

蔡氏非线性电路的深入研究 ——参数测量和实验现象观察的新方法

罗 页, 乐永康

(复旦大学 物理学系, 上海 200433)

摘要: 精确测量了电路中各个元件的参数, 为各种混沌现象的定量分析和数值模拟提供了可能; 提出了一种新的测量非线性负阻方法, 能精确而快捷地测量非线性负阻完整的 $I-U$ 曲线; 利用这种测量方法的实验电路, 可以直接演示电路出现各种混沌现象时非线性负阻对应的工作区段, 展示了非线性负阻在蔡氏电路产生混沌过程中所起的决定性作用, 有利于学生更好地理解混沌现象产生的机理.

关键词: 蔡氏电路; 负阻测量新方法; 混沌现象演示; 负阻状态与混沌现象的关联

中图分类号: O 441.1 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-0712(2010)06-0053-05

非线性是在自然界中广泛存在的自然规律, 相对于我们熟悉的线性要复杂得多. 随着物理学研究的不断深入, 非线性问题逐渐被重视起来, 现已出现了多个分支, 混沌便是其中之一. 混沌现象在生活中广泛存在, 如著名的蝴蝶效应、湍流、昆虫繁衍等^[1].

要直观地演示混沌现象, 采用非线性电路是一个非常不错的选择. 能产生混沌现象的自治电路至少应满足以下 3 个条件^[2]: 1) 有一个非线性元件; 2) 有一个用于耗散能量的电阻; 3) 有 3 个存储能量的元件. 如图 1 所示的蔡氏电路 (Chua's circuit)^[3,4] 是一个符合上述条件、非常简洁的非线性电路, 由华裔物理学家蔡绍棠 (Leon O. Chua) 教授于 1983 年提出并实现. 近年来, 非线性电路的研究领域有了长足进展, 新的混沌与超混沌电路^[5] 的理论设计与硬件实现等问题备受人们关注. 如 Chen

氏电路^[6]、基于 SETMOS 的细胞神经网络结构的蔡氏电路^[7], 都能用于研究混沌现象, 并有不同的应用领域.

在众多的非线性电路中, 蔡氏电路因其结构简单、现象明晰, 成为教学实验的优先选择. 大量基于蔡氏电路的实验仪器被应用于高校教学, 通过 Labview、Matlab 等工具软件进行的蔡氏电路仿真实验^[8,9] 也被广泛采用. 但是现有的教学实验以观察混沌二维相图为主, 对蔡氏电路产生混沌现象的机制, 甚至是普通的混沌现象的演变原理涉及很少, 不利于学生对有关内容的掌握. 本文首先对蔡氏电路 (复旦天欣 FD-NCE-II 非线性电路混沌实验仪^[3]) 进行了细致的测量, 然后改进电路进行演示, 揭示了其中唯一的非线性元件——非线性负阻对蔡氏电路产生混沌现象所起到的决定性作用, 有利于学生更好地理解混沌现象产生的机理.

1 蔡氏电路中元件的参数测量

图 1 为蔡氏电路示意图, 本电路中包含的主要元件有可调电阻 R (非线性方程中常以电导 $G=1/R$ 做参数)、电容 C_1 和 C_2 、电感 L 以及非线性负阻 Nr , 我们对除 R 外的所有元件进行了参数测量.

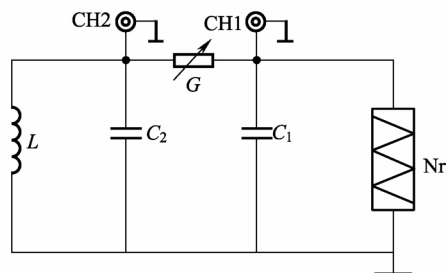


图 1 蔡氏电路示意图

收稿日期: 2009-08-25; 修回日期: 2010-01-21

基金项目: 国家基础科学人才培养基金项目 (J0730310) 资助

作者简介: 罗页 (1988—), 男, 浙江慈溪人, 复旦大学物理学系 06 级本科生.

