$$u(E)=E\left[\left(\frac{u(l)}{l}\right)^2+\left(\frac{u(d_2)}{d_2}\right)^2+\left(2\frac{u(d)}{d}\right)^2+\left(\frac{u(K)}{K}\right)^2+\left(\frac{u(d_1)}{d_1}\right)^2\right]^{1/2} \tag{6-6}$$

2. 金属丝拉伸规律的研究

通常把应力$\frac{F}{S}$与应变$\frac{\delta}{l}$的关系曲线称拉伸曲线，在弹性限度内其应力$\frac{F}{S}$与应变$\frac{\delta}{l}$成正比.

如果加在物体上的外力过大，以致外力撤除后，物体不能完全恢复原状而留下剩余形变，称为塑性形变。因而当超过了弹性限度后，物体将发生塑性形变以至断裂.

（1）测定金属丝$\frac{F}{S}$和$\frac{\delta}{l}$的拉伸曲线.

（2）测定金属丝塑性形变的剩余形变.

（3）对拉伸曲线作分析讨论，并说明其各部分的意义.

3. 设计实验方案

利用弹性模量测定仪及用具，如何测量薄金属片的厚度.

提示：

（1）在金属丝上测直径，容易使线折弯，最好在备用线上测量.

（2）实验之初，金属丝上如有弯曲；实验中金属丝从螺丝夹中滑脱少许；实验中碰了望远镜或动了光杠杆对实验是否有影响，在数据上将有何表现？是否要从头测？（注意在测量过程中数据A_i的变化.）

（3）A_0在尺的最上端或最下端是否可以？

习题

1. 两根材料相同，粗细、长度不同的金属丝，在相同的外力条件下，它们的伸长量是否一样？弹性模量是否相同？为什么？

2. 设计一种不用光杠杆测量δ的方法，并估计其不确定度.

3. 按式(6-1)，伸长值δ等于l时的$\frac{F}{S}$值等于E.这样讲对吗？为什么？

4. 在网上查一下，机械材料对弹性模量的要求.

实验七　弹性模量的测定（梁弯曲法）

目的

用梁的弯曲法测定金属的弹性模量.

仪器和用具

攸英(Ewing)装置、光杠杆、尺度望远镜、螺旋测微器、游标卡尺、米尺.

攸英装置如图 7-1 所示,在二支架上设置互相平行的钢制刀刃,其上放置待测棒和辅助棒,在待测棒上二刀刃间的中点处,挂上有刀刃的挂钩和砝码托盘,往托盘上加砝码时待测棒将被压弯,通过在待测棒和辅助棒上放置的光杠杆测量出棒弯曲的情况,从而求出棒材的弹性模量.

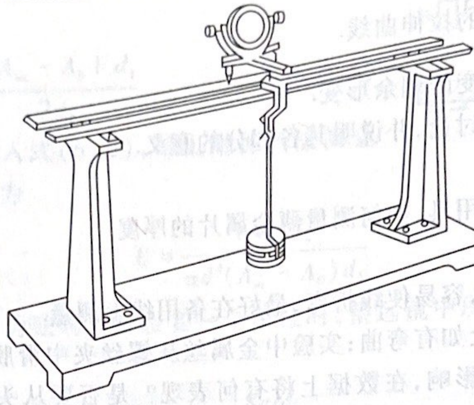

图 7-1

原理

将厚为 δ、宽为 b 的金属棒放在相距为 l 的二刀刃上(见图 7-2),在棒上二刀刃的中点处挂上质量为 m 的砝码,棒被压弯,设挂砝码处下降 λ,此 λ 称为弛垂度,这时棒材的弹性模量 E 等于

