持有成本理论模型在金融期货定价中的应用

罗孝玲, 李一智, 饶红浩

(中南大学商学院, 湖南长沙, 410083)

摘要:通过推导金融期货持有成本理论的一般模型,针对持有外汇期货、利率期货和股指期货合约标的的成本的不同特点,引入外汇期货、利率期货、股指期货的定价模型,对其应用进行了分析。

关键词:持有成本; 金融期货; 定价; 外汇期货; 利率期货; 股指期货

中图分类号:F830.9 **文献标识码**:A **文章编号**:1672-3104(2003)06-0781-04

不管是外汇期货,还是利率期货和股指期货,持有成本理论均适用于其合约的定价。从经验来看,任何一种金融期货的价格都以市场现时可利用的信息为基础,部分地依赖于对相关资产价格的估计。作为购买金融期货合约的一种替代方法,人们也可以现时在现货市场买入相关金融资产,并持有至金融期货的到期日。目前研究金融期货定价的人很多,但将持有成本理论运用到金融期货,系统地推导和分析外汇期货、利率期货、股指期货定价及应用的却很少,本文对此进行了尝试。

一、 持有成本理论模型

(一) 假设前提

1. 金融期货市场是完全的,即没有税收和交易成本,也没有对金融期货合约自由买卖的限制。这样形成一个理想的境界,没有套利存在,也没有市场摩擦。

2. 假定相关金融资产可以卖空,又可以储存。

3. 市场是有效的,即卖空行为易于进行,相关金融资产有足够的供给,无明显的季节性调整,没有季节性消费等。

(二) 推导

在金融期货中,持有成本包括融资成本和相关资产的收益。用公式表示为:

$$持有成本 = 融资成本 - 资产收益 \tag{1}$$

1. 为避免期现套利,从现货与期货的定价关系入手,建立持有成本模型。

一方面,当交易者购买现货,并持有至金融期货合约到期日而进行交易,就有确定的利益。为了避免套利的出现,期货价格应不大于相关资产的现货价格与持有到交割时的持有成本,即:

$$F_{o,t} \leq S_0(1 + C) \tag{2}$$

这里, $F_{0,t}$为 t 时刻交割的金融期货合约的现时价格, S_0 为相关资产的即期价格, C 为用 S_0 表示从现时持有至期货交割的持有成本的分数形式。

另一方面,当现货价格相对金融期货价格而言较高时,交易者则会通过卖空现货,并买进金融期货以获得套利利润。为了防止套利(其实两种市场存在一个动态的均衡过程),金融期货价格不应小于相关资产现货价格与持有成本之和,即:

$$F_{o,t} \geq S_o(1 + C) \tag{3}$$

由(2)、(3)两式不难看出,

$$F_{o,t} = S_o(1 + C) \tag{4}$$

2. 为避免跨期套利,从远期期货价格与近期期货价格入手,建立持有成本模型。

一方面,当远期期货(Distant Futures)的价格高于近期期货(Nearby Furfures)的价格,并剔除从近期 t = n 持有至远期 t = d 的持有成本时,交易者会卖出远期期货并买入近期期货而进行套利。为了防止套利,远期期货的价格应不大于近期期货的价格与相应的持有成本之和,即:

$$F_{o,d} \leq F_{o,n}(1 + C) \tag{5}$$

这里, $F_{0,d}$为 $t = d$ 到期的远期期货的现时价格, $F_{0,n}$为 $t = n$ 到期的近期期货的现时价格, $n < d$, (下同), C 为从 $t = n$ 至 $t = d$ 期间持有成本的分数

收稿日期:2003-07-10; **修回日期**:2003-12-12

作者简介:罗孝玲:(1963-),女,湖南衡阳人,硕士生导师,中南大学商学院副教授,主要研究方向:期货价格理论与风险控制.