为了对电路进行定量分析和数值模拟,电路中各个元件的参数需要精确测量. 电容和电感的测量采用了 Agilent 4284A LCR 测量仪. 在非线性电路的工作频段(2.5 ~ 3.0 kHz 区域), 电容的测量值为 $C_1 = (10.85 \pm 0.01) \text{ nF}$, $C_2 = (104.2 \pm 0.1) \text{ nF}$, 电容的损耗电阻相对容抗都在 0.3% 以下, 可以忽略; 电感的测量值为 $L = 21.8 \text{ mH}$, 损耗电阻相对于感抗最大为 1.6%, 其对混沌电路的影响也基本可以忽略. 由于电路中的信号为交流信号, 在电流变化范围为 0 ~ 4 mA 时, 电容和电感的值并不是一个定值, 电容有 1% 的变化, 而电感有 2.5% 的变化, 所以在通过数值模拟进行仿真实验时, 每种相图对应的 R 区段和真实的实验结果有一定偏差, 但是不影响总体定性的变化规律.

由于电路中只有一个非线性元件 N_r , 准确测量其 $I-U$ 特性尤其重要. 非线性负阻的结构^[3]如图 2 所示, 它由两个封装在一起的运算放大器(双运算放大器集成电路 FL353N) 和 6 个定值电阻($R_1 = 3.3 \text{ k}\Omega$, $R_2 = R_3 = 22 \text{ k}\Omega$, $R_4 = 2.2 \text{ k}\Omega$, $R_5 = R_6 = 220 \Omega$, 精度 1%) 构成, 输入电源电压 $\pm 15 \text{ V}$. 理想的非线性负阻具有如图 3 所示的 $I-U$ 特性, 被 $\pm E$ 拆分为上中下 3 个区域, 在各个区域都是线性函数, 分段函数的斜率依次为 G_b, G_a, G_b , 且满足 $G_a < G_b < 0$. 由运算放大器电路的参数可计算^[10]出 $G_a = -1/R_1 - 1/R_4 = (-7.6 \pm 0.1) \times 10^{-4} \Omega^{-1}$, $G_b = 1/R_3 - 1/R_4 = (-4.09 \pm 0.06) \times 10^{-4} \Omega^{-1}$. 图 4 和图 5 分别是 $I-U$ 的测量电路和测量结果.

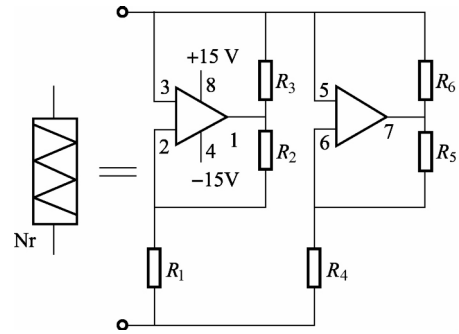


图2 非线性负阻的内部结构

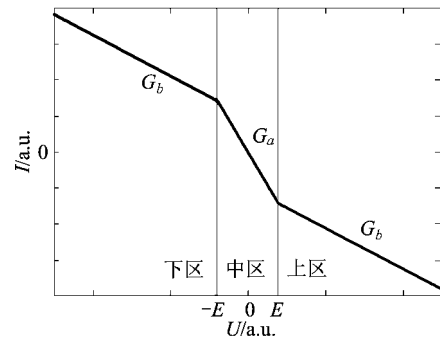


图3 理想非线性负阻 $I-U$ 特性(示意图)

