

运动生物力学的力学模型问题

刘 延 柱

(上海交通大学)

运动生物力学是研究与人体运动有关的力学问题。其中将人体抽象成多刚体系统研究其整体动力学规律的部分可以看作是在经典刚体动力学基础上发展起来的一般力学分支。这门学科最早可追溯到1894年对自由下落猫转体运动的研究。近年来为了适应体育科学、宇航技术以及仿生技术的要求而有了很大的进展。本文综述按经典力学观点建立人体力学模型的若干问题。

一、人体的动力学特征

按照动力学观点观察的人体具有两个主要特征:

1. 人体是能划分为有限个分体的质点系。在肌肉变形对各分体质量分布的影响可忽略不计的前提下,各分体可抽象为刚体,联结各分体的关节可简化为球铰。因此人体可看作是由有限个刚体以球铰联结而成的链系统。

2. 人体的各相邻分体之间存在肌肉的作用力,此作用力对关节中心的力矩能改变此相邻两分体之间的运动状态。一般情况下肌肉作用力不能用简单的弹簧或阻尼器来模拟。它的大小和方向是受脑神经控制的变量,由运动员的主观意识所确定。运动员根据其长期训练形成的习惯或本能,随时依据其感觉器官接受到的各种信息而调整其肌肉作用力的大小和方向以完成预定的动作。在运动过程中,人体积蓄的内能不断通过肌肉的活动转换成机械能。因此人体的力学模型不是一般的刚体系,而是包含肌肉动力系统的一种特殊的刚体系。

二、人体的力学模型

1964年 Hanavan^[1] 建立了最具代表性的人体的刚体系模型。它由15个刚体部件组成,即:

1) 头, 2) 上躯干, 3) 下躯干, 4) 右手, 5) 左手, 6) 右上臂, 7) 左上臂, 8) 右前臂, 9) 左前臂, 10) 右大腿, 11) 左大腿, 12) 右小腿, 13) 左小腿, 14) 右足, 15) 左足(见图1)。

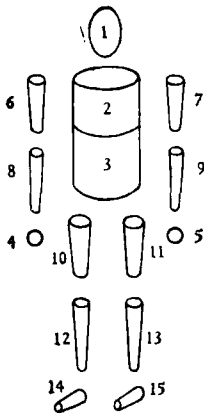


图1 Hanavan 的人体模型

假设各刚体部件皆具有理想化几何外形(1、4、5为椭球,2、3为椭圆柱,其余皆为圆锥台)和均匀分布质量。根据大量尸体解剖实验和利用计算机的回归分析,提供出各分体的几何数据(长度、宽度、高度、铰位置)和惯性数据(质量、惯量张量、质心位置)。由 N 个刚体组成的刚体系具有 $3N + 3$ 个自由度, $N = 15$ 时人体的自由度数为48。

如将信息传递过程也考虑在内,人体的肌肉动力系统是生物控制论有关的复杂动力学系统。其中除与 $3N + 3$ 个自由度对应的广义坐标以外,还应将各相邻分体之间的肌肉控制力矩以及感觉器官接收到的各种信息都作为未知变量。分析这样复杂的动力学系统自然是十分困难的,它已大大超出经典力学的研究范围。与未知变量数相比,按照经典力学普遍定理列出的运动方程数是

远远不足的。

一种简化的研究方法是只考虑肌肉活动所引起的后果,即相邻分体之间的相对运动,将它看作是对广义坐标的运动学约束条件,而不去追究肌肉施力过程的复杂的生物物理本质。当然,这种处理方法的必要前提是运动员对肌肉的控制机能足够健全,以致能随时得心应手地操纵其各个分体完成预定的动作。对于由 N 个刚体组成的链系统,可以列出 $3N-3$ 个约束条件,它们可能是完整的(对相对姿态的限制)也可能是非完整的(对相对角速度的限制)。具体约束条件可由以下几种途径确定:

1. 利用对运动过程的高速摄影记录分析出运动员的肢体相对躯干的实际运动规律。
2. 根据多次实践经验归纳总结出为完成某种运动动作所必须的肢体相对运动的一般规律。
3. 理论上为满足某种最优要求(最短动作完成时间、最高或最远跳跃距离或最小能量消耗等)

而设计出的理想化的肢体相对运动。

将人体的肌肉动力系统以约束条件代替的简化研究方法在苏联文献中称为半逆解法^[5],它使人体的独立自由度减少为6。利用动量定理和动量矩定理对系统整体建立的6个微分方程恰好构成封闭的运动方程组,从而完全确定其运动规律。各分体之间的肌肉控制力矩则可从对各分体单独建立的运动方程解出。运动生物力学问题因而完全简化为经典力学问题。

归纳以上分析,人体的力学模型可设想为由 N 个刚体以球铰联结的链系统。选择系统中任一刚体(例如上躯干)为主体,其平动和转动自由度所对应的6个广义坐标称为外坐标,其它分体相对主体的 $r = 3N - 3$ 个角度坐标称为内坐标^[2]。给定 r 个对内坐标的运动学约束条件后,即可根据动力学普遍定理确定6个外坐标的变化规律。两个相邻分体之间无相对运动而合并为一个刚体是一种特殊的约束条件,因此组成系统的刚体数可以根据具体研究课题的需要,在1至15之间任意选定,例如 $N = 1, 2^{[40]}, 3^{[4,6]}, 5^{[9]}, 12^{[7]}, 15^{[9]}$ 等。由于肌肉的能量转换作用,此系统一般为非保守系统而不存在能量积分,只有全系统合并为一个刚体时才可视为保守系统。除完全自由的腾空运动以外,根据不同的运动形式还可能存在着对外坐标的约束条件。例如手或足的支撑或悬垂,当接触面积足够小时,这种约束可适当地简化为球铰或圆柱铰。支撑状况以及相应的约束条件在运动过程中不断变换的情况十分常见,例如双足步行运动、鞍马运动等。这种不固定的交替变换的约束条件增加了分析的困难。

三、力学模型的数学表达

以3维列矩阵 X, Y 分别表示系统的质心坐标和主体绕质心转动的角度坐标, $r = 3N - 3$ 维列矩阵 Z 表示系统的内坐标, X, Y, Z 共包含 $3N + 3$ 个未知变量。3维列矩阵 Q, H 表示系统的动量和对质心的动量矩投影,其一般形式为

$$Q = m\dot{X} \quad (1)$$

$$H = A(Y, Z)\dot{Y} + B(Y, Z)\dot{Z} \quad (2)$$

其中标量 m 为系统总质量, A, B 分别为 $3 \times 3, 3 \times r$ 矩阵,由惯量张量组成。根据动力学普遍定理建立的运动方程为

$$\dot{Q} = F(X, Y, Z, \dot{X}, \dot{Y}, \dot{Z}) \quad (3)$$

$$\dot{H} = M(X, Y, Z, \dot{X}, \dot{Y}, \dot{Z}) \quad (4)$$

F 和 M 为系统所受外力的合力和相对质心的合力矩。方程组(3)、(4)只包含6个标量方程,方程数少于未知变量数。如给定 X, Y, Z 及其导数在起始($t = 0$)和终止($t = t_f$)时刻的值,则共有 $(3N + 3) \times 4$ 个边界条件而超过方程的阶数。Smith和Kane^[2]指出,微分方程数少于未知变