$$E=\frac{mgl^3}{4\delta^3 b\lambda} \tag{7-1}$$

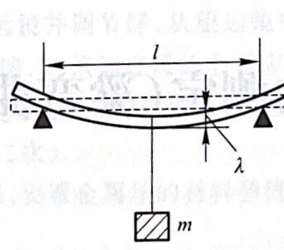

图 7-2

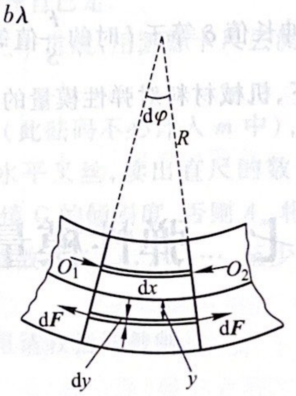

图 7-3

下面推导上式. 图 7-3 为沿棒方向的纵断面的一部分. 在相距 dx 的 O_1O_2 二点上的横断面,

在棒弯曲前互相平行，弯曲后则成一小角度 $d\varphi$. 显然在棒弯曲后，棒的下半部呈现拉伸状态，上半部为压缩状态，而在棒的中间有一薄层虽然弯曲但长度不变，称为中间层.

计算与中间层相距为 y、厚 dy、形变前长为 dx 的一段，弯曲后 $dx = Rd\varphi$（R 为中间层曲率半径），伸长了 $(R+y)d\varphi - Rd\varphi$，它受到的拉力为 dF，根据胡克定律有

$$\frac{dF}{dS} = E\frac{(R+y)d\varphi - Rd\varphi}{Rd\varphi} = E\frac{y}{R}$$

式中 dS 表示形变层的横截面积，则

$$dF = \frac{E}{R}y dS$$

加在横断面的转矩 M 为

$$M = \int_S dF \cdot y = \frac{E}{R}\int_S y^2 dS = \frac{EI}{R} \tag{7-2}$$

式中 $I = \int_S y^2 dS$ 是截面对于水平方向对称线的截面二次矩.

如果将棒的中点 C 固定，在中点两侧各为 $\frac{l}{2}$ 处分别施以向上的力 $\frac{1}{2}mg$（见图 7-4），则棒的弯曲情况当和图 7-2 所示的完全相同.

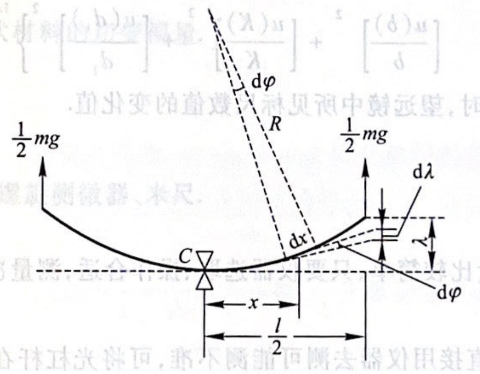

图 7-4

棒上距中点 C 为 x、长为 dx 的一段，由于弯曲产生的上升 $d\lambda$ 等于

$$d\lambda = \left(\frac{l}{2} - x\right)d\varphi = \left(\frac{l}{2} - x\right)\frac{dx}{R} \tag{7-3}$$

当棒平衡时，由外力 $\frac{1}{2}mg$ 对该处产生的力矩 $\frac{1}{2}mg\left(\frac{l}{2}-x\right)$ 应当等于由式(7-2)求出的转矩 M，即

$$M = \frac{EI}{R} = \frac{1}{2}mg\left(\frac{l}{2} - x\right) \tag{7-4}$$

由此式求出 R 代入式(7-3)中并积分，可求出弛垂度 λ 为

$$\lambda = \frac{mg}{2EI}\int_0^{\frac{l}{2}}\left(\frac{l}{2} - x\right)^2 dx = \frac{mgl^3}{48EI} \tag{7-5}$$