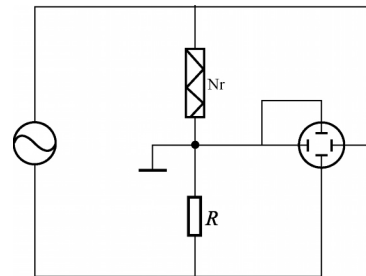


图4 外部信号扫描测量 $I-U$ 特性电路图

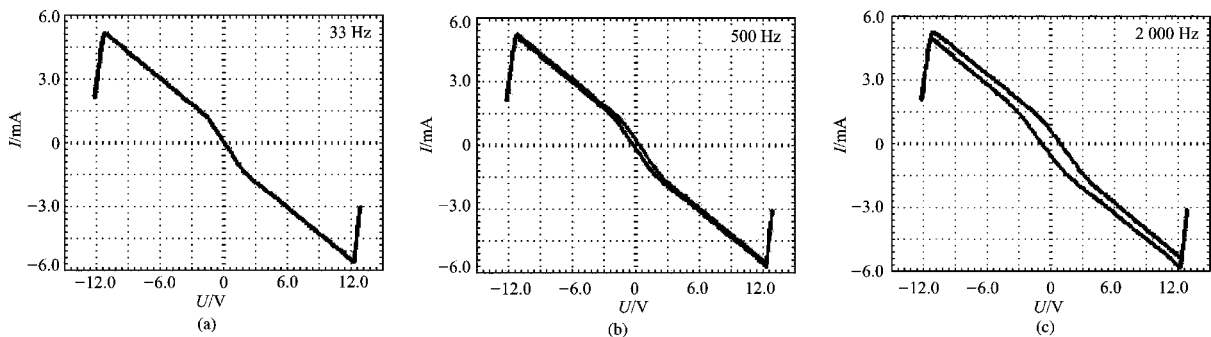


图5 三角波信号扫描非线性负阻 N_r 的 $I-U$ 特性

2 蔡氏电路非线性负阻几种测量方法的比较

我们最初采用伏安法测量非线性负阻的 $I-U$ 特性, 结果与文献[11]报道的相似, 右半部分特性曲线容易测得, 而左半部分很难测得. 从后面的测量可以看

到, 真实的负阻特性曲线并不过原点, 在 $I=0$ 时, $U > 0$. 在接通电路短暂的非平衡过程中, 负阻输出 $U > 0$ 的概率更大, 所以伏安法总是测到右半部分特性曲线. 当然, 如果通过其他方法将非线性负阻引导进入 $U < 0$ 的区域, 连续地调节 R 还是可以得到左半的特性曲线. 文

献 [11] 中将右半部分的特性曲线直接做中心对称处理得到的完整曲线, 可能并不能反映真实结果. 于是我们采用了文献 [10] 中的方法, 电路如图 4 所示: 把非线性负阻 N_r 与一个 $1\text{ k}\Omega$ 定值电阻 R 串联后用新建 XJ1631 信号发生器驱动, 通过 Tek1002B 数字示波器观察定值电阻 R 两端的电压和 N_r 两端电压构成的李萨如图形, 即可得到 N_r 的 $I-U$ 特性. 由于示波器的两个输入端共用一个接地, 通过非线性负阻的电流与定值电阻两端电压具有关系 $I = -U_R/R$, 示波器 Y 方向 (U_R 信号) 需要开启反相功能. 我们在 33 Hz 、 500 Hz 、 2 kHz 3 个频率的三角波信号扫描下, 得到的 $I-U$ 特性曲线如图 5 所示. 不同于理想非线性负阻 (图 3) 具有负阻区无限延伸的特性, 实测数据在负阻区的两侧还是存在正电阻区域, 这是因为我们的负阻是由 $\pm 15\text{ V}$ 电源供电, 使得负阻的输出电压有一个限值, 当超过此限值之后, 整个负阻就表现出正电阻的性质了. 由于正阻区基本处于电路产生混沌现象时的工作区段之外, 所以可以认为其影响极小, 理论分析和模拟都可以忽略正阻部分.

此外, 从图 5 的 3 张图中可以看到, 用交流信号扫描 $I-U$ 特性曲线时, 电压升高和降低时测得的特性曲线并不重合, 而且这一分裂随着频率的升高而增大. 文献 [10] 中采用的测量信号为 30 Hz , 没有发现这一分裂现象, 这是由于低频下这一分裂不明显. 我们认为测得的 $I-U$ 特性曲线的分裂现象是由构成非线性负阻 N_r 的集成电路 FL353N 中的数字放大器自身的延迟所致: 由于数字放大器在处理信号时有一个微小的延迟时间, 因此电流与电压之间会存在一个相位差, 当扫描信号的频率升高时, 周期相应缩短, 因而延迟时间占周期的比例增加, 相位差导致的特性曲线分裂就愈发明显. 既然工作在 2 kHz 的非线性负阻其 $I-U$ 特性已经有了那么明显的分裂, 在本实验的蔡氏电路产生混沌信号时, 信号的

频率一般在 2.7 kHz , 其工作时的 $I-U$ 特性曲线的分裂应该会更加剧烈, 这样我们就很难把它当作理想非线性负阻 (即如图 3 所示 $I-U$ 曲线没有分裂) 来使用了, 难道真的是这样吗?

