

学生园地



## 碰撞过程动能损耗的定量分析

赵元晟,高渊,乐永康,原媛  
(复旦大学物理学系,上海 200433)

**摘要:** 使用高速摄像机拍摄碰撞打靶实验中两球的运动过程,使用 Tracker 视频分析软件对撞球和被撞球的运动轨迹进行分析,得到了整个碰撞过程的具体数据及运动图像,进而定量分析了各个阶段的能量损失.

**关键词:** 碰撞打靶; 视频分析; 能量损失; Tracker; Origin

**中图分类号:** O313.4

**文献标识码:** A

**文献编码:** 1005-4642(2017)04-0044-04

碰撞分为弹性碰撞和非弹性碰撞,两者区分的依据是:是否存在动能损耗. 实验上,动能损耗评定的一种办法是利用频闪照相分析照片中的物体运动轨迹得到物体在各处的即时速度<sup>[1]</sup>,但此方法的实验过程比较繁杂,在实验教学中使用越来越少了;另一种办法是通过类似碰撞打靶<sup>[2]</sup>这样的实验设计,从被碰物体运动轨迹的落点位置等信息来倒推碰撞后物体的运动速度,显然,这种间接法很难全面计人被碰物体在后续运动中的各种阻力、入射球在碰撞后的速度等对结果的影响.

近年来,Tracker 等视频分析软件在实验教学中得到了越来越多的应用<sup>[3-6]</sup>. 利用 Tracker 可以将运动视频分解一帧一帧的图片,根据物体在每一帧画面中的位置和帧与帧之间时间间隔来确定物体运动的速度,进而为验证能量守恒或者动力学过程的动能损耗提供可能.,学生可以通过智能手机在任何时间、任何地点拍摄实验视频,利用 Tracker 软件探究物体的运动过程等内容,有利于学生更扎实地掌握运动学等相关的内容. 使用高速摄像机(250FPS)录制碰撞打靶实验的视频,借助 Tracker 分别对撞球和被撞球的运动轨迹进行数据采集<sup>[7-10]</sup>,利用 Origin 软件对测量结果进行详尽地数据分析,得到了实验中各个阶段能量损失的量化分布.

### 1 实验原理

实验装置如图 1 所示,撞击球  $m_1$  从初始高

度  $h$  被释放,当其沿弧线运动至最低点时与初始高度为  $y$  的被撞球  $m_2$  发生正碰,此后被撞球做平抛运动,水平位移为  $x$ . 根据机械能守恒和动量守恒定律,2 球发生弹性碰撞,有

$$h = \frac{x^2}{16y} \left( 1 + \frac{m_2}{m_1} \right)^2 + y. \quad (1)$$

实验中,要求学生可以根据前一次实验被撞球实际落点的水平位移  $x'$  计算实验过程中的“能量损失” $\Delta E$ :

$$\Delta E = m_1 g \frac{(x^2 - x'^2)}{16y} \left( 1 + \frac{m_2}{m_1} \right)^2, \quad (2)$$

并以此修正撞击球的初始高度以补偿体系所损失的能量,直至被撞球落入靶纸上 10 环所在位置(水平位移  $x$  处),实验结束.

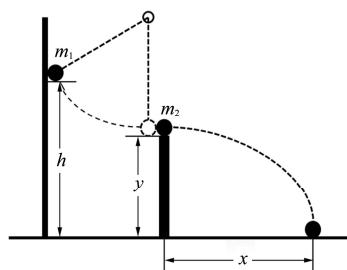


图 1 实验装置示意

### 2 利用 Tracker 软件采集小球运动轨迹

实验使用 250FPS 高速摄像机拍摄从撞击球释放到被撞球平抛运动击中靶台的整个过程. 拍

“第 9 届全国高等学校物理实验教学研讨会”论文

收稿日期: 2016-05-30

作者简介: 赵元晟(1996—),男,浙江杭州人,复旦大学物理学系 2014 级本科生.

通讯作者: 原媛(1982—),女,山西长治人,复旦大学物理学系工程师,硕士,从事理论物理数值计算  
万及物理实验教学.



