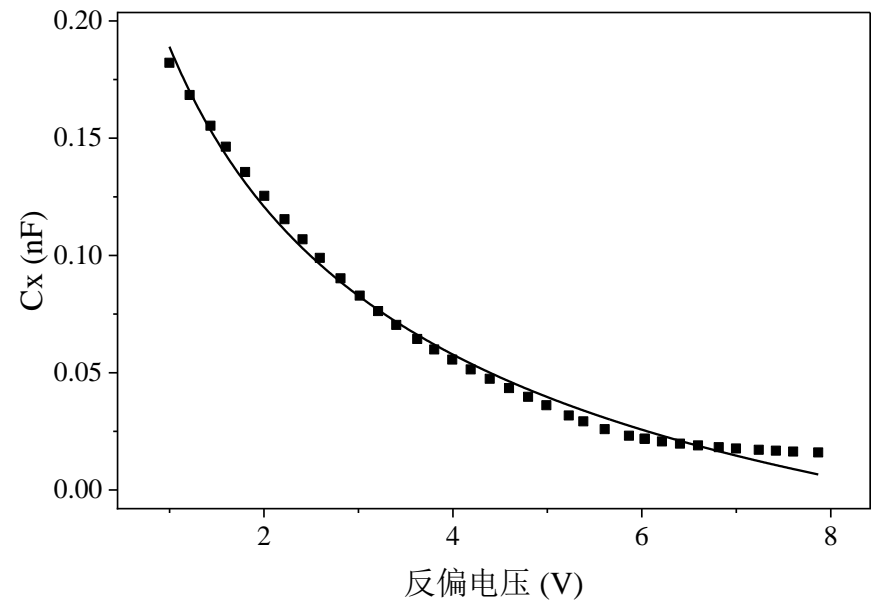
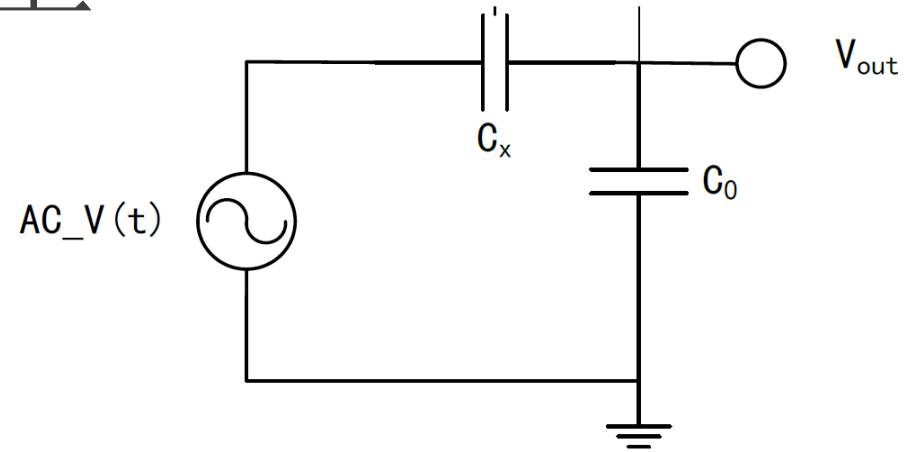
$$f_n(t) = \frac{2A}{n\pi} \sin n\omega t, n = 1.3.5. \dots$$