于是我们重新设计了原有的电路, 采用了如下方法对非线性负阻进行测量: 在电路中接入一个 $r = 100\ \Omega$ 的采样电阻, 非线性负阻两端的电压 U 仍在 CH1 端测量, 用 CH2 端输出的 r 两端的电压代替电流信号来记录 $I-U$ 曲线. 实验时利用蔡氏电路自身的振荡信号代替信号发生器的输入, 电路图如图 6 所示. 相比于前一种方法, 这里扫描非线性负阻的信号就是产生混沌现象时电路中的信号, 所以该方法测得的 $I-U$ 特性如实地反映了非线性负阻在混沌电路工作状态下的 $I-U$ 特性.

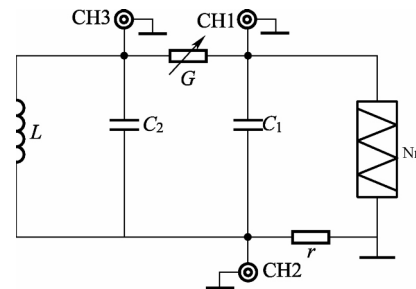


图 6 内置信号扫描测量 $I-U$ 特性电路图

我们采用混沌电路处于初始状态的信号 (图 7 (a)) 测量 $I-U$ 特性, 结果如图 7 (b) 所示, 与图 5 中的结果相比, 该特性曲线同样存在分裂现象, 但是分裂小得多. 当采用我们更为关心的双吸引子 (图 8) 混沌信号测得 $I-U$ 的特性, 分裂现象几乎消失. 由此可见, 负阻 $I-U$ 曲线本身的分裂是很小的, 当我们用正弦信号或三角波信号驱动时, 会引起分裂增大. 这是因为: 混沌信号各个周期的振幅是变化的,