表示。

另一方面,如果远期期货价格相对低于近期期货价格,则会出现买入远期期货合约,并卖出近期期货合约而进行套利的交易。为了防止套利,$F_{0,d}$与$F_{0,n}$之间应满足如下关系式:

$$F_{o,d} \geq F_{o,n}(1+C) \tag{6}$$

结合(5)和(6)两式,可得:

$$F_{o,d} = F_{o,n}(1+C) \tag{7}$$

以上在完全市场的假设条件下,建立了两种持有成本模型。由于(4)式和(7)式具有相同的形式,故可采用(4)式作为完全市场下的持有成本模型的一般形式。

二、 外汇期货定价模型

外汇期货的相关资产是以外币表示的,因此,需要通过汇率折算为本币资产,从持有成本理论来看,外汇期货的定价既涉及到利用本币对货币期货相关资产进行资金融通,又涉及到因持有货币期货相关资产而产生的机会成本。

(一)现货持有模型

借入一定数量的本币 A(短期利率 r_1),按即期汇率 S(Spot Exchange Rate)购买一定数量的外币,同时以价格 F 卖出该种外汇期货合约(剩余到期时间 t,短期利率 r_2)。这样,持有成本模型中的融资成本依赖于本币短期利率 r_1,收益则依赖于外币短期利率 r_2。均衡时,现货到期价值=期货到期价值,用公式表示为:

$$AS(1+r_1 t) = AF(1+r_2 t)$$

所以外汇期货的定价形式为:

$$F = S\frac{1+r_1 t}{1+r_2 t} \tag{8}$$

外汇期货的这种定价简化公式,隐含着一系列条件:

1. F 与 S 同为间接标价法。

2. 货币期货的价格 F 与货币远期合约的价格是一致的。

3. 期货市场为完全市场,即无直接交易费用,无借贷利率差异,无现货市场卖空限制。

(二)关于利息率平价理论的外汇期货持有成本模型

将(8)代入持有成本模型的一般形式,可得到持有成本:

$$1 + C = \frac{1+r_1 t}{1+r_2 t} =$$

$$1 + \frac{r_1 t - r_2 t}{1+r_2 t} = 1 + (r_1 t - r_2 t) \quad (当\ r_2, t\ 很小时)$$

所以

$$C = (r_1 - r_2)t \tag{9}$$

(三)关于购买力平价理论的外汇期货持有成本模型

按费希尔分析,名义利率(市场利率) r_n 包含两部分,即实际利率 r^*和通货膨胀率 $E(I)$,用公式表示为:

$$1 + r_n = (1+r^*)[1+E(I)] \tag{10}$$

因此在(8)式中有:

$$1 + r_1 t = (1+r_1^* t)[1+E(I_1)]$$

$$1 + r_2 t = (1+r_2^* t)[1+E(I_2)]$$

所以(10)式可化为:

$$F = S\frac{(1+r_1^* t)[1+E(I_1)]}{(1+r_2^* t)[1+E(I_2)]} \tag{11}$$

$$\cong S\frac{1+r_1^* t+E(I_1)+r_{。}{}^*{}_1 tE(I_1)}{1+r_2^* t+E(I_2)+r_2^* tE(I_2)}$$

$$\cong S\frac{1+r_2^* t+E(I_1)}{1+r_2^* t+E(I_2)}$$

$$\cong S[1+(r_1^* - r_2^*)t+E(I_1)-E(I_2)]$$

$$(当\ t, r_1^*, r_2^*, E(I_1), E(I_2)\ 很小时) \tag{12}$$

分析:

1. 若 $r_1^* = r_2^*$, $E(I_1) = E(I_2)$,则 $F = S$。

2. 若 $r_1^* \neq r_2^*$,则$\frac{\partial F}{\partial(r_1^* = r_2^*)t} = S$,此时 F 与国内外实际利差成正比。

3. 若 $E(I_1) \neq E(I_2)$,则$\frac{\partial F}{\partial[E(I_1) - E(I_2)]} = S$,此时 F 与国内外预期通货膨胀率差成正比。

三、 利率期货定价模型

(一)转换因子与发票金额

长期国债期货是利率期货之一。芝加哥商业交易所(CME)规定,在长期国债期货的交割中,空头方可以选择期限长于 15 年且在 15 年内不可赎回的任何息票利率的债券用于交割。显然,每一个期货合约都可以有许多合格的、但具有不同到期日和不同息票利率的现货债券作为交割对象。一般卖方都会选择一种最经济的债券进行交割,这种债券被称为最便宜可交割债券(Cheapest to Deliver ,CTD)。但

是,同一国债期货合约在不同时点将有不同的最便宜可交割债券。那么如何将长期国债期货合约的价格折算成各种不同息票利率的、可用于交割的现货债券价格呢?即如何为长期国债期货定价呢?转换因子(Convension Factors,CF)就是这样一种比率,其实质是将面值 1 美元的可交割债券在其剩余期限内的现金流量,用 6 %(2000 年 3 月以前是 8 %)的标准年息票利率(每半年计复利一次)所折成的现值。