信号发生装置产生的信号幅值误差1%；测量值与理论值相对误差已在其范围内

# 4、变容二极管结电容测量

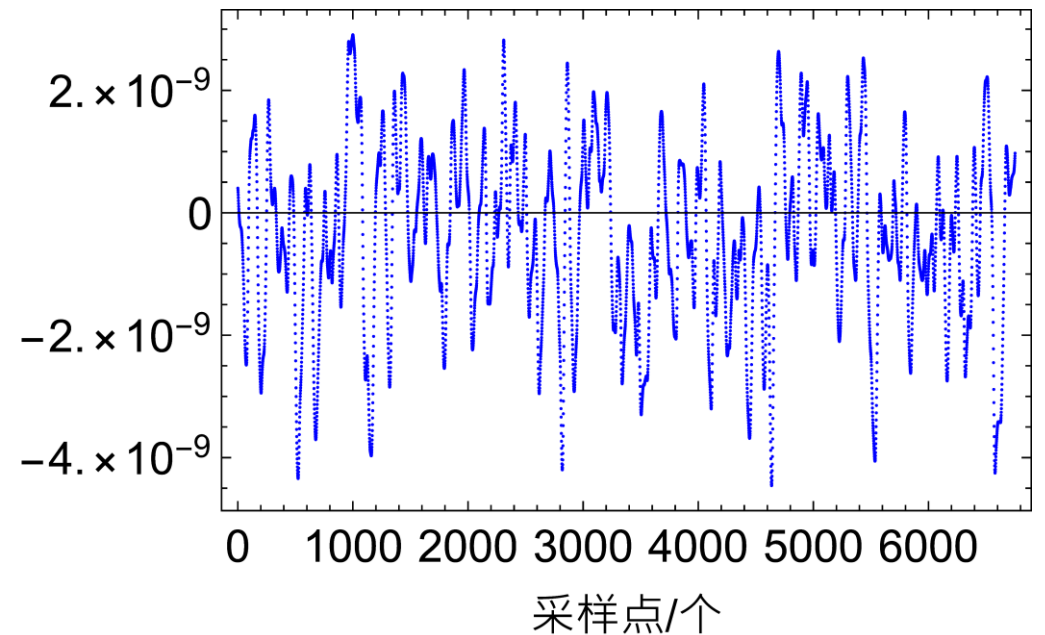
- PN结交界处存在势垒区
- 势垒区的电荷数量随外加电压变化——电容效应
- 施加反向电压产生势垒电容
- 采用突变结模型： $C_x \propto \sqrt{\frac{1}{|V_D - V|}}$
- 测量公式： $C_x = \frac{V_{out}}{V_{sine} - V_{out}} \times 6.8\text{nF}$



拟合采用： $C = a \sqrt{\frac{1}{b+V}} + c$ ，得到： $a = 0.43 \pm 0.03, b = 0.69 \pm 0.15, c = -0.129 \pm 0.009$

# 5、电阻热噪声测量

- 开路情况下的噪声包括：热噪声、散弹噪声和 $1/f$ 噪声
- 开路电子元件仍表现出噪声电压的起伏
- 高精度电阻主要噪声：热噪声
- 热噪声： $V = \sqrt{4KTRB}$  ( $B$ ：等效噪声带宽)
- 噪声测量方法：将电阻短接到锁相放大器输入端，测量噪声的 $R(t), X(t), Y(t)$   
( $R^2 = X^2 + Y^2$ )