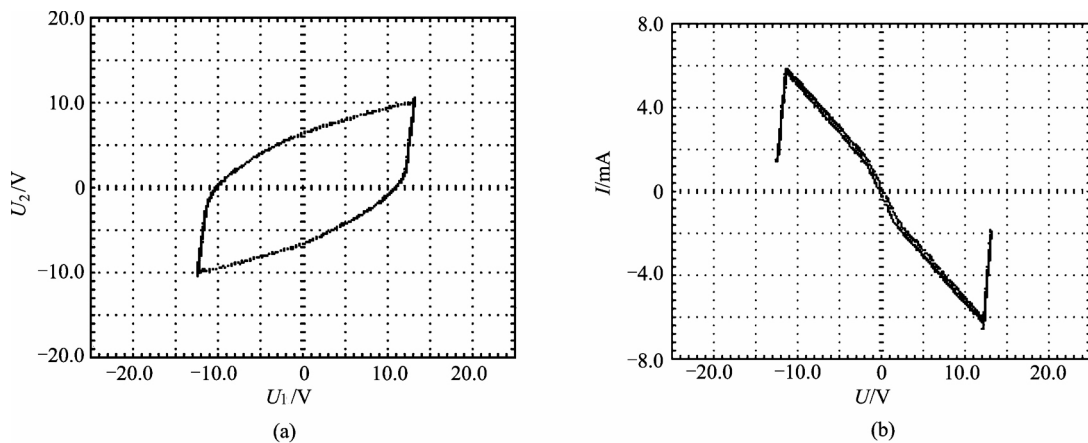


图 7 初始状态的相图与对应非线性负阻的 $I-U$ 曲线

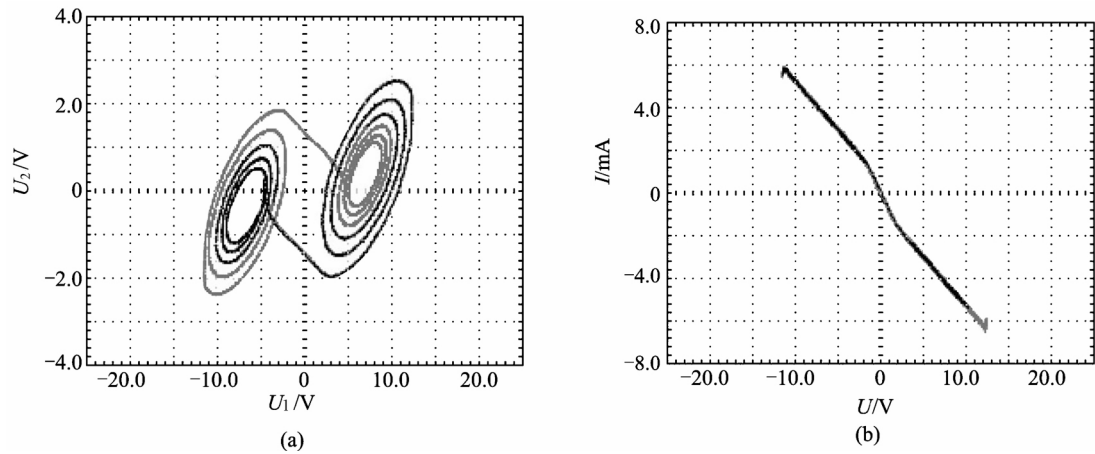


图8 双吸引子的相图与对应非线性负阻的 $I-U$ 曲线

而在一个“大周期内”是振荡上升的,与正弦或三角波信号相比,信号幅度的时间变化率相对较小,所以数字放大器的延迟变得不明显.将图7中 $I-U$ 特性曲线的数据点采集之后进行拟合,得到在上区 $G_b = (-4.175 \pm 0.004) \times 10^{-4} \Omega^{-1}$ $E_+ = (1.793 \pm 0.002)$

V 在中区 $G_a = (-7.723 \pm 0.007) \times 10^{-4} \Omega^{-1}$ $E_- = (-1.739 \pm 0.002)$ V 在下区 $G_b = (-4.164 \pm 0.005) \times 10^{-4} \Omega^{-1}$ 与之前理论计算值基本相符.同时我们可以看到,特性曲线有轻微的不对称,这是由非线性负阻 Nr 的两个运算放大器的内部电平不相等造成的^[10].