摄过程注意了摄像机正对装置,且距离不过近(保证拍摄到的影像相对实际物体的变形是微小的).摄像机的拍摄速率较高,能满足整个过程有足够的数据,以提高精度.

实验用铁球作为撞击球,质量为28.1 g;相同直径的铝球作为被撞球,质量10.0 g.实验所用摄像机250帧/s,即画面间时间间隔为4.00 ms.视频拍摄完成后,导入Tracker 4.92,以实验仪器自带竖直标尺进行标定,使得视频图像中的长度与实际的尺寸相对应.使用软件的自动标记功能可自动得到2个小球的 $x(t)$ 和 $y(t)$ (位移-时间)关系,再利用Origin对原始数据作进一步分析.

### 2.1 运动轨迹分析

首先利用Origin对撞击球(此时支架上未放置被撞球)的位移-时间( $x-y$ )数据进行拟合.由于实验中,撞击球的摆角较大,不能认为其运动符合简谐振动的运动方程,因此,选用了圆方程 $y=y^0-\sqrt{r-(x-x^0)^2}$ 来拟合 $y-x$ 的关系(如图2所示).拟合结果为

$$r=(0.05192+0.00015)\text{ m},$$

$$x^0=(0.00212+0.00008)\text{ m},$$

$$y^0=(0.2281+0.0004)\text{ m}.$$

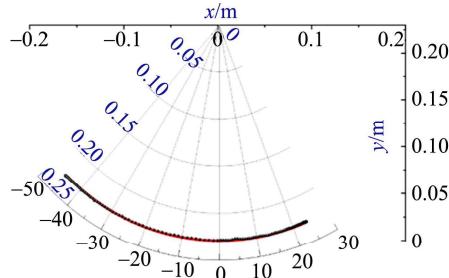


图2 运动轨迹

由拟合结果可以看出撞击球运动轨迹确为圆弧的一部分,图2给出了撞击球在 $[-50^\circ, 30^\circ]$ 范围内的运动轨迹,从拟合结果可以看出拍摄过程中的畸变可视为小量.

将Tracker所得一次碰撞过程中撞击球和被撞球的 $x(t)$ 和 $y(t)$ 数据导入Origin,可以绘得运动过程中两球的运动轨迹(如图3所示).

对实验视频进行逐帧分析,视频分析窗口如图4(a)所示,可以得到两球开始撞击的时间为3.900 s,撞击结束的时间为3.916 s.

将被撞球从碰撞结束时3.916 s至击中靶台时间内的 $x(t)$ 和 $y(t)$ 数据导入Origin,并分别进

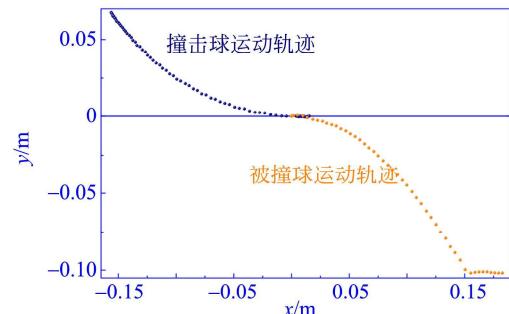


图3 两球运动轨迹



(a)碰撞开始时



(b)碰撞结束时

图4 视频图像

行拟合.竖直方向上,小球作自由落体运动;水平方向上,小球作匀速直线运动.考虑到空气阻力的影响,认为竖直方向上位移 $y$ 与时间 $t$ 的关系应是 $P$ 次曲线,选用 $y=y^0+A(t-t_0)^P$ 作为拟合方程,拟合结果为

$$y^0=(0.00089+0.00010)\text{ m},$$

$$t_0=(3.91401+0.00012)\text{ s},$$

$$A=4.78, P=2.$$

由拟合结果可以看出,被撞球竖直方向上的运动是准确的二次曲线关系,拟合得到的碰撞结束时间(3.914 s)与观看视频所得时间(3.916 s)一致(视频分析的最短时间间隔是0.004 s),且可以得到重力加速度 $g=2A=9.56\text{ m/s}^2$ ,相对偏差2.4%(取上海地区重力加速度9.794  $\text{m/s}^2$ ).其