热噪声统计规律服从高斯分布，功率谱密度均匀分布，故属于高斯白噪声

# 5、电阻热噪声测量

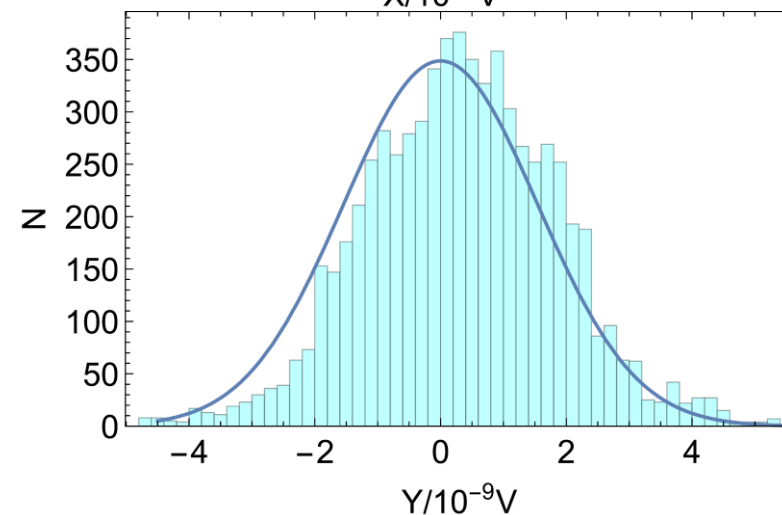
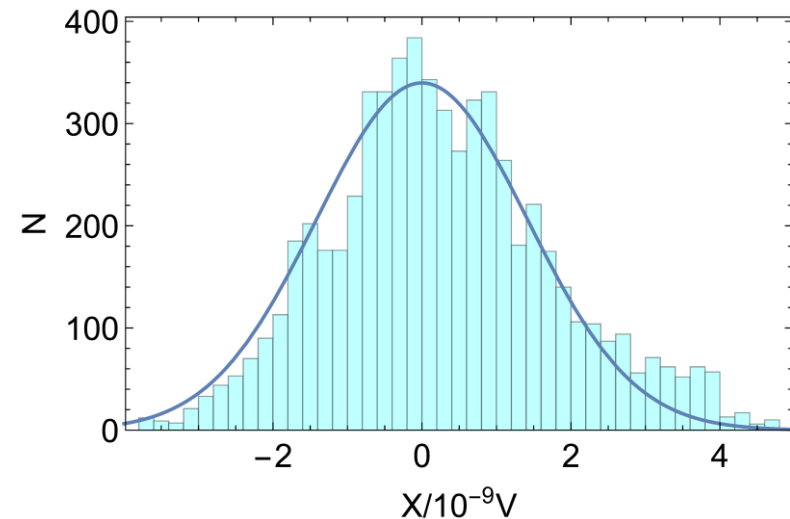
- 高斯白噪声任意两个随机变量之间统计独立，各自服从高斯分布。

- 由于仪器本底噪声的存在，有：

$$\text{测量值 } V_{SN}^2 = \text{热噪声 } V_{TN}^2 + \text{本底值 } V_{BN}^2$$

( $V$ : 噪声均方根电压)

- 知道了锁相放大器的本底噪声，即可得到待测电阻的热噪声





# 5、电阻热噪声测量

	50Ω	1000Ω	1MΩ
噪声测量值(nV)	1.501 ± 0.011	1.872 ± 0.039	108.2 ± 0.8
热噪声推算值(nV)	--	1.147 ± 0.066	108.2 ± 0.8
热噪声理论值(nV)	0.251	1.124	35.56
相对误差 (%)	--	2.0	×

本底噪声值(nV):  
1.480 ± 0.012

- 1.利用50Ω的噪声测量值推算本底噪声值
- 2.利用得到的本底噪声值，推算其余电阻的热噪声值
3. 1MΩ电阻达不到精度要求（1‰），不可忽略其它噪声

# 实验结论

---

- 1.锁相放大器可以在-60dB以内的信噪比达到5%以内的精度或相对浮动;
- 2.所测四个阻抗元件分别为 $0.09909\Omega$ ,  $3.386\Omega$ ,  $9.240 \pm 0.003\text{nF}$ ,  $102.52 \pm 0.05\text{nF}$ ;
- 3.锁相放大器测得方波信号各次谐波分量的幅值与理论值相对误差小于1%;
- 4.变容二极管电容与反偏电压关系满足:  $C = (0.43 \pm 0.03) \sqrt{\frac{1}{0.69 \pm 0.15 + V}} - 0.129 \pm 0.009(\text{nF})$
5.  $1\text{K}\Omega$ 电阻热噪声电压测量值:  $1.147 \pm 0.066\text{nV}$ , 与理论值相对误差2.0%;

谢谢大家！

---

# Reference

---

[1]贾莲莲, 贺子芸, 曾迪昂, et al. 基于数字锁相放大器测量电阻热噪声[J]. 物理实验, 2018, 38(12):4-8.

[2]何波, 史衍丽, 徐静. C-V法测量pn结杂质浓度分布的基本原理及应用[J]. 红外, 2006, 27(10):5-10.

[3]贾莲莲, 王自鑫. 微弱信号检测教学实验讲义. 中山大学. 2019

[4] OE1022型锁相放大器用户手册

[5]张厥盛, 曹丽娜. 高等专科学校教材, 锁相与频率合成技术[M]. 电子科技大学出版社, 1995.