量数,边界条件数超过微分方程阶数是运动生物力学数学表达形式的重要特征。

为了使方程组封闭,可以选定符合指定边界条件的 r 个内坐标的约束条件:

$$F_i(Z, \dot{Z}) = 0 \quad (i = 1, 2, \dots, r) \quad (5)$$

式(3)、(4)、(5)共有 $6 + r = 3N + 3$ 个标量方程恰好确定 $3N + 3$ 个未知变量 X 、 Y 、 Z 。外坐标也受到约束作用时,式(3)、(4)中的独立方程数相应减少。讨论自由的腾空人体绕质心转动时,只要此转动与质心的运动无关,就可利用动量矩守恒原理列出

$$A(Y, Z)\dot{Y} + B(Y, Z)\dot{Z} = \text{const} \quad (6)$$

与方程(3)、(4)相比,阶数与未知变量数都显著减少。

上述运动方程也可用 Lagrange 方法建立,但计算过程过于繁琐冗长。由于一般情况下不存在能量积分或循环积分,因此 Lagrange 方程无任何优点而宁可直接使用动力学普遍定理。文献[7,8]给出建立任意自由度刚体链系统动力学方程的统一步骤。得到的运动方程一般是十分庞大且严重非线性的,极少可能获得解析形式积分,只能用电子计算机进行数值积分。通常有以下几种类型计算问题:

1. 对于给定的各运动参数的起始值、终止值和内坐标约束条件求数值积分,以确定人体的运动过程^[4,6]。或修改内坐标约束条件,预测其对运动过程的影响^[9]。

2. 寻找微分方程可能存在的周期解,以分析诸如双足步行或鞍马全旋等周期性运动^[5]。

3. 选择能表征最优指标(运动过程时间、最大高度或水平距离、总能量消耗等)的泛函 J :

$$J = \int_0^{t_f} G(X, \dot{X}, \ddot{X}, Y, \dot{Y}, \ddot{Y}, Z, \dot{Z}, \ddot{Z}) dt \quad (7)$$

将运动方程(3)、(4)视作非完整约束条件,并考虑到人体各关节的容许转动范围,以及各部分肌肉实际能够产生的最大作用力范围等限制条件,使问题转化为泛函的条件极值问题。可引入 Lagrange 乘子矩阵列出 Euler 方程与式(3)、(4)联立求解以探求最优运动过程^[2]。

四、应用举例

人体作腾空运动而各分体保持固定位置时,其绕质心的转动与 Euler 情形的刚体定点运动完全一致。对这种仅有的特殊情况,可以直接应用经典刚体动力学的结论。像体操或跳水运动员的旋空翻这样的复杂现象,也可以根据 Euler-Poinsot 运动给出严格的理论解释。人体绕横轴作空翻运动时,只有当绕横轴的中心主惯量矩为最大或最小值时才稳定。但实际上此惯量矩为中值,因此空翻运动不稳定。只要运动员改变手臂的位置使惯量主轴偏离横轴,即有绕纵轴的转体运动发生。利用经典理论的解析积分可以导出各种情况下的旋空翻计算公式^[10]。

美国文献中对车祸受害者的动力学问题讨论极多。与撞击实验相配合,往往使用人体的刚体系模型进行理论计算,各关节处的肌肉作用则用弹簧或阻尼器来代替^[7]。当然,这种简单的模拟只能用来作为丧失主观意志的尸体的力学模型。

Kane^[3] 用腰部铰结的两个轴对称刚体作为猫的力学模型,当两个刚体之间作相对圆锥运动时,可以成功地解释自由下落的猫完成空中转体的有趣现象。文献[11]中对上述模型给出非线性方程的解析解。Kane^[4] 还将人体简化为由躯干和双臂组成的三刚体系统。当双臂完成各种规定动作时,可以控制人体在空中的转体运动,以作为宇航员在失重状态下改变自身方位的有效方法。Dapena^[9] 则以十五刚体系统的人体模型为对象,分析背越式跳高运动。他先根据从摄影记录分析得出的各分体的内坐标变化规律,计算其外坐标变化规律,并与摄影记录进行对比。然后改变各分体相对主体的动作,分析其对跳高运动过程的影响,以作为运动员提高成绩的严格的理论依据。