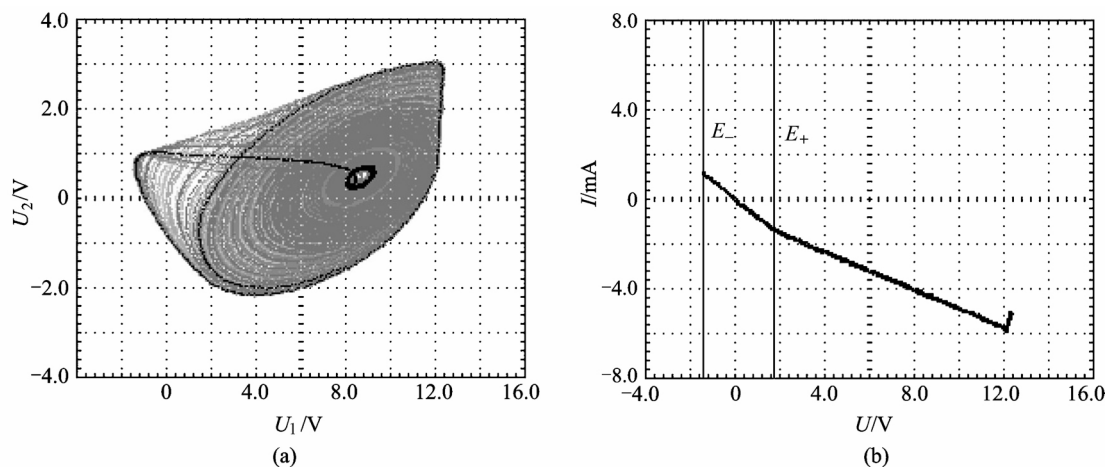


图9 奇异吸引子的相图与对应非线性负阻的 $I-U$ 工作区段

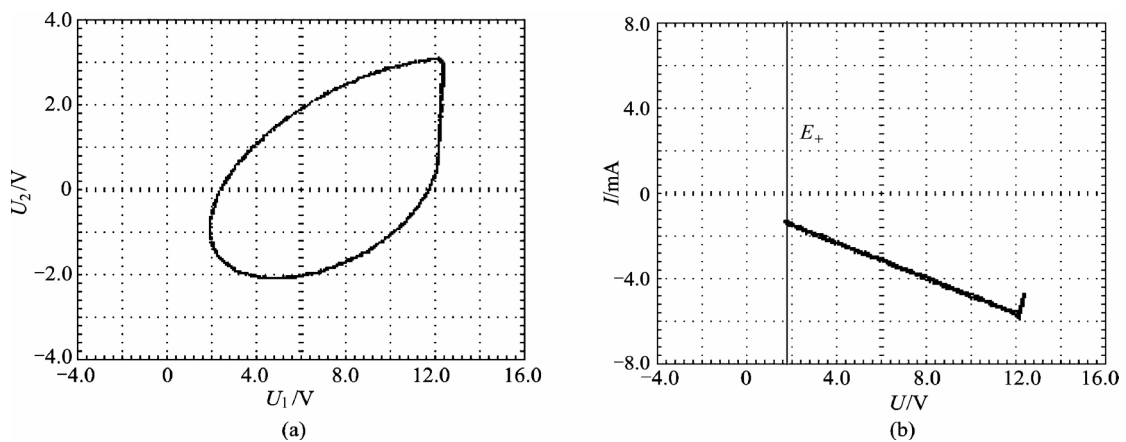


图10 单吸引子的相图与对应非线性负阻的 $I-U$ 工作区段

3 混沌演化与非线性负阻的工作区段的关系

由于整个电路中其他元件都为普通的线性元件,故非线性负阻是整个系统产生混沌现象的关键,借助图6所示改进后的电路,可以清晰地显示非线性负阻在电路中的决定性作用:把CH1、CH2接入示波器1,CH1、CH3接入示波器2,同时观察相图和非线性负阻的工作状况.图7和8已经显示了非线性电路处于初始状态和双吸引子状态时的相图和对应的负阻的 $I-U$ 工作区段.实际上,随着 R 的逐渐增大,可以在两个示波器上分别看到各种混沌现象与响应的非线性负阻的 $I-U$ 工作区段,如图7—图10所示.

从图10中可以看到,当相图上出现单吸引子的时候,非线性负阻工作在整个上区并且必须在左端点进入中区(示波器显示精度所限,图上不明显,但是从读出的 U 最小值来看,已经小于 E_+),这样才能形成稳定的单周期图样,否则只能形成一个稳定的不动点,示波器上显示为一个亮斑;随着非线性负阻的工作区段向左延伸,相图由单周期展宽为多周期,直到出现最极端的奇异吸引子,此时整个上区和中区都被占满,如图9所示;在图8中看到,当非线性负阻工作区段继续向左进入下区时,我们便能看到双吸引子甚至初始状态了.由此可见,我们可以通过调节蔡氏电路中的负载电阻,改变非线性负阻的 $I-U$ 工作区段,从而使整个电路的相图呈现各种不同的混沌状态.

4 小结

为了对蔡氏电路有深入的认识,本文在蔡氏电路的基础上做了一系列有针对性的实验.首先本文对蔡氏电路中的元件参数进行了测量.在这个过程中,本文提出了新的非线性负阻 $I-U$ 特性的测量方法,并与文献中的传统方法进行了比较.结果显示,新方法更好地反映了非线性负阻在混沌电路中工作时的 $I-U$ 特性.利用这种测量方法的实验电路,还可以同时观察非线性负阻在电路工作状态下的 $I-U$ 特性和与之对应的混沌相图,这有助于加深对非线性负阻在混沌演化中重要性的认识,即正是由于

非线性负阻的工作区段不同导致了相图的变化以及混沌的出现.有了这些实验的基础,我们可以更好地对蔡氏电路进行理论分析和数值模拟.

致谢

本文作者感谢复旦大学郝柏林院士非常有帮助的讨论,感谢国家基础科学人才培养基金(J0730310)的资助.