水平方向上的运动可以使用线性方程  $x = x_0 + v_x t$  进行拟合。拟合结果为

$$x_0 = -5.679 \text{ m}, \\ v_x = (1.4542 + 0.0015) \text{ m/s}.$$

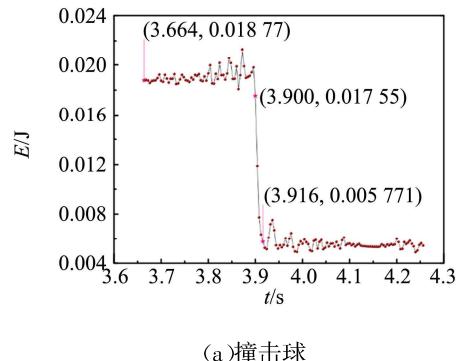
## 2.2 能量分析

将被撞击球球心初始位置的水平面定义为零重力势能面。运动小球的总能量为

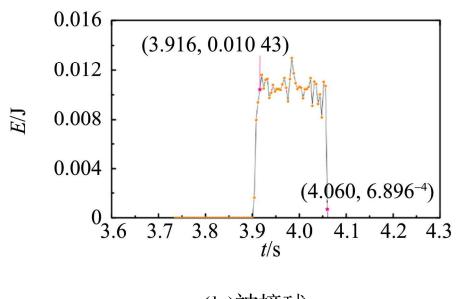
$$E = mg\Delta h + \frac{1}{2}m(v_x^2 + v_y^2), \quad (3)$$

其中,  $m$  为球的质量,  $g$  为重力加速度,  $\Delta h$  为距离零势能面的高度差,  $v_x$  和  $v_y$  分别为小球在水平方向和垂直方向上的速度。

Origin 对碰撞过程中撞击球和被撞球的  $x(t)$  和  $y(t)$  数据作差分处理, 即可得 2 球各自的  $v_x(t)$  以及  $v_y(t)$ , 代入式(3)即可得到两球的  $E-t$  关系, 计算结果如图 5 所示。



(a) 撞击球



(b) 被撞球

图 5 撞击球和被撞球的能量与时间关系图

从能量-时间关系图中可以看出:

1) 撞击球从释放到碰撞前损耗的能量为

$$\Delta E_1 = (0.01877 - 0.0176) \text{ J} \approx 1.2 \times 10^{-3} \text{ J}.$$

2) 两球碰撞时 ( $3.904 \sim 3.916 \text{ s}$ ), 损耗的能量为:

$$\Delta E_2 = (0.01755 - 0.005771 - 0.01043) \text{ J} \approx 1.4 \times 10^{-3} \text{ J}.$$

3) 碰撞结束后, 被撞球的能量损失很小。

4) 总的能量损失为:

$$\Delta E = \Delta E_1 + \Delta E_2 = 2.6 \times 10^{-3} \text{ J}.$$

由以上分析可得碰撞过程的能量分布如图 6 所示。整个过程中损失的能量占初始总能量的 14%, 其中碰撞前的能量损失为 6.5%, 碰撞时的能量损失 7.2%。

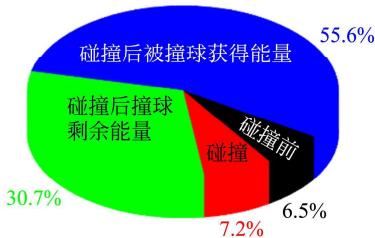


图 6 整个碰撞过程的能量分布图

## 3 结束语

视频分析软件 Tracker 可以对运动过程中的物体进行精确定位和跟踪, 给出物体的运动轨迹。利用数据处理软件 Origin 对物体的位移-时间数据进行差分处理, 可以轻松得到运动过程中的能量分布。将这 2 种软件应用到碰撞实验中, 可以直观地得到各运动小球的轨迹、动量、能量等物理量随时间的变化关系, 为碰撞过程的能量损失分析提供了大量的数据支持, 能更好地帮助实验者理解碰撞过程所涉及的力学规律和定理定律。