除腾空运动以外, Ghosh^[6] 分析运动员在单杠上的振浪运动。人体的运动被限制为平面运动,而简化为在肩关节和髋关节处以圆柱铰联结的三刚体系统,握杠的手亦视作圆柱铰,计算其最优运动过程。Белецкий^[5] 系统地研究人的步行运动。为了获得最基本的运动规律,他忽略手臂的摆动,将上身合并为一个刚体,支承在忽略质量的下肢上。在预先规定的运动学条件限制下(足迹宽度不变,支承点作匀速直线运动等),寻求动力学方程组的周期解,以考察步行过程中人体的晃动规律。进而以最小能量消耗为指标,讨论步行运动的最优化问题。

五、结 语

以上叙述的人体力学模型可以将复杂的运动生物力学问题简化至经典力学的范畴以内,从而有可能利用精确的数学工具进行研究。尽管这种简化方法原则上可用来分析各种运动项目,但具体进行分析时往往面临巨大的数学困难,以致完全成功的例子在文献中尚不很多。因此还须对这个新学科领域投入更多的努力,不断在实践中改进,力求建立起能充分反映人体运动的基本特征又便于采用现代化电子计算技术的力学模型,以推动运动生物力学的发展。

参 考 文 献

- [1] Hanavan, E. P., *A Mathematical Model of the Human Body*, AD 608463 (1964).
- [2] Smith, P. G., Kane, T. R., *J. Appl. Mech.*, **35**, 1(1968), 167—168.
- [3] Kane, T. R., Scher, M. P., *Int. Solids Structures*, **5**, 7(1969), 663—670.
- [4] Kane, T. R., Headrick, M. R., Yatteau, J. D., *J. Biomechanics*, **5**(1972), 313—320.
- [5] Белецкий, В. В., Динамика двуногой ходьбы, *Изв. АН СССР, МТТ*, 3—4 (1975).
- [6] Ghosh, T. K., Boykin, W. H., Dynamics of the Human Kip-up Maneuver, *Trans. ASME, J. Dynamic Systems, Measurement, Control*, **97**, 2(1975), 196—201.
- [7] Huston, R. L., Hessel, R. E., Winget, J. M., Dynamics of a Crash Victim—A Finite Segment Model, *AIAA J.*, **14**, 2 (1976), 173—176.
- [8] Wittenburg, J., *Dynamics of System of Rigid Bodies*, Teubner (1977).
- [9] Dapena, J., Simulation of Modified Human Airborne Movements, *J. Biomechanics*, **14**, 2(1981), 81—89.
- [10] 刘延柱, 人体空翻转体运动的动力学, 全国第二届运动生物力学会议论文集(1981).
- [11] 刘延柱, 自由下落猫的转体运动, *力学学报*, **4**(1982), 388—393.

(上接第5页)

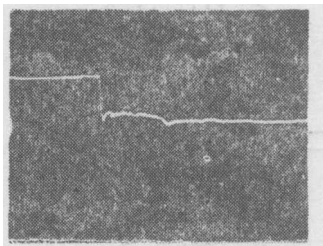


图9 由于安装不平整所引起的阶跃压力的畸变

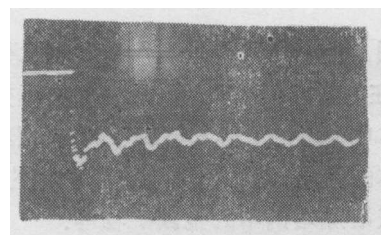


图10 由于安装不平整所引起的低频自激对阶跃压力的严重干扰

在5区端盖上应平整安装的传感器,表面如果高于端盖平面0.1mm,波头附近的平台上就会出现一个鼓包,见图9。当然在传感器或记录仪器频响很低时,这些变异的细致部分会被滤掉。

如果将传感器安装得比端盖平面低2个mm,在受压面形成一个内陷的平坑,这时波形大变,会引起一个低频的自激,看上去好象传感器的自振频率变低了。其实这个“变低了”的频率是传感器测出的内陷平坑这一谐振的自振。

传感器安装平整时波形就非常理想(图2)。