转换因子与该债券的剩余期限有关。一般以期货合约的第一交割日为起点,以可交割债券的到期日或第一赎回日为终点,然后将这一期间按季取整后的期限作为该债券的剩余期限。取整数后,如果债券的剩余期限为半年的倍数,就假定下一次付息是在 6 个月之后,否则就假定在 3 个月后付息,并从贴现值中扣掉累计利息,以免重复计算。

计算转换因子的方法很多,经验法因为计算简单而得到广泛运用。CME 就是运用这种方法,将不同息票利率和剩余期限的可交割债券的转换因子制成了转换因子表,以便于交易者查对。

期货合约的卖方虽然可以从多种可交割债券中选择其一用于交割,但所交割的债券不同,他所收取的发票金额也不同。所谓发票金额是指长期国债期货交割时,期货合约的买方向卖方交付的金额。其计算公式如下为:

$$A = N(P \times CF \times \$1,000 + I) \tag{13}$$

式中,A:发票金额;N:交割的合约数;P:交割结算价格;I:每一合约的应计利息在中长期利率期货的在报价时,报出的结算价格是指每 100 美元面值的标的债券的价格,故每张面值为 \$100,000 的美国中长期国债期货合约(2 年美国中期国债期货合约除外)的实际结算价格都要乘上 1,000(=100,000/100)美元。

(二) 利率期货定价模型

上文已经提到,在进行长期国债期货的交割时,卖方一般都会选择最便宜可交割债券进行交割,因此,在期货市场上其期货价格由最便宜可交割债券的价格决定。

本文将期货价格乘上任何可交割债券的转换因子的结果称为调整后期货价格(adjusted futures price);将任何可交割债券的价格除以其转换因子的结果称为调整后现货价格(adjusted cash price);在实际用于交割时,各种可交割债券都将通过转换因子的调整而将期货价格折算为现货合约当量价格(cash equivalent price)。但是,现货合约当量价格与实际的现货价格有一定的偏差,这一偏差即为基差(biasis)。显然,各种不同息票利率和剩余期限的可交割债券的基差不尽相同,其中基差最小者就成了最便宜可交割债券。中长期国债期货的价格往往会依循最便宜可交割债券的调整后现货价格的走势,但二者并不完全一致。

按照持有成本理论,长期国债期货的理论价格应该等于调整后的现货价格加上持有成本,用公式表述如下:

$$Ft = S_a + C_f \tag{14}$$

式中,F_t:理论上的期货价格;S_a:调整后现货价格;C_f:持有成本

持有成本 C_f 主要包括以下两项内容:

1. 现货市场的短期利息率

在持仓成本中,短期利息率可以认为是交易者在短期内对可储存金融工具持有的机会投资成本。交易者如果不购买并持有这种金融期货一直到交割期,他还可以投资于其它的短期有价证券。因此,这部分持有成本也可以认为是实际的贷款利息率。

2. 持有金融工具的收益

它是指交易者持有中长期债券时,按票面计息率取得的票息收入。

所以,持有成本 Cf 用公式表示为:

$$C_f = \frac{1}{CF}\left[(P+A)\left(r \times \frac{T}{365}\right) - 100 \times Y \times \frac{T}{360}\right] \tag{15}$$

式中,P:最便宜可交割债券的价格(每 100 美元面值);A:从最近一次付息日到购买现货债券日之间的应计利息(每 100 美元面值);r:短期借款利率(一年以 365 天计);T:从购买现货债券日到期货合约结算日的天数;Y:所购买的现货债券的息票年利率(每 100 美元面值)

四、 股指期货定价模型

假设股指期货的对应资产是一个支付现金股息的股票组合,且现金股息可以完全预测,如支付已知红利的股票,那么购买期货合约的一方因没有马上持有这个股票组合而没有收到股息。相反,合约卖方因持有对应股票组合收到了股息,因而其持仓成本会减少。因此期货价格要向下调整相当于股息红利的部分。持有成本理论模型可表示成:

$$期货价格 = 现货价格 + 融资成本 - 红利收益 \tag{16}$$

融资成本与红利收益之差即为持有成本,融资成本一般用这段时间的无风险利率表示。

在无套利条件下,按照标的股指的成分股股票的红利支付方式和无风险利率计算方式的不同,股

指期货的定价有多种表达方式。

(一) 红利采用未来红利现值 D 时

假设在 0 时刻某投资者持有“一单位”基金(由指数中的股票组成,且权金等于指数中各股票的权金),价值 S 元,在 0 —T(T 为期货交割时刻)的持有期间除息获得红利。预计红利流的现值 D 元(以无风险利率折现)。从现在开始到最后收到红利的时间分为 m 个小段,每一小段时间内的无风险利率都是 ϕ(每一期进行计算),在时间 t 内的红利的价值为 D_t,则 $D = \sum_{t=1}^{m} \frac{D_t}{(1+\phi)^t}$。于是在 0 时刻净成本为:S - D。同在 0 时刻,套利者买入到时刻 T 价值为 F_L 的可交割该股指期货合约,同时还购买了在时刻 T 可以收益 F_L 的政府债券(以无风险利率 ϕ 计息),在剩余期限(T - t)内,折成现值为 $\frac{F_L}{(1+\phi)^{m(T-t)}}$。

因为无套利,所以当市场达到均衡时有:

$$S - D = \frac{F_L}{(1+\phi)^{m(T-t)}} \tag{17}$$

设 $m\,ln(1+\phi) = r$,得到:

$$F = (S - D)e^{r(T-1)} \tag{18}$$

此即为算术加权股票指数期货的无套利价格。事实上,红利的流向在一年中一般都是非均匀的,因此采用红利现金流来计算比较符合实际。

(二) 无风险利率使用年利率时

当无风险利率使用年利率 η 时,有:

$$\eta = (1+\phi)^m - 1 \tag{19}$$

将(19)式代入(17)式,得到:

$$F = (S - D)(1+\eta)^{(T-t)} \tag{20}$$

(三) 红利采用恒定的年红利率 q,无风险利率 r 采用连续复利时

根据合理的近似,可以认为红利是连续支付的。则股指期货的定价形式为:

$$F = Se^{(r-q)(T-t)} \tag{21}$$

如果 $F > Se^{(r-q)(T-t)}$,可以通过购买指数中的成分票,同时卖出指数期货合约而获利,拥有短期资金市场投资的公司一般都进行这种操作;若 $F < Se^{(r-q)(T-t)}$,则可以通过卖出指数中的成分股票,买进指数期货合约而获利,拥有指数成分股票组合的养老基金一般都进行这种操作。

(四) 红利采用红利率 d 时

当红利采用红利率 d 时,股指期货定价模型为:

$$F = S[1 + (r - d) \times \frac{T-t}{360}] \tag{22}$$

其中,d 是期货合约剩余期限(T - t)内的红利率,即:

$$d = D(1 + r)/S$$

这是因为投资者如果将资金用于购买股票,这部分资金没有任何利息收入,但可获得股利收入。投资者如果将资金用于购买股指期货,虽不能获得股利收入,但由于投资股指期货的保证金只占投资总额的 5 到 10 %,余下的大部分资金可投资于无风险资产,以获得利息收入。

五、 结论

持有成本理论是一种经典的商品期货价格理论,本文将与商品期货持有成本理论模型相同的方法应用于金融期货定价的推导中,并针对持有外汇期货、利率期货、股指期货合约的净持有成本(持有成本 —收益)的特点,分别推导了外汇期货、利率期货、股指期货的定价模型。目前金融期货的交易规模远远超过商品期货,金融期货纯一的金融性使其价格受到过多因素的影响,定价非常复杂。金融期货的持有成本理论模型提供了一种计算金融期货合约理论价格的方法,是投资者进行价格预测的基础。

The application of carry-cost theory to the pricing of financial futures

LUO Xiao-ling, LI Yi-zhi, RAO Hong-hao

(School of Business, Central South University, Changsha 410083, China)

Abstract: Carrying-cost Theory was used in Commodity Futures. In 1970s, with the collapse of Bretton Woods Agreement, Foreign Exchange Futures, Interst Rate Futures and Stock Index Futures emerged and developped rapidly, so the Theory was extended. The paper first inferred the general Model of the Theory about Financial Futures. Second, it led to the Pricing Models about Foreign Exchange Futures, Interst Rate Futures and Stock Index Futures according to the characteristics of their carrying-cost. At the same time, the paper analyzed the application of the Pricing Models.

Key words: carrying-cost; financial futures; pricing; foreign exchange futures; interst rate futures; stock index futures