## 参考文献:

- [1] 张景泉. 非对心碰撞[J]. 辽宁师院学报(自然科学版), 1981(3):77-81.
- [2] 沈元华, 陆申龙. 基础物理实验[M]. 北京: 高等教育出版社, 2003:29.
- [3] Wee Loo-Kang, Tan Kim-Kia, Leong Tze-Kwang, et al. Using Tracker to understand ‘toss up’ and free fall motion: a case study [J]. Physics Education, 2015, 50(4):436-442.
- [4] 吴志山. 让真实定量、定格——Tracker 软件在物理教学中的应用[J]. 物理教师, 2012, 33(7):53-54.
- [5] 李玉峰, 熊建文, 杨友源. 视频分析软件在物理实验中的应用[J]. 实验室研究与探索, 2009, 28(4):62-64.
- [6] 王仁泉. 巧用数码相机使运动定格[J]. 物理实验, 2008, 28(9):21-22.
- [7] 陈泽君, 程敏熙. 基于 tracker 和 python 的物理建模方法——以研究抛体运动的阻力变化为例[J]. 大学物理实验, 2015, 28(3):84-87.
- [8] 贾昱, 程敏熙, 安盟, 等. 基于视频分析软件 Tracker

- [9] 吴肖,朱道云,胡峰,等.利用视频分析软件 Tracker 研究皮球的弹跳[J].物理实验,2013,33(7):40-41.
- [10] 丁晓彬,董晨钟.基于 2D 开源视频分析和建模软件 Tracker 研究抛体运动实验[J].大学物理,2012,31(7):34-36.

## Quantitative analysis of energy loss in a collision process

ZHAO Yuan-sheng, GAO Yuan, LE Yong-kang, YUAN Yuan

(Department of Physics, Fudan University, Shanghai 200433, China)

**Abstract:** High speed video recorder was used to trace the motion of the two balls in the experiment of target hitting through collision. With the help of video analysis software Tracker, the position of the balls in each moment was obtained. With the further obtained speed of the balls before and after the collision, the energy loss of the collision process could be analyzed quantitatively.

**Key words:** target hitting through collision; video analysis; energy loss; Tracker; Origin

[责任编辑:郭伟]

## “第 13 届全国高等学校物理演示实验教学研讨会”第二轮通知

为促进我国高等学校物理演示实验教学改革与技术创新,拓展演示实验教学功能,发展学生核心素养,全面提升学生科学素质,根据“第 12 届全国高等学校物理演示实验教学研讨会”纪要精神,由高等学校物理演示实验教学研究会主办、北京工业大学应用数理学院承办的“第 13 届全国高等学校物理演示实验教学研讨会”定于 2017 年 6 月 23 日至 6 月 25 日在北京工业大学举行。会议有关事宜如下:

### 1 会议内容

理事会议;特邀报告;物理演示实验教学的现状与趋势;高校物理演示教学研究与学术探讨,演示实验室的建设管理与有效利用,演示仪器的研制与开发;优秀物理演示仪器展示与交流。

### 2 会务安排

1)请各位参会代表于 2017 年 4 月 15 日至 6 月 1 日登陆注册平台注册相关信息,注册平台网址为 <http://www.canevent.com/customPage/customPagePreview?pagId=34126&eventId=10002314>。参加仪器展评的单位需下载“高等学校物理演示仪器展评申请表”,填写完毕,加盖单位公章提交至 wuliyanshi2017@bjut.edu.cn。

2)会议报到注册时间:6 月 23 日全天,报到地点:北京工业大学数理楼一层中厅。

3)住宿地点:北京工业大学附近 4 星级酒店(约 40 间)及便捷酒店,会议负责联系,截止时间 6 月 1 日。

4)参加仪器展评和展销的单位,请于 6 月 23 日报到后持凭证到会议指定地点布展。

### 3 会议论文

大会将编辑会议论文集,并推荐给《物理实验》杂志社,杂志社将选择具有发表水平的优秀论文在《物理实验》上发表。论文请按《物理实验》格式要求排版。请提交论文的老师于 6 月 1 日之前将电子文档(word 格式)提交至注册平台。

联系人:欧阳丽婷(网站咨询,15210834650),杨旭东(13661024691),刘敏蔷(13611390056)

E-mail: wuliyanshi2017@bjut.edu.cn

通讯地址:北京市朝阳区平乐园 100 号 北京工业大学 应用数理学院 刘敏蔷 邮政编码:100124。