参考文献:

- [1] Gleick James,张淑誉,郝柏林.混沌开创新科学[M].北京:高等教育出版社,2004:1-10.
- [2] Chua L O. Nonlinear Circuits[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems, 1984, CAS-31(1): 69-87.
- [3] Hobson P R, Lansbury A N. A simple electronic circuit to demonstrate bifurcation and chaos[J]. Physics Education, 1993, 31: 39-43.
- [4] Zhong G Q, Ayrom F. Experimental confirmation of chaos from chua's circuit[J]. International Journal of Circuit Theory and Applications, 1985, 13(1): 93-98.
- [5] Lu J H, Chen G R. Generating Multiscroll Chaotic Attractors: Theories, Methods And Applications[J]. International Journal of Bifurcation and Chaos, 2006, 16(4): 775-858.
- [6] Chen G R, Ueta T. Yet Another Chaotic Attractors[J]. International Journal of Bifurcation and Chaos, 1999, 9(7): 1465-1466.
- [7] 冯朝文,蔡理,康强.基于单电子器件的混沌电路研究[J].物理学报,2008,57(10):6155-6161.
- [8] 刘兴云,鲁池梅,程永山.基于虚拟仪器三维多涡卷混沌电路的研究[J].大学物理,2008,27(6):38-41.
- [9] 许巍,熊永红,李定国,等.基于LabVIEW数据采集系统的混沌电路实验[J].物理实验,2009,29(2):20-22.
- [10] Kennedy M P. Three steps to chaos part II: A chua's circuit primer[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems, 1993, 40(10): 657-674.
- [11] 张媛,厉树忠,杨志民,等.一个典型混沌电路的实验与分析[J].西北师范大学学报(自然科学版),2006,42(4):53-56.

(下转65页)

Exploring the laws of thermal radiation

NI Zhi-xiang

(School of Physics and Electronic Science , Fuyang Teachers College , Fuyang , Anhui 236041 , China)

Abstract: The law of thermal radiation is an important discovery in the history of physics. We introduce the exploring process of the law mentioned above in a modern manner to promote the creative ability of students.

Key words: history of physics; exploring; thermal radiation

(上接 52 页)

3 月 30 日 ,我们离开台湾 ,经香港回京。原来从北京出发的时候 ,我们最担心的是 ,不要有人因为年老体弱生病离队。我们的箴言是“一个也不能少”。现在我们都平安归来 ,一个也没有少。我们的愿望都实现了:我们会见了老朋友 ,结交了许多新朋友 ,和他们进行了交流;了解了台湾社会生活的科学文化层面 ,感受了台湾社会人与人关系中的温文有礼 ,也看到了台湾美丽的自然景色。这都要感谢中大物理系细致周到的安排 ,以及台湾旅行社导游和司机一路上的照顾。

2008 年 5 月以来 ,台湾海峡的局势向着好的方向发展。潮平风正 ,大好行舟 ,两岸人民展开了多种

多样的交流。就在我们出发那天 ,在飞机上看到报载大陆清华的顾秉林校长从台湾回来 ,他去台湾是商谈两岸清华同庆清华建校百年;在我们访问时 ,两岸科学传播论坛正在举行 ,有些接待我们的教授直接从论坛上上来;我们刚回来 ,上海的韩正市长 ,又领着庞大的代表团参加与台北市的双城会去了。当然 ,他们代表官方 ,和我们的纯粹个人身份不同。可是普通人民之间的了解也是非常重要的。我们在台湾的各个景点 ,都看到许多大陆游客。让我们抓住和发展潮平风正的好时机 ,多展开两岸各行各业同胞之间的交流 ,促进了解。

(上接 57 页)

Detailed investigation on the Chua's nonlinear circuit

——A novel approach for parameter measurement and phenomena observation

LUO Ye , LE Yong-kang

(Department of Physics , Fudan University , Shanghai 200433 , China)

Abstract: Parameters of elements in the nonlinear circuit are measured precisely. A novel approach is proposed for a precise and convenient characterization of the nonlinear negative resistor. Based on this improved approach , it is possible to demonstrate simultaneously the chaos states of the circuit and their related $I - U$ working regions of the nonlinear negative resistor , which is very helpful for a better understanding of the origin of nonlinear phenomena in the Chua's circuit.

Key words: Chua's circuit; novel approach for characterizing the negative resistor; chaos demonstration; relations between the state of negative resistor and the nonlinear phenomena