设棒的截面为矩形，厚为 δ，宽为 b，则 $I=\frac{1}{12}\delta^3 b$，即

$$E=\frac{mgl^3}{4\delta^3 b\lambda}$$

如用光杠杆测 λ 时（参考实验六），则

$$\lambda=\frac{(A_m-A_0)d_1}{2d_2} \tag{7-6}$$

其中 d_2 为光杠杆平面镜到望远镜的直尺的距离，d_1 为光杠杆前足尖到二后足尖连线的垂直距离. A_0、A_m 为加砝码 m 前后，望远镜的两次读数. 将式(7-6)代入式(7-1)得

$$E=\frac{mgl^3 d_2}{2\delta^3 b(A_m-A_0)d_1} \tag{7-7}$$

又设 $K=(A_m-A_0)/m$，则上式为

$$E=\frac{gl^3 d_2}{2\delta^3 bKd_1} \tag{7-8}$$

$$u(E)=E\left\{\left[3\frac{u(l)}{l}\right]^2+\left[\frac{u(d_2)}{d_2}\right]^2+\left[3\frac{u(\delta)}{\delta}\right]^2+\left[\frac{u(b)}{b}\right]^2+\left[\frac{u(K)}{K}\right]^2+\left[\frac{u(d_1)}{d_1}\right]^2\right\}^{1/2}$$

此 K 为砝码改变单位质量时，望远镜中所见标尺数值的变化值.

实验内容

对 l、d_2、δ、b、d_1 的测量比较简单，只要仪器选取、操作合适，测量次数适宜，不测错，不读错数即可.

对 d_1 的测量要注意，直接用仪器去测可能测不准，可将光杠杆在平的纸上轻轻压出三个足尖痕，再用游标卡尺去测.

这里着重说明对 m 和 A_m 的测量.

（1）将待测棒和辅助棒并排放在二刀刃上，间隔要适应光杠杆的 d_1 值，检查刀刃与棒的接触情况，如有接触不佳就移动一下棒.

（2）确定二刀刃的中点，放上挂钩及砝码托（挂钩及砝码托质量不计入 m 中）以及光杠杆（如图 7-1 所示）.

（3）安置尺度望远镜，调整好仪器，使从望远镜中看到标尺的读数在尺中点的下侧，测出第一个值 A_0，此时 $m=0$.

（4）逐次增加砝码（每个质量相同），测出对应值为 A_1、A_2、A_3、…，至少加 6 个，然后再逐个减去砝码测量. 要做三次反复测量.

用分组求差法或最小二乘法计算 K 值.

最后求出被测试料的弹性模量 E、标准不确定度 $u(E)$.（可以只计算 A 类分量.）

习题

1. 就你的测量，说明光杠杆测量的准确度如何？如改用读数显微镜直接去测 λ，何者效果好些？

2. 如果被测棒为一圆棒，参照式(7-5)求出其测量公式.

3. 对实验给出评价.

4. 能考虑一下此实验可以探索的问题吗？

实验八　切变模量的测定

目的

学习用摆动法测量棒状材料的切变模量.

仪器和用具

扭摆、圆环、游标卡尺、螺旋测微器、米尺.

原理

1. 切变模量

用力 F 作用在一立方形物体的上面，并使其下面固定(见图 8-1)，物体将发生形变成为斜的平行六面体，这种形变称为切变. 出现切变后，距底面不同距离处的绝对形变不同($AA'>BB'$)，而相对形变则相等，即

$$\frac{AA'}{OA}=\frac{BB'}{OB}=\tan\gamma$$

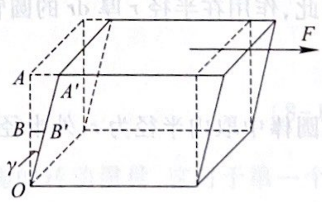

图 8-1

式中 $\tan\gamma$ 称为切应变，当 γ 值较小时，可用 γ 代替 $\tan\gamma$. 实验表明，在一定限度内切应变 γ 与切应力 $\frac{F}{S}$ 成正比，此处 S 为立方体平行于底的截面积，现以符号 τ 表示切应力 $\left(\frac{F}{S}\right)$，则切变模量 G 等于切应力与切应变之比，即

$$G=\frac{\tau}{\gamma} \tag{8-1}$$